

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

ANÁLISE DE VIBRAÇÕES DE UMA LAJE MISTA DE
CONCRETO E PERFIS DE PRFV INDUZIDAS POR
ATIVIDADES HUMANAS

Dissertação submetida à Universidade
Federal de Santa Catarina exigida
pelo Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil - PPGEC, como
parte dos requisitos para obtenção do
Título de Mestre em Engenharia Civil.

PAULO JUNGES

Florianópolis, maio de 2010.

ANÁLISE DE VIBRAÇÕES DE UMA LAJE MISTA DE
CONCRETO E PERFIS DE PRFV INDUZIDAS POR
ATIVIDADES HUMANAS

PAULO JUNGES

Dissertação submetida à Universidade
Federal de Santa Catarina exigida
pelo Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil - PPGEC, como
parte dos requisitos para obtenção do
Título de Mestre em Engenharia Civil.

Prof.^a Janaíde Cavalcante Rocha – Coordenadora do PPGEC

Prof.^a Henriette Lebre La Rovere – Orientador / Moderador

COMISSÃO EXAMINADORA:

Prof. Roberto Caldas Andrade Pinto – ECV/UFSC

Prof. José Carlos Pereira – EMC/UFSC

Prof. Michèle Schubert Pfeil – UFRJ

*A Deus,
Aos meus pais, José e Maria Lourdes,
Ao meu irmão Luiz Carlos.*

AGRADECIMENTOS

A Deus, em primeiro lugar, pela vida, saúde, amigos e por mais uma vitória alcançada em minha vida. Obrigado Senhor.

À minha família, meus pais José e Maria Lourdes e meu irmão Luiz Carlos, pelo amor e constante apoio.

Aos amigos de longa data, Antonio, Sally e Jhon, que me acolheram de braços abertos em Florianópolis.

À minha orientadora, professora. Henriette Lebre La Rovere, por quem tenho grande admiração, pela sugestão da linha de pesquisa, pela generosidade no compartilhamento do conhecimento, dedicação e apoio sempre presentes.

À professora Michèle Pfeil (UFRJ) por fornecer referências sobre vibrações induzidas por atividades humanas e informações sobre os acelerômetros.

Aos meus colegas de projeto Daniel Vieira e Isabel Canalli pelos valiosos auxílios na execução das etapas experimentais e pela amizade. À turma do GRUPEX (Grupo de Experimentação de Estruturas), do GIEM (Grupo Interdisciplinar de Estudos da Madeira) e do GPEND (Grupo de Pesquisa em Ensaaios Não-destrutivos) pela agradável convivência e apoio.

A todos os professores e técnicos do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFSC que contribuíram para este trabalho.

Aos meus professores da Universidade Federal do Mato Grosso, em especial o Prof. Manoel Santinho e Prof. Cláudio Cruz pelo apoio direto, que me incentivaram a buscar a continuidade da minha formação acadêmica.

Às empresas CSE *Composites*, SIKA, Termotécnica, NeoNatex e Polimix pelo fornecimento do material necessário para a confecção dos protótipos de laje mista.

À FAPESC (Fundação de Apoio à Pesquisa Científica e Tecnológica do Estado de Santa Catarina) pelo apoio financeiro e ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) pela bolsa de mestrado concedida.

RESUMO

Nas últimas décadas houve um grande avanço na aplicação de novos materiais em estruturas de Engenharia Civil, dentre os quais se destacam os materiais poliméricos reforçados com fibras (PRF). Inicialmente os PRF foram utilizados em reforço estrutural, mas recentemente vem sendo utilizados também na construção de novos sistemas estruturais, principalmente em sistemas de pontes e passarelas. Sistemas inovadores que combinam concreto com materiais PRF proporcionam estruturas mais leves e esbeltas em comparação com estruturas convencionais de concreto, podendo ser mais sensíveis a carregamentos dinâmicos, levando ao surgimento de vibrações excessivas. Dentre as várias fontes de excitação, atividades como o caminhar e o pular são as principais fontes causadoras de vibrações, principalmente em pavimentos e passarelas.

Seguindo a linha de pesquisa de novos sistemas estruturais, a Universidade Federal de Santa Catarina vem desenvolvendo um sistema de laje mista composta de uma capa de concreto reforçado com fibra disposta sobre perfis I pultrudados de PRFV, para utilização em passarelas, fazendo-se necessário o estudo do comportamento dinâmico do mesmo quando submetido a atividades humanas, objeto principal deste trabalho.

Antes do estudo do comportamento dinâmico, investiga-se o comportamento estático da laje mista sob flexão. Inicialmente avalia-se a rigidez à flexão dos perfis pultrudados de PRFV, tanto por meio de uma análise numérica de elementos finitos, com as propriedades elásticas estimadas por meio da Teoria Clássica da Laminação, como a partir de uma análise experimental, utilizando uma metodologia baseada na Teoria de Viga de Timoshenko e em ensaios de flexão a três pontos dos perfis. Houve uma ótima correlação entre os resultados de rigidez obtida numérica e experimentalmente.

Em seguida, mostram-se os critérios de dimensionamento da laje mista, tanto para o Estado Limite de Serviço quanto para o Estado Limite Último, visando aplicação em passarelas. Estuda-se o comportamento estrutural estático de uma fatia representativa da laje, de 0,80m de largura e 4 m de vão, submetida à flexão, de três maneiras: analítica, numérica e experimental.

A caracterização dinâmica da fatia representativa da laje mista é apresentada na seqüência, encontrando-se as frequências naturais e

respectivos modos de vibração da laje, e em seguida apresenta-se a resposta da estrutura quando submetida a carregamentos dinâmicos provenientes de cargas de caminhar e pular de pessoas, tanto de modo numérico como experimental.

Para finalizar, mostra-se um estudo inicial, numérico, do comportamento dinâmico de lajes mistas com dimensões maiores, visando a aplicação em tabuleiros de passarelas. Conclusões e algumas recomendações para trabalhos futuros são assinaladas ao final do trabalho.

Palavras-chave: laje mista, perfis de PRFV, vibrações, passarelas.

ABSTRACT

In the last decades, there was a great impulse on applications of new materials to civil engineering structures, among them stands out the fiber reinforced polymeric (FRP) materials. Initially, FRP materials were used only to retrofit structures, but recently they are also being used in the construction of new structural systems, particularly in bridge and footbridge systems. Innovative systems that combine concrete with FRP materials yield lighter and more slender structures as compared to conventional concrete structures, and consequently they are more sensitive to dynamic loading that may induce excessive vibration. Among the several excitation sources, activities like walking and jumping are the main sources of vibration, especially on floors and footbridges.

Following the research line of new structural systems, the Federal University of Santa Catarina is currently developing a composite slab system composed of a fiber-reinforced concrete top laid on GFRP I-section pultruded profiles, for footbridge application. The need for a study on the dynamic behavior of such composite slab system subjected to human activities then arises, which is the main objective of this work.

Before studying the slab dynamic behavior, the static behavior of the slab under bending is investigated. Initially, the flexural strength of the GFRP pultruded profiles is evaluated both numerically, by means of a finite element analysis, with elastic properties estimated by the Classical Lamination Theory (CLT), and experimentally, using a methodology based on the Timoshenko Beam Theory and on three-point bending tests on the profiles. A very good correlation between the stiffness obtained numerically and experimentally was obtained.

Next the design criteria of the composite slab for footbridge application in the Serviceability Limit State (SLS) and in the Ultimate Limit State (ULS) are presented. The static structural behavior of a representative strip of the slab, of 0.80 m width and 4.0 m of span, subjected to bending, is analyzed under three ways: theoretically, numerically and experimentally.

The dynamic characterization of this representative strip of the slab is then presented, finding its natural frequencies and corresponding vibration modes. The structure response under dynamic loading induced by people walking and jumping is also analyzed, both numerically and experimentally.

Finally an initial numerical study on the dynamic behavior of composite slabs of larger dimensions, envisaging application on footbridge decks, is presented. Conclusions and a few recommendations for future work are depicted at the end of the work.

Keywords: composite slab, GFRP profiles, vibrations, footbridges.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	17
LISTA DE TABELAS.....	27
LISTA DE SÍMBOLOS	29
1 INTRODUÇÃO	33
1.1 Justificativa	35
1.2 Objetivos.....	36
1.3 Estrutura da dissertação	37
2 MATERIAIS COMPOSTOS	39
2.1 O PRF aplicado em pontes e passarelas.....	40
2.2 Perfis de PRFV utilizados neste estudo.....	46
2.3 Rigidez à flexão dos perfis pultrudados	49
3 DINÂMICA DAS ESTRUTURAS.....	61
3.1 Vibrações em lajes e passarelas.....	61
<i>3.1.1 Sensibilidade humana a vibrações.....</i>	<i>61</i>
<i>3.1.2 Cargas dinâmicas provenientes de atividades humanas</i>	<i>63</i>
<i>3.1.3 Modelagem matemática do caminhar.....</i>	<i>66</i>
<i>3.1.4 Modelagem matemática para pular.....</i>	<i>73</i>
3.2 Considerações complementares	75
4 COMPORTAMENTO ESTÁTICO DA LAJE MISTA.....	77
4.1 Dimensionamento da laje mista	80
<i>4.1.1 Dimensionamento no ELS</i>	<i>80</i>
<i>4.1.2 Dimensionamento no ELU</i>	<i>83</i>
<i>4.1.3 Considerações sobre o dimensionamento da laje mista.....</i>	<i>88</i>
4.2 Análise analítica da laje mista.....	89
<i>4.2.1 Análise experimental da laje mista</i>	<i>90</i>
<i>4.2.2 Análise numérica de EF da laje mista.....</i>	<i>103</i>
<i>4.2.3 Análise dos resultados</i>	<i>105</i>

4.3 Considerações finais sobre o comportamento estático da laje	107
5 COMPORTAMENTO DINÂMICO DA LAJE MISTA	109
5.1 Estudos preliminares: Laje mista LIAL.....	110
5.1.1 <i>Análise teórica da laje mista LIAL.....</i>	<i>111</i>
5.1.2 <i>Análise experimental da laje mista LIAL.....</i>	<i>112</i>
5.1.3 <i>Análise numérica da laje mista LIAL.....</i>	<i>132</i>
5.1.4 <i>Considerações finais dos estudos preliminares.....</i>	<i>140</i>
5.2 Análise teórica da laje mista LIAC.....	142
5.3 Análise experimental da laje mista LIAC.....	142
5.3.1 <i>Impacto dos calcanhares</i>	<i>145</i>
5.3.2 <i>Ensaio referentes ao caminhar</i>	<i>158</i>
5.3.3 <i>Ensaio referentes ao pular</i>	<i>170</i>
5.3.4 <i>Considerações finais dos ensaios dinâmicos</i>	<i>180</i>
5.4 Análise numérica da laje mista LIAC	181
5.4.1 <i>Frequências naturais da estrutura e modos de vibração</i>	<i>182</i>
5.4.2 <i>Análise numérica do caminhar.....</i>	<i>184</i>
5.4.3 <i>Análise numérica do pular.....</i>	<i>187</i>
5.5 Comparação dos resultados e considerações finais	189
6 APLICAÇÃO DO SISTEMA DE LAJE MISTA.....	195
6.1 Modelo de laje LM-1 Faixa.....	195
6.1.1 <i>Frequências naturais e modos de vibração</i>	<i>197</i>
6.1.2 <i>Resposta do modelo ao caminhar de pessoas</i>	<i>199</i>
6.1.3 <i>Resposta do modelo ao carregamento de pular</i>	<i>201</i>
6.1.4 <i>Considerações complementares sobre o modelo simplificado</i>	<i>203</i>
6.2 Modelo da Laje LM-3 Faixas.....	204
6.2.1 <i>Frequências naturais e modos de vibração</i>	<i>204</i>
6.2.2 <i>Resposta do modelo ao caminhar de pessoas</i>	<i>207</i>
6.2.3 <i>Resposta do modelo ao carregamento de pular</i>	<i>209</i>
6.3 Modelo da Laje LM-5 Faixas.....	211
6.3.1 <i>Frequências naturais e modos de vibração</i>	<i>212</i>
6.3.2 <i>Resposta do modelo ao caminhar de pessoas</i>	<i>214</i>
6.3.3 <i>Resposta do modelo ao carregamento de pular</i>	<i>216</i>
6.4 Considerações finais.....	218
7 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	221

7.1 Conclusões sobre a rigidez dos perfis de PRFV	221
7.2 Conclusões sobre o comportamento da laje mista à flexão	222
7.3 Conclusões sobre o desempenho dinâmico do sistema de laje mista submetido a cargas móveis.....	223
7.4 Recomendações para trabalhos futuros	225
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	227
ANEXOS	231
Anexo A: Revisão bibliográfica sobre Materiais Compostos	231
Anexo B: Revisão bibliográfica sobre Dinâmica das Estruturas	257
Anexo C: Propriedades elásticas estimadas do perfil.....	274
Anexo D: Resistências de um laminado unidirecional de PRFV	281
Anexo E: Critérios de ruptura do perfil	287
Anexo F: Resistência a compressão do concreto	291
Anexo G: Análise analítica da laje mista - dimensionamento	295
Anexo H: Resultados dos ensaios dinâmicos	312

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 1.1 - Aplicações de materiais compostos avançados em passarelas.</i>	34
<i>Figura 1.2 - Laje mista concreto/perfis de PRF.</i>	34
<i>Figura 2.1 - Fabricação (a) e instalação do tabuleiro da ponte Chemung Country Bridge.</i>	42
<i>Figura 2.2 - Passarela Antioch Composite Pedestrian Bridge.</i>	43
<i>Figura 2.3 - Instalação da ponte Lauren Lick Bridge.</i>	43
<i>Figura 2.4 - Passarela Aberfeldy Footbridge, Escócia.</i>	44
<i>Figura 2.5 - Passarela com cabos estaiados sobre via férrea, Dinamarca.</i>	45
<i>Figura 2.6 - Passarela Schwerin, Alemanha.</i>	45
<i>Figura 2.7 - Passarela construída na Universidade da Califórnia.</i>	46
<i>Figura 2.8 - Dimensões do perfil pultrudado em estudo.</i>	47
<i>Figura 2.9 - Esquema do laminado que forma o perfil.</i>	47
<i>Figura 2.10 – Representação dos eixos coordenados dos laminados.</i>	48
<i>Figura 2.11 - Esquema do ensaio de flexão a três pontos.</i>	50
<i>Figura 2.12 - Ensaio à flexão dos perfis PRFV.</i>	51
<i>Figura 2.13 - Gráfico $(4Av/PL)$ versus $(L/r)^2$.</i>	52
<i>Figura 2.14 - Dimensões (mm) do perfil analisado por Santos Neto (2006).</i>	53
<i>Figura 2.15 - Modelo de elementos finitos do perfil pultrudado.</i>	55
<i>Figura 2.16 - Eixos locais dos laminados que compõem o perfil.</i>	55
<i>Figura 2.17 - Gráfico $(4Av/PL)$ versus $(L/r)^2$ do modelo de EF.</i>	56
<i>Figura 2.18 - Carga versus deslocamento para $(L/r)^2=100$.</i>	57
<i>Figura 2.19 - Carga versus deslocamento para $(L/r)^2=150$.</i>	58
<i>Figura 2.20 - Carga versus deslocamento para $(L/r)^2=200$.</i>	58
<i>Figura 2.21 - Carga versus deslocamento para $(L/r)^2=250$.</i>	59
<i>Figura 3.1 -Escala de Reiher-Meister modificada por Lenzen.</i>	62
<i>Figura 3.2 - Escala da sensibilidade humana à vibrações proposta por Goldman.</i>	63
<i>Figura 3.3 - Escala de sensibilidade humana à vibrações proposta por Ziegenruecker e Magid.</i>	63
<i>Figura 3.4 - Deslocamentos, velocidades e acelerações temporais do centro de gravidade de uma pessoa nas direções lateral, frontal e vertical.</i>	64
<i>Figura 3.5 - Plataforma de medição.</i>	65
<i>Figura 3.6 - Configuração típica da força do caminhar.</i>	66
<i>Figura 3.7 - Força dinâmica típica do caminhar humano.</i>	68
<i>Figura 3.8 - Função representativa da força do caminhar.</i>	69

<i>Figura 3.9 - Coeficientes dinâmicos médios obtidos para o caminhar por Rainer, Pernica e Allen.</i>	<i>72</i>
<i>Figura 3.10 - Comparação entre função proposta por Varela (2004) e os resultados obtidos por Ohlsson.</i>	<i>73</i>
<i>Figura 3.11 - Parâmetros básicos para o carregamento de pular e correr..</i>	<i>74</i>
<i>Figura 3.12 - Função representativa do pular.</i>	<i>74</i>
<i>Figura 4.1 - Esquema da seção transversal da laje mista.</i>	<i>78</i>
<i>Figura 4.2 - Dimensões dos blocos de EPS utilizados na laje mista.....</i>	<i>79</i>
<i>Figura 4.3 - Seção transversal homogeneizada em PRFV.....</i>	<i>82</i>
<i>Figura 4.4 - Distribuição de deformações (a), tensões (b) e forças resultantes (c) na seção transversal da laje mista.</i>	<i>85</i>
<i>Figura 4.5 - Esquema estático do ensaio de flexão a quatro pontos.</i>	<i>89</i>
<i>Figura 4.6 - Gráfico carga x deslocamento para análise analítica da laje mista.</i>	<i>90</i>
<i>Figura 4.7 - Montagem das fôrmas da laje mista.....</i>	<i>91</i>
<i>Figura 4.8 - Detalhe da aplicação da resina sobre o perfil.</i>	<i>91</i>
<i>Figura 4.9 - Concretagem da laje mista.</i>	<i>92</i>
<i>Figura 4.10 - Laje mista concretada.....</i>	<i>92</i>
<i>Figura 4.11 - Cura úmida dos protótipos da laje mista.</i>	<i>93</i>
<i>Figura 4.12 - Dispositivo do ensaio de flexão a quatro pontos.</i>	<i>94</i>
<i>Figura 4.13 - Visão geral do ensaio de flexão a quatro pontos da laje mista.</i>	<i>95</i>
<i>Figura 4.14 - Detalhes do ensaio de flexão a quatro pontos.</i>	<i>96</i>
<i>Figura 4.15 - Gráfico carga x deslocamento para o protótipo LIAC-1.</i>	<i>97</i>
<i>Figura 4.16 - Gráfico carga x deslocamento para o protótipo LIAC-2.</i>	<i>97</i>
<i>Figura 4.17 - Protótipo LIAC-1 submetido a carregamento crescente.</i>	<i>98</i>
<i>Figura 4.18 - Aparecimento de fissura longitudinal sobre o perfil.....</i>	<i>98</i>
<i>Figura 4.19 - Detalhe da ruptura na ligação perfil/concreto na região dos apoios.</i>	<i>99</i>
<i>Figura 4.20 - Detalhe da fissura no concreto após a ruptura da laje.</i>	<i>99</i>
<i>Figura 4.21 – Detalhe da ruptura do concreto após falha na ligação perfil/concreto.....</i>	<i>100</i>
<i>Figura 4.22 - Gráfico carga x tempo, até a ruptura, do protótipo LIAC-1.</i>	<i>100</i>
<i>Figura 4.23 - Protótipo LIAC-2 submetido a carregamento crescente.</i>	<i>101</i>
<i>Figura 4.24 - Detalhe do aparecimento da fissura no concreto.....</i>	<i>101</i>
<i>Figura 4.25 - Detalhe da ruptura por cisalhamento do perfil de PRFV.....</i>	<i>102</i>
<i>Figura 4.26 - Fissuração do concreto após a ruptura do perfil.</i>	<i>102</i>
<i>Figura 4.27 - Gráfico carga x tempo, até a ruptura, do protótipo LIAC-2.</i>	<i>103</i>
<i>Figura 4.28 - Modelo numérico de EF da laje mista.....</i>	<i>104</i>

<i>Figura 4.29 - Gráfico carga x deslocamento da laje mista para o modelo numérico de EF.</i>	105
<i>Figura 4.30 - Gráfico carga x deslocamento para as três análises.</i>	106
<i>Figura 5.1 - Dimensões (mm) do perfil I de abas largas utilizado nos estudos de Santos Neto (2006).</i>	110
<i>Figura 5.2 - Esquema dos ensaios dinâmicos da laje do estudo preliminar.</i>	112
<i>Figura 5.3 - Tipos de calçados utilizados no estudo preliminar.</i>	113
<i>Figura 5.4 - Resposta da estrutura para o ensaio do impacto com martelo de borracha.</i>	114
<i>Figura 5.5 - Espectro de aceleração para o ensaio do impacto com martelo de borracha.</i>	115
<i>Figura 5.6 - Trecho em vibração livre do ensaio do impacto com martelo de borracha.</i>	115
<i>Figura 5.7 - Espectro de aceleração do trecho em vibração livre do ensaio de impacto com martelo de borracha.</i>	116
<i>Figura 5.8 - Ensaio do impacto do calcanhar do Voluntário 2.</i>	116
<i>Figura 5.9 - Resposta da estrutura para o ensaio do impacto dos calcanhares do Voluntário 1.</i>	117
<i>Figura 5.10 - Resposta da estrutura para o ensaio do impacto dos calcanhares do Voluntário 2.</i>	117
<i>Figura 5.11 - Resposta da estrutura para o ensaio do impacto dos calcanhares do Voluntário 3.</i>	118
<i>Figura 5.12 - Espectro de aceleração para o ensaio do impacto dos calcanhares do Voluntário 1.</i>	118
<i>Figura 5.13 - Espectro de aceleração para o ensaio do impacto dos calcanhares do Voluntário 2.</i>	119
<i>Figura 5.14 - Espectro de aceleração para o ensaio do impacto dos calcanhares do Voluntário 3.</i>	119
<i>Figura 5.15 - Ensaio do caminhar do Voluntário 3.</i>	121
<i>Figura 5.16 - Resposta da estrutura para o caminhar do Voluntário 1 usando tênis.</i>	122
<i>Figura 5.17 - Resposta da estrutura para o caminhar do Voluntário 2 usando tênis.</i>	122
<i>Figura 5.18 - Resposta da estrutura para o caminhar do Voluntário 3 usando salto alto.</i>	123
<i>Figura 5.19 - Resposta da estrutura para o caminhar do Voluntário 3 usando tênis.</i>	123
<i>Figura 5.20 - Espectro de aceleração para o caminhar do Voluntário 1.</i>	124

<i>Figura 5.21 - Espectro de aceleração para o caminhar do Voluntário 2 ...</i>	<i>124</i>
<i>Figura 5.22 - Espectro de aceleração para o caminhar do Voluntário 3 usando salto alto.</i>	<i>125</i>
<i>Figura 5.23 - Espectro de aceleração para o caminhar do Voluntário 3 usando tênis.</i>	<i>125</i>
<i>Figura 5.24 - Resposta da estrutura ao pular na ponta dos pés do Voluntário 1.....</i>	<i>127</i>
<i>Figura 5.25 - Resposta da estrutura ao pular com pé inteiro do Voluntário 1.....</i>	<i>128</i>
<i>Figura 5.26 - Resposta da estrutura ao pular na ponta dos pés do Voluntário 2.....</i>	<i>128</i>
<i>Figura 5.27 - Resposta da estrutura ao pular com pé inteiro do Voluntário 2.....</i>	<i>129</i>
<i>Figura 5.28 - Espectro de aceleração para o pular com a ponta dos pés do Voluntário 1.....</i>	<i>129</i>
<i>Figura 5.29 - Espectro de aceleração para o pular com o pé inteiro do Voluntário 1.....</i>	<i>130</i>
<i>Figura 5.30 - Espectro de aceleração para o pular com a ponta dos pés do Voluntário 2.....</i>	<i>130</i>
<i>Figura 5.31 - Espectro de aceleração para o pular com o pé inteiro do Voluntário 2.....</i>	<i>131</i>
<i>Figura 5.32 - Malha de elementos finitos da laje LIAL.</i>	<i>132</i>
<i>Figura 5.33 - Primeiro modo de vibração da laje do estudo preliminar.</i>	<i>134</i>
<i>Figura 5.34 - Segundo modo de vibração da laje do estudo preliminar.</i>	<i>134</i>
<i>Figura 5.35 - Terceiro modo de vibração da laje do estudo preliminar.....</i>	<i>136</i>
<i>Figura 5.36 - Posicionamento dos passos no modelo numérico da laje LIAL.</i>	<i>136</i>
<i>Figura 5.37 - Resposta obtida do modelo numérico da laje LIAL ao caminhar.</i>	<i>137</i>
<i>Figura 5.38 - Espectro de aceleração obtido do modelo numérico da laje LIAL ao caminhar.</i>	<i>138</i>
<i>Figura 5.39 - Deslocamento obtido do modelo numérico da laje LIAL ao caminhar.</i>	<i>138</i>
<i>Figura 5.40 - Resposta obtida do modelo numérico da laje LIAL ao pular.</i>	<i>139</i>
<i>Figura 5.41 - Espectro de aceleração obtido do modelo numérico da laje LIAL ao pular.....</i>	<i>140</i>
<i>Figura 5.42 - Deslocamento obtido do modelo numérico da laje LIAL ao pular.</i>	<i>140</i>
<i>Figura 5.43 - Esquema dos ensaios dinâmicos da laje mista LIAC.</i>	<i>143</i>

<i>Figura 5.44 - Calçados de solado macio (tênis) utilizados nos ensaios.....</i>	<i>144</i>
<i>Figura 5.45 - Calçados de solado duro utilizados nos ensaios.</i>	<i>144</i>
<i>Figura 5.46 - Ensaio do impacto dos calcanhares sendo realizado.</i>	<i>145</i>
<i>Figura 5.47 - Resposta do protótipo LIAC-1 para o Voluntário 3 usando calçado de solado macio.</i>	<i>146</i>
<i>Figura 5.48 - Resposta do protótipo LIAC-1 para o Voluntário 3 usando calçado de solado duro.</i>	<i>146</i>
<i>Figura 5.49 - Resposta do protótipo LIAC-1 para o Voluntário 5 usando calçado de solado macio.</i>	<i>147</i>
<i>Figura 5.50 - Resposta do protótipo LIAC-1 para o Voluntário 5 usando calçado de solado duro (salto alto).</i>	<i>147</i>
<i>Figura 5.51 - Resposta do protótipo LIAC-1 ao triplo impacto do calcanhar do Voluntário 5 usando calçado de solado duro (salto alto).</i>	<i>148</i>
<i>Figura 5.52 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-1 para o Voluntário 3 usando calçado de solado macio.</i>	<i>148</i>
<i>Figura 5.53 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-1 para o Voluntário 3 usando calçado de solado duro.</i>	<i>149</i>
<i>Figura 5.54 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-1 para o Voluntário 5 usando calçado de solado macio.</i>	<i>149</i>
<i>Figura 5.55 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-1 para o Voluntário 5 usando calçado de solado duro (salto alto).</i>	<i>150</i>
<i>Figura 5.56 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-1 para o triplo impacto do Voluntário 5 usando calçado de solado duro (salto alto).</i>	<i>150</i>
<i>Figura 5.57 - Resposta do protótipo LIAC-2 para o Voluntário 3 usando calçado de solado macio.</i>	<i>152</i>
<i>Figura 5.58 - Resposta do protótipo LIAC-2 para o Voluntário 3 usando calçado de solado duro.</i>	<i>153</i>
<i>Figura 5.59 - Resposta do protótipo LIAC-2 para o Voluntário 5 usando calçado de solado macio.</i>	<i>153</i>
<i>Figura 5.60 - Resposta do protótipo LIAC-2 para o Voluntário 5 usando calçado de solado duro (salto alto).</i>	<i>154</i>
<i>Figura 5.61 - Resposta do protótipo LIAC-2 ao triplo impacto do calcanhar do Voluntário 5 usando calçado de solado duro (salto alto).</i>	<i>154</i>
<i>Figura 5.62 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-2 para o Voluntário 3 usando calçado de solado macio.</i>	<i>155</i>
<i>Figura 5.63 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-2 para o Voluntário 3 usando calçado de solado duro.</i>	<i>155</i>
<i>Figura 5.64 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-2 para o Voluntário 5 usando calçado de solado macio.</i>	<i>156</i>

<i>Figura 5.65 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-2 para o Voluntário 5 usando calçado de solado duro (salto alto).....</i>	<i>156</i>
<i>Figura 5.66 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-2 para o triplo impacto do Voluntário 5 usando calçado de solado duro (salto alto).....</i>	<i>157</i>
<i>Figura 5.67 - Ensaio do caminhar sobre a laje mista do Voluntário 3.....</i>	<i>159</i>
<i>Figura 5.68 - Resposta do protótipo LIAC-1 ao caminhar do Voluntário 1 usando calçado de solado macio.....</i>	<i>159</i>
<i>Figura 5.69 - Resposta do protótipo LIAC-1 ao caminhar do Voluntário 1 usando calçado de solado duro.....</i>	<i>160</i>
<i>Figura 5.70 - Resposta do protótipo LIAC-1 ao caminhar do Voluntário 5 usando calçado de solado macio.....</i>	<i>160</i>
<i>Figura 5.71 - Resposta do protótipo LIAC-1 ao caminhar do Voluntário 5 usando calçado de solado duro (salto alto).....</i>	<i>161</i>
<i>Figura 5.72 - Resposta do protótipo LIAC-1 ao caminhar do Voluntário 5 usando calçado de solado duro (salto agulha).....</i>	<i>161</i>
<i>Figura 5.73 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-1 ao caminhar do Voluntário 1 usando calçado de solado macio.....</i>	<i>162</i>
<i>Figura 5.74 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-1 ao caminhar do Voluntário 1 usando calçado de solado duro.....</i>	<i>162</i>
<i>Figura 5.75 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-1 ao caminhar do Voluntário 5 usando calçado de solado macio.....</i>	<i>163</i>
<i>Figura 5.76 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-1 ao caminhar do Voluntário 5 usando calçado de solado duro (salto alto).....</i>	<i>163</i>
<i>Figura 5.77 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-1 ao caminhar do Voluntário 5 usando calçado de solado duro (salto agulha).....</i>	<i>164</i>
<i>Figura 5.78 - Resposta do protótipo LIAC-2 ao caminhar do Voluntário 1 usando calçado de solado macio.....</i>	<i>165</i>
<i>Figura 5.79 - Resposta do protótipo LIAC-2 ao caminhar do Voluntário 1 usando calçado de solado duro.....</i>	<i>166</i>
<i>Figura 5.80 - Resposta do protótipo LIAC-2 ao caminhar do Voluntário 5 usando calçado de solado macio.....</i>	<i>166</i>
<i>Figura 5.81 - Resposta do protótipo LIAC-2 ao caminhar do Voluntário 5 usando calçado de solado duro (salto alto).....</i>	<i>167</i>
<i>Figura 5.82 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-2 ao caminhar do Voluntário 1 usando calçado de solado macio.....</i>	<i>167</i>
<i>Figura 5.83 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-2 ao caminhar do Voluntário 1 usando calçado de solado duro.....</i>	<i>168</i>
<i>Figura 5.84 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-2 ao caminhar do Voluntário 5 usando calçado de solado macio.....</i>	<i>168</i>

<i>Figura 5.85 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-2 ao caminhar do Voluntário 5 usando calçado de solado duro.....</i>	<i>169</i>
<i>Figura 5.86 - Ensaio do pular sobre a laje mista do Voluntário 5.....</i>	<i>170</i>
<i>Figura 5.87 - Resposta do protótipo LIAC-1 ao pular do Voluntário 3 com calçado de solado macio.</i>	<i>171</i>
<i>Figura 5.88 - Resposta do protótipo LIAC-1 ao pular do Voluntário 3 com calçado de solado duro.</i>	<i>171</i>
<i>Figura 5.89 - Resposta do protótipo LIAC-1 ao pular do Voluntário 5 com calçado de solado macio.</i>	<i>172</i>
<i>Figura 5.90 - Resposta do protótipo LIAC-1 ao pular do Voluntário 5 com calçado de solado duro (salto alto).</i>	<i>172</i>
<i>Figura 5.91 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-1 ao pular do Voluntário 3 usando calçado de solado macio.</i>	<i>173</i>
<i>Figura 5.92 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-1 ao pular do Voluntário 3 usando calçado de solado duro.....</i>	<i>173</i>
<i>Figura 5.93 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-1 ao pular do Voluntário 5 usando calçado de solado macio.</i>	<i>174</i>
<i>Figura 5.94 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-1 ao pular do Voluntário 5 usando calçado de solado duro (salto alto).</i>	<i>174</i>
<i>Figura 5.95 - Resposta do protótipo LIAC-2 ao pular do Voluntário 2 com calçado de solado macio.</i>	<i>176</i>
<i>Figura 5.96 - Resposta do protótipo LIAC-2 ao pular do Voluntário 2 com calçado de solado duro.</i>	<i>176</i>
<i>Figura 5.97 - Resposta do protótipo LIAC-2 ao pular do Voluntário 5 com calçado de solado macio.</i>	<i>177</i>
<i>Figura 5.98 - Resposta do protótipo LIAC-2 ao pular do Voluntário 5 com calçado de solado duro (salto alto).</i>	<i>177</i>
<i>Figura 5.99 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-2 ao pular do Voluntário 2 usando calçado de solado macio.</i>	<i>178</i>
<i>Figura 5.100 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-2 ao pular do Voluntário 2 usando calçado de solado duro.....</i>	<i>178</i>
<i>Figura 5.101 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-2 ao pular do Voluntário 5 usando calçado de solado macio.</i>	<i>179</i>
<i>Figura 5.102 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-2 ao pular do Voluntário 5 usando calçado de solado duro (salto alto).</i>	<i>179</i>
<i>Figura 5.103 - Primeiro modo de vibração da laje mista LIAC.</i>	<i>182</i>
<i>Figura 5.104 - Segundo modo de vibração da laje mista LIAC.</i>	<i>184</i>
<i>Figura 5.105 - Terceiro modo de vibração da laje mista LIAC.....</i>	<i>184</i>

<i>Figura 5.106 - Posição dos passos no modelo numérico da laje mista LIAC.</i>	185
<i>Figura 5.107 - Resposta obtida do modelo numérico da laje LIAC ao caminhar.</i>	185
<i>Figura 5.108 - Espectro de aceleração obtido do modelo numérico da laje LIAC ao caminhar.</i>	186
<i>Figura 5.109 - Deslocamento obtido do modelo numérico da laje LIAC ao caminhar.</i>	186
<i>Figura 5.110 - Resposta obtida do modelo numérico da laje LIAC ao pular.</i>	187
<i>Figura 5.111 - Espectro de aceleração obtido do modelo numérico da laje LIAC ao pular.</i>	188
<i>Figura 5.112 - Deslocamento obtido do modelo numérico da laje LIAC ao pular.</i>	189
<i>Figura 5.113 - Comparação das acelerações do caminhar para o protótipo LIAC-1, do Voluntário 5 com calçado macio, com os resultados numéricos.</i>	193
<i>Figura 5.114 - Comparação das acelerações do pular para o protótipo LIAC-1, do Voluntário 1 com calçado duro, com os resultados numéricos.</i>	194
<i>Figura 6.1 - Modelo numérico simplificado da laje LM-1 Faixa.</i>	196
<i>Figura 6.2 - Primeiro modo de vibração da laje LM-1 Faixa.</i>	197
<i>Figura 6.3 - Segundo modo de vibração da laje LM-1 Faixa.</i>	197
<i>Figura 6.4 - Terceiro modo de vibração da laje LM-1 Faixa.</i>	199
<i>Figura 6.5 - Resposta do modelo numérico simplificado da laje LM-1 Faixa ao caminhar.</i>	200
<i>Figura 6.6 - Espectro de aceleração do modelo numérico simplificado da laje LM-1 Faixa ao caminhar.</i>	200
<i>Figura 6.7 - Deslocamento do modelo numérico simplificado da laje LM-1 Faixa ao caminhar.</i>	201
<i>Figura 6.8 - Resposta do modelo numérico simplificado da laje LM-1 Faixa ao pular.</i>	202
<i>Figura 6.9 - Espectro de aceleração do modelo numérico simplificado da laje LM-1 Faixa ao pular.</i>	202
<i>Figura 6.10 - Deslocamento do modelo numérico simplificado da laje LM-1 Faixa ao pular.</i>	203
<i>Figura 6.11 - Modelo numérico da laje mista LM-3 Faixas.</i>	204
<i>Figura 6.12 - Primeiro modo de vibração da laje LM-3 Faixas.</i>	205
<i>Figura 6.13 - Segundo modo de vibração da laje LM-3 Faixas.</i>	205
<i>Figura 6.14 - Terceiro modo de vibração da laje LM-3 Faixas.</i>	207

<i>Figura 6.15 - Posição da aplicação do carregamento de caminhar na laje LM-3 Faixas.</i>	<i>207</i>
<i>Figura 6.16 - Resposta da laje LM-3 Faixas ao caminhar.</i>	<i>208</i>
<i>Figura 6.17 - Espectro de aceleração da laje LM-3 Faixas ao caminhar... ..</i>	<i>208</i>
<i>Figura 6.18 - Deslocamento da laje LM-3 Faixas ao caminhar.</i>	<i>209</i>
<i>Figura 6.19 - Resposta da laje LM-3 Faixas ao pular.....</i>	<i>210</i>
<i>Figura 6.20 - Espectro de aceleração da laje LM-3 Faixas ao pular.</i>	<i>210</i>
<i>Figura 6.21 - Deslocamento da laje LM-3 Faixas ao pular.....</i>	<i>211</i>
<i>Figura 6.22 - Modelo numérico da laje mista LM-5 Faixas.....</i>	<i>211</i>
<i>Figura 6.23 - Primeiro modo de vibração da laje LM-5 Faixas.....</i>	<i>212</i>
<i>Figura 6.24 - Segundo modo de vibração da laje LM-5 Faixas.....</i>	<i>212</i>
<i>Figura 6.25 - Terceiro modo de vibração da laje LM-5 Faixas.</i>	<i>212</i>
<i>Figura 6.26 - Posição da aplicação do carregamento de caminhar na laje LM-5 Faixas.</i>	<i>214</i>
<i>Figura 6.27 - Resposta da laje LM-5 Faixas ao caminhar.</i>	<i>215</i>
<i>Figura 6.28 - Espectro de aceleração da laje LM-5 Faixas ao caminhar... ..</i>	<i>215</i>
<i>Figura 6.29 - Deslocamento da laje LM-5 Faixas ao caminhar.</i>	<i>216</i>
<i>Figura 6.30 - Resposta da laje LM-5 Faixas ao pular.....</i>	<i>217</i>
<i>Figura 6.31 - Espectro de aceleração da laje LM-5 Faixas ao pular.</i>	<i>217</i>
<i>Figura 6.32 - Deslocamento da laje LM-5 Faixas ao pular.....</i>	<i>218</i>

LISTA DE TABELAS

<i>Tabela 2.1 - Propriedades das lâminas do perfil utilizado.</i>	<i>47</i>
<i>Tabela 2.2 - Propriedades dos laminados que formam o perfil.</i>	<i>48</i>
<i>Tabela 2.3 - Propriedades elásticas a partir do modelo de Halphin-Tsai....</i>	<i>49</i>
<i>Tabela 2.4 - Vãos para o ensaio de flexão a três pontos.</i>	<i>50</i>
<i>Tabela 2.5 - Deslocamentos verticais obtidos para cada vão (mm).....</i>	<i>52</i>
<i>Tabela 2.6 - Propriedades elásticas dos perfis.</i>	<i>52</i>
<i>Tabela 2.7 - Propriedades elásticas finais dos perfis em estudo.</i>	<i>53</i>
<i>Tabela 2.8 - Comparação entre perfis de seções diferentes</i>	<i>53</i>
<i>Tabela 2.9 - Comparação entre as rigidezes dos perfis.</i>	<i>54</i>
<i>Tabela 2.10 - Deslocamentos verticais, no meio do vão, obtidos pelo modelo numérico.</i>	<i>56</i>
<i>Tabela 3.1 - Coeficientes da série de Fourier para carga dinâmica propostos por vários autores.</i>	<i>70</i>
<i>Tabela 4.1 - Propriedades da seção homogeneizada em PRFV.....</i>	<i>83</i>
<i>Tabela 4.2 - Esforços de projeto e últimos e coeficientes de segurança para a laje mista.</i>	<i>87</i>
<i>Tabela 4.3 - Módulos de elasticidade aparentes para as diversas análises.</i>	<i>106</i>
<i>Tabela 4.4 - Comparação entre resultados experimentais e analíticos para carga total última.</i>	<i>108</i>
<i>Tabela 5.1 - Propriedades do laminado que compõe as mesas e alma do perfil de PRFV.....</i>	<i>110</i>
<i>Tabela 5.2 - Propriedades da seção homogeneizada da laje mista LIAL. .</i>	<i>111</i>
<i>Tabela 5.3 - Informações sobre os voluntários dos ensaios preliminares.</i>	<i>113</i>
<i>Tabela 5.4 - Frequências fundamentais obtidas dos ensaios de impacto dos calcanhares.....</i>	<i>120</i>
<i>Tabela 5.5 - Fatores de amortecimento da laje LIAL.</i>	<i>120</i>
<i>Tabela 5.6 - Sensibilidade humana ao caminhar para a laje LIAL.</i>	<i>126</i>
<i>Tabela 5.7 - Sensibilidade humana ao pular para a laje LIAL.</i>	<i>132</i>
<i>Tabela 5.8 - Características dinâmicas da laje do estudo preliminar.</i>	<i>135</i>
<i>Tabela 5.9 - Resumo dos resultados para frequência fundamental da laje LIAL.....</i>	<i>141</i>
<i>Tabela 5.10 - Dados dos voluntários participantes dos ensaios.....</i>	<i>145</i>
<i>Tabela 5.11 - Frequência fundamental da laje LIAC-1 para os ensaios de impacto dos calcanhares.</i>	<i>151</i>
<i>Tabela 5.12 - Fatores de amortecimento para a laje LIAC-1.....</i>	<i>152</i>

<i>Tabela 5.13 - Frequência fundamental da laje LIAC-2 para os ensaios de impacto dos calcanhares.....</i>	<i>158</i>
<i>Tabela 5.14 - Fatores de amortecimento para a laje LIAC-2.</i>	<i>158</i>
<i>Tabela 5.15 - Sensibilidade humana aos ensaios de caminhar do protótipo LIAC-1.....</i>	<i>165</i>
<i>Tabela 5.16 – Sensibilidade humana aos ensaios de caminhar do protótipo LIAC-2.....</i>	<i>169</i>
<i>Tabela 5.17 - Sensibilidade humana aos ensaios de pular do protótipo LIAC-1.....</i>	<i>175</i>
<i>Tabela 5.18 - Sensibilidade humana aos ensaios de pular do protótipo LIAC-2.....</i>	<i>180</i>
<i>Tabela 5.19 - Características dinâmicas da laje mista LIAC.....</i>	<i>183</i>
<i>Tabela 5.20 - Resumo dos resultados para aceleração de resposta da laje LIAC ao caminhar (m/s^2).</i>	<i>191</i>
<i>Tabela 5.21 - Resumo dos resultados para aceleração de resposta da laje LIAC ao pular (m/s^2).</i>	<i>192</i>
<i>Tabela 6.1 - Frequências naturais e modos de vibração da laje LM-1 Faixa.</i>	<i>198</i>
<i>Tabela 6.2 - Frequências naturais e modos de vibração da laje LM-3 Faixas.</i>	<i>206</i>
<i>Tabela 6.3 - Frequências naturais e modos de vibração da laje LM-5 Faixas.</i>	<i>213</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

$[T]$	Matriz de transformação de coordenadas
$[I]$	Matriz identidade
E_1	Módulo de elasticidade longitudinal
E_2	Módulo de elasticidade transversal
G_{12}	Módulo de elasticidade cisalhante
ν_{12}	Coefficiente de Poisson
$[\varepsilon]$	Tensor de deformações
$[A]$	Matriz de rigidez extensional
z_k	Espessura da lâmina
K_y	Coefficiente de cisalhamento
t_f	Espessura das mesas do perfil de PRFV
t_w	Espessura da alma do perfil de PRFV
v	Deslocamento vertical total
L	Distância total entre apoios
r	Raio de giração
(L/r)	Índice de esbeltez
A	Área da seção transversal
P	Carga aplicada
E	Módulo de elasticidade
G	Módulo de cisalhamento
I	Momento de inércia da seção transversal
ξ	Fator de amortecimento
Δt	Intervalo de tempo
F_p	Carregamento resultante
n	Número de harmônicos do carregamento dinâmico
α	Coefficiente dinâmico

f_p	Frequência do passo
G_p	Peso da pessoa
ϕ_i	Diferença de fase entre o i-ésimo harmônico e o primeiro
f_{mi}	Fator de majoração do impacto do calcanhar
q	Carregamento distribuído
f_s	Fator de forma da seção transversal
Q	Momento estático
γ_c	Peso específico do concreto
γ_{PRFV}	Peso específico do PRFV
γ_{EPS}	Peso específico do EPS
$F_{d,ser}$	Solicitação em serviço
$F_{d,ult}$	Solicitação última
E_c	Módulo de elasticidade do concreto
E_{PRFV}	Módulo de elasticidade do PRFV considerando material isotrópico equivalente
G_{PRFV}	Módulo de cisalhamento do PRFV considerando material isotrópico equivalente
n_m	Relação entre o módulo de elasticidade do concreto e do PRFV
x	Profundidade da linha neutra
M_d	Momento fletor de cálculo
ϕ_b	Coefficiente de segurança para a flexão
M_u	Momento fletor último
V_d	Esforço cortante cálculo
ϕ_s	Coefficiente de segurança para o cisalhamento
V_u	Esforço cortante último
E_a	Módulo de elasticidade aparente
D	Relação entre o deslocamento do carregamento

	dinâmico e o deslocamento do carregamento estático
<i>LIAL</i>	Laje mista concreto/perfis I de abas largas
<i>LIAC</i>	Laje mista concreto/perfis I de abas curtas

1 INTRODUÇÃO

O concreto armado e protendido vêm dominando o cenário da construção civil nas últimas décadas por ter bom desempenho estrutural, facilidade de execução de formas diversas, o baixo custo do aço e do concreto e principalmente pelo amplo conhecimento e experiência dos engenheiros em projeto e construção com esses materiais.

Contudo, em ambientes com grande agressividade, as estruturas de concreto, principalmente concreto armado, apresentam grandes deteriorações com o passar do tempo, podendo comprometer a utilização da estrutura. Para solucionar esse problema costuma-se reforçar a estrutura, principalmente pontes e passarelas, muitas vezes empregando-se materiais compostos avançados.

Dentre os materiais compostos avançados, os engenheiros civis brasileiros têm manifestado interesse na utilização dos plásticos reforçados com fibras (PRF), por apresentarem características favoráveis como leveza, alta resistência e rigidez específica, e resistência à corrosão e à fadiga.

Estas características levaram engenheiros de todo o mundo a utilizar o PRF não apenas para reforço como também para estruturas novas, principalmente para estruturas situadas em orlas marítimas ou em meio agressivo. Pode-se citar como aplicações de PRF a sistemas estruturais de passarelas: a passarela estaiada construída no *campus* da Universidade da Califórnia, *San Diego* (UCSD), Figura 1.1 (a), a passarela *Aberfeldy Footbridge*, na Escócia, Figura 1.1 (b) e uma passarela em *Kolding*, Dinamarca, Figura 1.1 (c).

A partir da década de 90 os engenheiros e pesquisadores despertaram para os benefícios de se combinar o concreto com materiais PRF. Enquanto os PRF fornecem a resistência à tração e podem ser usados como fôrma permanente para o concreto, este último proporciona a resistência à compressão e a estabilidade do conjunto. Assim tira-se proveito das características favoráveis do PRF e do concreto e reduz-se o custo total da obra, em comparação com sistemas constituídos apenas de materiais PRF.

Seguindo a linha de pesquisa de novos sistemas estruturais, combinando o PRF com o concreto, a Universidade Federal de Santa Catarina vem desenvolvendo um sistema de laje mista em concreto/perfis de PRF, para utilização em passarelas. Essa laje mista é

composta por uma capa de concreto reforçado com fibras apoiada em dois perfis I de PRF, Figura 1.2.



Foto: Frieder Seible

(a)



Foto: Bob Cortright

(b)



Foto: Per Wåhlin

(c)

Figura 1.1 - Aplicações de materiais compostos avançados em passarelas.

(a) Scripps I. O., UCSD, EUA; (b) Aberfeldy, Escócia
(www.pwpeics.se/scotland.htm) e (c) Kolding, Dinamarca
(www.pwpeics.se/denmark.htm).

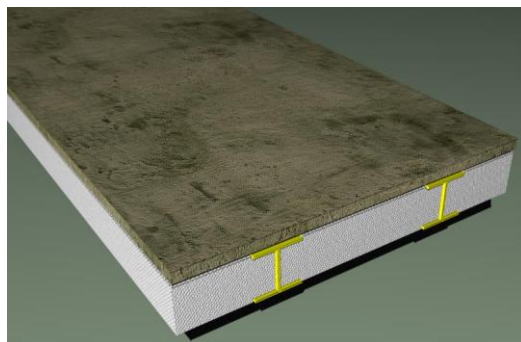


Figura 1.2 - Laje mista concreto/perfis de PRF.

Este avanço tecnológico no campo dos materiais, o desenvolvimento de novos sistemas estruturais e as exigências de mercado têm proporcionado o surgimento de estruturas mais leves e esbeltas e com vãos maiores. Dessa forma, essas estruturas podem ser sensíveis a carregamentos dinâmicos.

Somado a isso, na prática corrente de projeto, os engenheiros estruturais limitam-se em geral a proceder a uma análise estática da estrutura, substituindo os carregamentos dinâmicos por estáticos

equivalentes. A vida útil da estrutura geralmente não é comprometida, entretanto o conforto do usuário fica limitado pelo surgimento de vibrações, principalmente em lajes e passarelas.

Essas vibrações em lajes e passarelas podem ter diferentes fontes como: tráfego de veículos pesados em vias circunvizinhas, explosões, terremotos, equipamentos de construções próximas ou máquinas instaladas no edifício. Por outro lado, tem-se percebido um aumento considerável dos problemas associados à vibração proveniente de excitações dinâmicas induzidas por pessoas.

Atividades como caminhar, correr, pular e dançar podem causar vibrações excessivas, dependendo da concepção estrutural. Essas vibrações podem causar desconforto, pânico, perda de eficiência no trabalho e danos à saúde.

1.1 Justificativa

Nos últimos anos, houve um aumento significativo das vibrações em lajes e passarelas causadas por atividades humanas. O exemplo recente mais famoso é o da Millennium Bridge, passarela localizada em Londres, onde em sua inauguração, no dia 10 de junho, entrou em ressonância (frequência de excitação próxima à frequência natural da estrutura) devido ao tráfego da multidão. O problema da Millennium Bridge atraiu mais de 1000 artigos impressos e 150 transmissões de notícias na mídia em todo o mundo (ZIVANOVIC, 2004).

Este não é o único caso de passarela que apresentou vibrações excessivas, tanto que em 2002 realizou-se em Paris uma conferência internacional sobre o problema, intitulado *Footbridge 2002*.

Diante de tudo isso, fica claro que os estados-limites de utilização, associados às vibrações excessivas, devem ser analisados de forma mais cuidadosa, buscando alternativas viáveis para minimizar os efeitos de vibrações induzidas por atividades humanas. As simplificações de análise, como substituir o carregamento dinâmico por um estático equivalente, indicados em muitas normas, devem ser usados cautelosamente.

Esta dissertação insere-se em um projeto de pesquisa intitulado *Laje Mista de Concreto e Perfis Pultrudados de PRFV – Aplicação em Tabuleiros de Passarelas*, que visa desenvolver um sistema estrutural alternativo de laje para tabuleiros de passarelas. Na primeira fase do projeto foi estudado o comportamento à flexão da laje mista, tanto

numérica como experimentalmente, submetida a cargas estáticas. Santos Neto (2006) e La Rovere e Santos Neto (2007) demonstraram que, devido ao baixo valor dos módulos de elasticidade dos perfis de PRFV e do concreto, o limite de deflexões máximas tende a governar o dimensionamento da laje mista sob flexão.

Tendo em vista a flexibilidade e esbeltez desta laje mista, é fundamental estudar o seu comportamento dinâmico para verificação da segurança da laje sob vibrações induzidas por atividades humanas. Além disso, a caracterização dinâmica (obtenção das frequências naturais e modos de vibração) da laje mista é importante para o monitoramento da estrutura ao longo do tempo com o intuito de avaliar sua rigidez e possível ocorrência de danos estruturais, principalmente por se tratar de um novo material.

Assim sendo, em continuidade ao projeto de pesquisa anterior, será realizado nesta segunda fase do projeto o estudo de vibração da laje mista submetida a solicitações dinâmicas provenientes de atividades humanas, objeto desta dissertação e, paralelamente (em outra dissertação de mestrado no PPGEC da UFSC) será feita a verificação da laje submetida a cargas concentradas, estudando-se a punção no concreto e o cisalhamento nos perfis pultrudados.

1.2 Objetivos

O objetivo geral do presente estudo é avaliar o desempenho estrutural de uma laje mista composta de concreto e perfis pultrudados de PRFV, verificando o nível de vibrações induzidas por solicitações dinâmicas de cargas móveis, com ênfase no caminhar e pular dos pedestres.

Dentro deste objetivo geral, podem-se destacar os seguintes objetivos específicos:

- Investigar o comportamento da laje mista submetida à flexão sob carregamento estático, por meio de análise numérica de elementos finitos e ensaios experimentais em protótipos de uma fatia representativa da laje;
- Obter as frequências naturais e modos de vibração da laje mista, por meio de análise numérica por elementos finitos;
- Obter as frequências naturais da laje mista por meio de ensaios experimentais;

- Investigar o desempenho estrutural dinâmico do comportamento da laje mista submetida a cargas dinâmicas provenientes do caminhar e pular dos pedestres, por meio de análise numérica por elementos finitos e ensaios experimentais em protótipos da laje;
- Analisar os resultados numéricos e experimentais e estabelecer recomendações para o dimensionamento e verificação de segurança da laje mista em estudo com relação ao controle de vibrações.

1.3 Estrutura da dissertação

Esta dissertação está estruturada em 7 capítulos, incluindo a introdução e as referências bibliográficas, acrescidos de 6 anexos.

O Capítulo 2 apresenta a revisão bibliográfica referente aos Materiais Compostos, sua composição e seu emprego em conjunto com o concreto para tabuleiros de pontes e passarelas. Mostram-se, também, os procedimentos de obtenção das propriedades elásticas dos perfis pultrudados, sendo os detalhes apresentados nos Anexo.A e C.

No Capítulo 3, apresenta-se uma revisão sobre vibrações em passarelas, sendo mostrada a função que define o ato de caminhar e pular das pessoas. A revisão bibliográfica referente a Dinâmica das Estruturas, com a dedução de algumas equações dinâmicas fundamentais para a análise da laje mista, é mostrada no Anexo B.

No Capítulo 4 inicia-se o estudo da laje mista. Mostra-se o procedimento de dimensionamento e o comportamento da laje quando submetida à flexão por meio de carregamentos estáticos, obtendo-se a rigidez para este sistema de laje por meio de métodos analítico, experimental e numérico.

O comportamento dinâmico da laje mista é analisado no Capítulo 5. No programa experimental são mostrados os ensaios dinâmicos para obtenção da frequência fundamental da estrutura (*impacto dos calcanhares*), bem como os ensaios de caminhar e pular sobre a laje. Além da análise experimental, faz-se também uma análise numérica de elementos finitos, simulando-se as mesmas condições dos ensaios.

O Capítulo 6 apresenta a extrapolação da análise dinâmica numérica para o sistema de lajes mistas de vãos maiores.

Finalmente, no Capítulo 7, são apresentadas algumas conclusões, sugestões e recomendações para trabalhos futuros.

2 MATERIAIS COMPOSTOS

Neste item descrevem-se os materiais compostos avançados, sua composição, propriedades, processos de fabricação e sua aplicação em engenharia.

Segundo Mosallam (2002), o grande sucesso da aplicação dos materiais compostos avançados se deve, principalmente, às suas características únicas e atrativas, listadas a seguir:

- excelente resistência à agressividade ambiental;
- capacidade de absorver vibrações sob cargas de terremoto;
- transparência eletromagnética;
- baixo valor do coeficiente de dilatação térmica;
- pigmentabilidade;
- alta durabilidade e pouca manutenção;
- leveza e facilidade de manuseio;
- alta resistência específica (resistência/massa específica) e rigidez específica;
- características de projeto específicas para o material;
- alta resistência à fadiga.

Além do emprego como reforço estrutural, a partir da década de 90, os engenheiros civis passaram a utilizar os materiais compostos como sistema estrutural de novas obras utilizando as características únicas desses materiais para produzir um sistema estrutural otimizado e com custos mínimos de fabricação.

Dentre os materiais compostos avançados, a engenharia civil tem mostrado interesse crescente na utilização dos Polímeros Reforçados com Fibras (PRF) como elementos estruturais de pontes e passarelas.

Santos Neto (2006) expõe, também, que nos últimos anos vem crescendo a utilização de um novo conceito em sistema estrutural combinando as características principais dos compostos avançados com o concreto.

Contudo, os materiais compostos avançados também apresentam desvantagens se comparados com os materiais tradicionais, como o aço. Pode-se destacar, no caso de compostos com fibras de vidro, o baixo módulo de elasticidade, a fraca resistência à abrasão, a ruptura frágil e seu custo elevado, se comparado com materiais convencionais.

No Brasil, os engenheiros civis também têm manifestado interesse na utilização do PRF. Esse composto é constituído basicamente por duas fases. A primeira, que consiste das fibras (fase dispersa) é o

componente estrutural, apresentando grande resistência e elevado módulo de elasticidade. A segunda, contínua, que é a matriz de resina polimérica (fase contínua) é o componente matricial, sendo macia e tendo características sinérgicas. Essa última, sendo relativamente dúctil, envolve completamente a primeira fase, permitindo a boa transferência de tensões entre as fibras.

Os compostos têm comportamento anisotrópico, não apresentando patamar de escoamento e comportam-se como materiais perfeitamente elásticos até a ruptura (COMMITTEE ACI 440R, 1996). Suas propriedades elásticas são determinadas experimentalmente por meio de ensaios em corpos-de-prova representativos do produto final, ou então podem ser estimadas a partir das propriedades dos componentes individuais, da porcentagem de cada fase, das orientações das fibras nas lâminas e da composição das lâminas, por meio da teoria da Micromecânica (Regra das Misturas) e da Macromecânica (Teoria Clássica da Laminação). Essas propriedades estão diretamente ligadas às propriedades das fibras e da resina polimérica que o constituem.

O Anexo A traz uma breve revisão bibliográfica sobre os materiais compostos, bem como o procedimento para obtenção das propriedades estimadas considerando-se o material ortotrópico e os aspectos teóricos dos ensaios experimentais para obtenção das propriedades considerando-se o material isotrópico equivalente.

2.1 O PRF aplicado em pontes e passarelas

A aplicação do PRF na Engenharia Civil ainda é muito limitada devido principalmente ao seu custo elevado. Contudo Seible e Karbhari (1996) destacam uma mudança nesse quadro, principalmente devido aos seguintes fatores:

- Os avanços nos processos de fabricação dos PRF por pultrusão;
- A demanda reduzida de materiais compostos reforçados com fibras de carbono ou aramida na indústria militar; a expansão do uso de fibras no mercado altamente competitivo da indústria de artigos esportivos e as perspectivas de utilização no setor civil;
- Projetos de sistemas estruturais constituídos destes novos materiais juntamente com materiais estruturais convencionais.

Além disso, a utilização do PRF nos sistemas estruturais de pontes e passarelas tem recebido uma maior atenção nestes últimos anos

em função das suas vantagens quando comparadas com o concreto armado e protendido (BAKIS *et al.*, 2002).

Santos Neto (2006) relata que a América do Norte tem investido pesado na recuperação e reforço de pontes rodoviárias. A literatura indica em geral as seguintes deficiências como agentes da degradação dessas estruturas:

- desgaste natural ou acelerado em ambientes agressivos;
- aumento da carga de tráfego;
- detalhamentos inadequados na fase de projeto;
- manutenção inadequada ou inexistente;
- deterioração dos tabuleiros devido ao sal empregado nos ciclos de gelo/degelo;
- abrasão causada pela água corrente nas infra-estruturas de pontes em leitos de rios;
- corrosão de elementos estruturais metálicos;
- corrosão de armaduras no concreto estrutural;
- problemas de resposta dinâmica sob cargas de ventos fortes; e
- envelhecimento dos materiais.

Segundo Bakis *et al.* (2002), a substituição dos tabuleiros de pontes nos projetos de recuperação e reforço, apresenta-se como a oportunidade para a redução do peso próprio das estruturas possibilitando, desta maneira, o aumento da carga acidental da construção. Os tabuleiros construídos em PRF mostram-se como uma alternativa ideal para este problema, apresentando as seguintes vantagens:

- baixo peso próprio (menos de 1/3 do peso de um tabuleiro de concreto);
- resistência à corrosão;
- bom desempenho à fadiga;
- rapidez de montagem, reduzindo os custos de construção e interrupção do tráfego.

No mercado americano, o grande impulso no emprego dos compostos avançados se deu nos últimos anos com o emprego do PRF na substituição de tabuleiros, como o ocorrido na *Chemung Country Bridge*, localizada em Nova York, como relata Mosallam (2002), Figura 2.1. Essa ponte treliçada em aço foi construída em 1940 e possui 42,7 m de comprimento e 7,32 m de largura e sua média diária de tráfego é de 3.250 veículos, no qual 7% são caminhões.

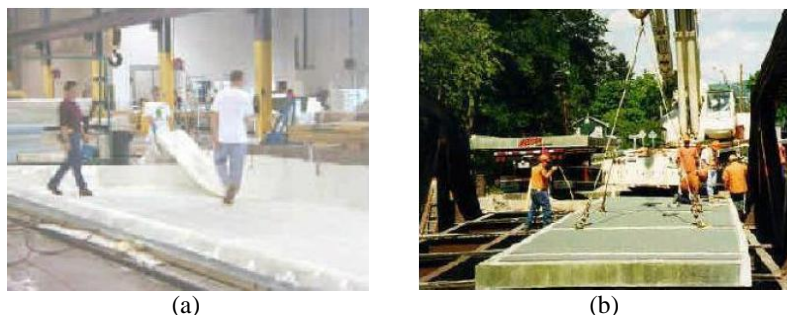


Figura 2.1 - Fabricação (a) e instalação do tabuleiro da ponte *Chemung Country Bridge*.

Fonte: Mosallam (2002)

A maioria das passarelas em PRF foi construída nos EUA, inicialmente em áreas de difícil acesso ou ambientalmente restritas onde não era necessário o emprego de equipamentos pesados, algumas delas montadas em fábricas e depois levadas até o local de instalação (SANTOS NETO, 2006).

Segundo Tang *apud* Santos Neto (2006), a primeira ponte construída nos EUA totalmente em perfis pultrudados data de 1996 em Russel, Kansas. Os elementos estruturais dessa ponte foram fabricados por laminação, em construção sanduíche com enchimento celular e fixados com resina epóxi.

O interesse dos Estados Unidos no incentivo a projetos de passarelas em materiais compostos pode ser visto na *Antioch Composite Pedestrian Bridge*, Figura 2.2, localizada em um campo de golfe na cidade de Antioch, Illinois. Possui 11,43 m de comprimento e 2,54 m de largura e foi construída com perfis pultrudados em fibras de vidro e resina viniléster. As vigas principais foram projetadas em seção *I* a partir da composição de perfis *C*. Essa passarela possui monitoramento contínuo para verificação do comportamento ao longo do tempo do PRF exposto a condições ambientais naturais (JOHANSEN *apud* SANTOS NETO, 2006).

Em Ohio foi instalada em maio de 1997 a *Lauren Lick Bridge* totalmente projetada em PRF (vigas longarinas, estacas e pilares), Figura 2.3. A ponte possui seção transversal otimizada levando a uma alta relação resistência/peso e com o direcionamento da orientação das fibras conseguiu-se alcançar um vão com seis vezes mais capacidade de carga,

em comparação com uma ponte de concreto, com 20% do seu peso (OWENS CORNING *apud* SANTOS NETO, 2006).



Figura 2.2 - Passarela *Antioch Composite Pedestrian Bridge*.
Fonte: Johansen *apud* Santos Neto (2006).



Figura 2.3 - Instalação da ponte *Lauren Lick Bridge*.
Fonte: Owens Corning *apud* Santos Neto (2006).

Na Europa os principais exemplos de passarelas construídas em PRFV são a *Aberfeldy Footbridge*, Figura 2.4, construída na Escócia, uma passarela sobre via férrea construída na Dinamarca, Figura 2.5 e a passarela *Schwerin*, Figura 2.6, construída na Alemanha, todas projetadas em cabos estaiados e perfis pultrudados.

A *Aberfeldy Footbridge*, construída em 1992 na cidade de *Aberfeldy* – Escócia, é considerada a maior passarela construída com perfis pultrudados, possuindo 2 m de largura e 114 m de comprimento, com um vão livre principal de 63 m (BAKIS *et al.*, 2002).



Figura 2.4 - Passarela *Aberfeldy Footbridge*, Escócia.

Fonte: www.pwpeics.se/scotland.htm

A passarela construída na Dinamarca, na cidade de *Kolding*, mede 40 m de comprimento e 3 m de largura e foi projetada para suportar cargas de até 5 kN/m², permitindo a passagem de motocicletas e veículos removedores de neve.

Na Alemanha em 2003, na rodovia federal B106 próxima a cidade de *Schwerin*, foi construída a passarela *Schwerin* com 45 m de comprimento e 3 m de largura.

Além dos fatores listados anteriormente, o que também vem impulsionando o emprego do PRF são os novos conceitos e sistemas estruturais que combinam as características favoráveis dos materiais compostos com as características de resistência a compressão do concreto.



Figura 2.5 - Passarela com cabos estaiados sobre via férrea, Dinamarca.

Fonte: www.pwpeics.se/denmark.htm



Figura 2.6 - Passarela Schwerin, Alemanha.

Fonte: Creative Pultrusions *apud* Santos Neto (2006).

Um destes novos conceitos trata da construção de novos sistemas estruturais para pontes e passarelas que funcionam ao mesmo tempo como fôrmas permanentes e armadura para elementos de concreto, o que elimina não apenas a necessidade da armadura de aço interno como a remoção das fôrmas.

Utilizando este novo conceito, o professor Frieder Seible projetou uma passarela/ciclovía em estrutura mista PRFV/concreto, Figura 2.7. Construída no campus da Universidade da Califórnia, em *San Diego* (UCSD), utiliza cabos de estais em aço, tabuleiro misto em painéis de PRFV recoberto com uma capa de concreto com adição de fibras curtas

de polipropileno. As vigas longarinas e o pilar possuem seção tubular em fibra de carbono e preenchidos com concreto.



Figura 2.7 - Passarela construída na Universidade da Califórnia.

Foto: Frieder Seible.

2.2 Perfis de PRFV utilizados neste estudo

Os perfis pultrudados de PRF utilizados neste estudo foram doados por uma empresa, localizada no município de São José dos Campos/SP. Os perfis apresentam em sua composição resina do tipo Poliéster Isoftálica e reforços de fibra de vidro (PRFV), em fração de volume de 60%.

A seção dos perfis foi escolhida em função da disponibilidade da empresa no fornecimento do mesmo. Assim adotou-se um perfil I de abas curtas, com as dimensões indicadas na Figura 2.8.

Os laminados que formam as mesas e a alma deste perfil são formados por cinco lâminas, como ilustram a Figura 2.9. Admite-se que as lâminas de manta de fios contínuos são isotrópicas e que as lâminas formadas por *rovings* são ortotrópicas, sendo que os eixos 1 e 2 da lâmina coincidem com os eixos x e y do laminado. Assim sendo, não é necessário aplicar-se a transformação de coordenadas, sendo $[T] = [I]$ em todas as lâminas.

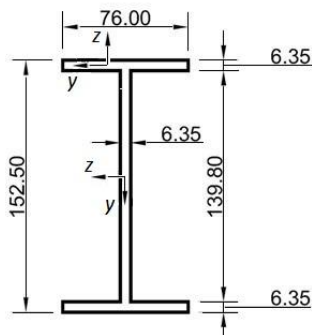


Figura 2.8 - Dimensões do perfil pultrudado em estudo.

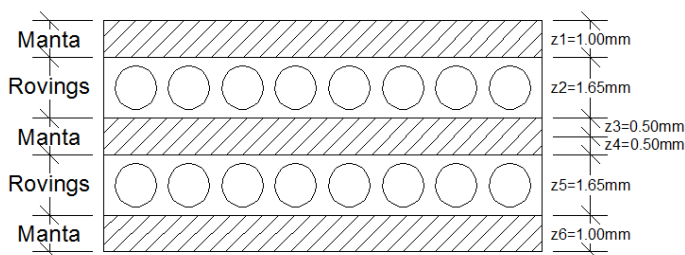


Figura 2.9 - Esquema do laminado que forma o perfil.

A Tabela 2.1 traz os valores das propriedades das lâminas, indicadas na Figura 2.9. As propriedades da lâmina de manta de fios contínuos foram fornecidas pelo fabricante, enquanto que as propriedades da lâmina de *rovings* foram calculadas por meio da Regra da Mistura (Anexo C).

Tabela 2.1 - Propriedades das lâminas do perfil utilizado.

Camada	E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	ν_{12}	G_{12} (GPa)
Manta	7,00	7,00	0,401	2,50
Rovings	44,34	6,53	0,272	2,38

Supondo que os laminados estejam submetidos apenas a deformações específicas no plano xy , Figura 2.10, da superfície média

do laminado (curvaturas são nulas), a Equação (A.36), indicada no Anexo A, se reduz a:

$$[N] = [A][\varepsilon^0] \quad (2.1)$$

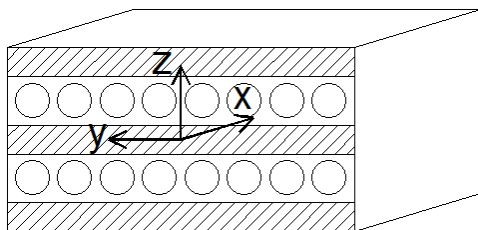


Figura 2.10 – Representação dos eixos coordenados dos laminados.

Chamando de $[H]$ a matriz inversa de $[A]$, obtém-se as propriedades do laminado conforme as Equações (2.2).

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{1}{h.H_{11}} & E_y &= \frac{1}{h.H_{22}} & G_{xy} &= \frac{1}{h.H_{33}} \\ \nu_{yx} &= -\frac{H_{12}}{H_{11}} & \nu_{xy} &= \nu_{yx} \frac{E_x}{E_y} \end{aligned} \quad (2.2)$$

onde h é a espessura total do laminado.

Utilizando as Equações (2.2) e as propriedades descritas na Tabela 2.1, obtiveram-se as propriedades do laminado indicadas na Tabela 2.2. Mais detalhes podem ser vistos no Anexo C.

Tabela 2.2 - Propriedades dos laminados que formam o perfil.

E_x (GPa)	E_y (GPa)	G_{xy} (GPa)	ν_{xy}
26,73	7,19	2,44	0,341

Contudo, segundo Kaw (1997), o resultado do módulo de cisalhamento G_{xy} fornecido pela Equação (2.2) não está de acordo com resultados experimentais. O autor recomenda, nesse caso, a utilização de modelos semi-empíricos, como o de Halphin-Tsai.

Para o perfil estudado nesta pesquisa, o módulo de elasticidade transversal e o módulo de cisalhamento, utilizando-se o método de Halphin-Tsai, estão apresentados na Tabela 2.3.

Tabela 2.3 - Propriedades elásticas a partir do modelo de Halphin-Tsai.

E_y (GPa)	G_{xy} (GPa)
12,32	3,82

O módulo de cisalhamento indicado na tabela acima será utilizado para a determinação da resistência ao cisalhamento dos perfis (Anexo D). Para todas as outras finalidades serão utilizadas as propriedades indicadas na Tabela 2.2.

Estas propriedades serão utilizadas nos modelos numéricos do perfil submetido ao ensaio de flexão a três pontos, descrito no item a seguir e, da laje mista de concreto/perfis de PRFV apresentados nos capítulos 4 e 5.

2.3 Rigidez à flexão dos perfis pultrudados

A seguir avalia-se a rigidez à flexão dos perfis de PRFV utilizados neste trabalho (Figura 2.8) de duas maneiras:

- (i) Método experimental de flexão a três pontos, baseado na TVT (descrita no item anterior), considerando o material isotrópico equivalente; e
- (ii) Método numérico de elementos finitos, modelando-se as paredes dos perfis por elementos de casca fina, considerando material ortotrópico.

(i) Método experimental

Em seus estudos, Bank (1989) e Santos Neto (2006) realizaram ensaios de flexão a três pontos em perfis pultrudados variando-se o vão de forma que o parâmetro $(L/r)^2$ resultasse em 100, 200, 300 e 400.

No presente estudo, a altura da seção transversal do perfil e as limitações do equipamento de ensaio limitaram os valores do vão em $(L/r)^2$ igual a 100, 150, 200 e 250. Assim, são realizados ensaios de flexão a três pontos em quatro perfis de 1,20 m de comprimento, para os quatro valores de vão mostrados na Tabela 2.4.

Os ensaios foram realizados no Laboratório de Experimentação de Estruturas (LEE) do Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC).

Tabela 2.4 - Vãos para o ensaio de flexão a três pontos.

$(L/r)^2$	100	150	200	250
Distância entre apoios (m)	0,60	0,73	0,84	0,94

A carga foi aplicada por meio de uma prensa hidráulica marca *Mohr e Federhaff AG* com capacidade de 200 kN e lida por uma célula de carga, marca *Kratos*, de capacidade 50 kN, ligada a um microcomputador por meio de um sistema de aquisição de dados, *HBM/Spider 8* com 4 canais (programa: *Catman 4.0*). O deslocamento vertical no meio do vão foi calculado pela média dos valores medidos por dois Transdutores Lineares de Deslocamento (LVDT), marca *HBM WA-20*, com campo de leitura de 20 mm, dispostos um em cada face lateral do perfil e apoiados em uma régua de alumínio fixada na altura da linha neutra sobre os apoios. Os LVDTs também foram ligados ao sistema de aquisição de dados. O esquema de ensaio é mostrado na Figura 2.11.

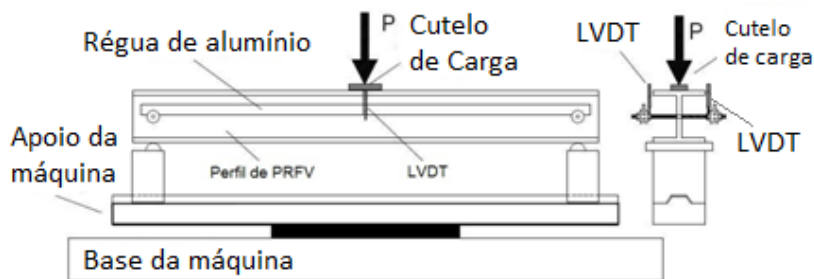


Figura 2.11 - Esquema do ensaio de flexão a três pontos.

O objetivo de apoiar os LVDTs na régua de alumínio é para evitar que deslocamentos na região dos apoios sejam computados nas leituras dos transdutores, permitindo a medida direta do deslocamento vertical no centro da viga. Além disso, o uso deste sistema elimina os deslocamentos externos resultantes do esmagamento do corpo-de-prova na região dos apoios.

Antes do início dos ensaios, escolheu-se que os deslocamentos seriam tomados para dois carregamentos: 5 kN e 10 kN. Esses valores foram escolhidos a partir da verificação do Estado Limite de Serviço (ELS) e Estado Limite Último (ELU) do perfil para garantir-se o comportamento elástico-linear durante o ensaio, de modo que a carga utilizada seja o menor valor entre 1/3 da carga de ruptura e 1/2 carga máxima de utilização. Mais detalhes dessa verificação são mostrados no Anexo C. Além da escolha desses dois carregamentos, arbitrou-se a taxa de aplicação do carregamento em 3,5 kN/min, mesmo valor utilizado por SANTOS NETO (2006).

Em um ensaio preliminar foi utilizado um cutelo rotulado para a aplicação da carga, mas o perfil apresentou ruptura localizada no flange superior, na região de aplicação da carga, devido à pequena espessura do mesmo. Para evitar esse problema nos demais ensaios, o cutelo de carga foi girado em 90°, sendo disposto longitudinalmente e distribuindo-se a carga em uma área de 80cm². A Figura 2.12 mostra a realização do ensaio para dois valores de $(L/r)^2$.

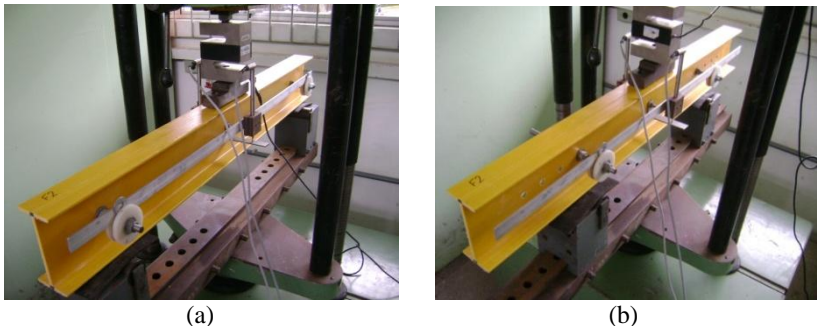


Figura 2.12 - Ensaio à flexão dos perfis PRFV.

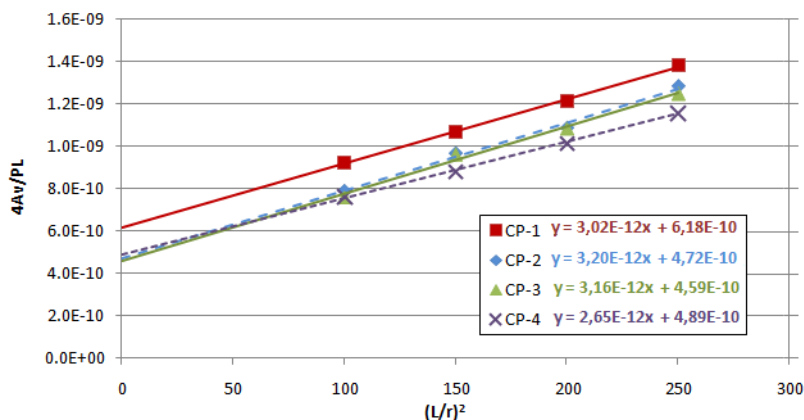
(a) valor de $(L/r)^2 = 250$ e (b) valor de $(L/r)^2 = 100$.

A Tabela 2.5 traz as médias das três medições de deslocamentos verticais obtidos pela média dos dois LVDTs para cada perfil ensaiado.

Aplicando-se a Equação (A.43), Anexo A, para os valores da tabela acima, pode-se traçar o gráfico $4Av/PL$ versus $(L/r)^2$ para os quatro perfis, Figura 2.13.

Tabela 2.5 - Deslocamentos verticais obtidos para cada vão (mm)

$(L/r)^2$	Carga (kN)	CP-1	CP-2	CP-3	CP-4
100	5,0	0,3693	0,3155	0,3039	0,3042
	10,0	0,7508	0,6419	0,6161	0,6159
150	5,0	0,5215	0,4688	0,4687	0,4230
	10,0	1,0662	0,9703	0,9582	0,8895
200	5,0	0,6803	0,6015	0,6036	0,5691
	10,0	1,4058	1,2729	1,2608	1,1700
250	5,0	0,8636	0,8005	0,7825	0,7258
	10,0	1,7877	1,6661	1,6091	1,4964

**Figura 2.13 - Gráfico $(4A_v/PL)$ versus $(L/r)^2$.**

Os valores do módulo de elasticidade longitudinal (E) e de cisalhamento (G), para cada perfil, são obtidos aplicando-se as Equações (A.44) e (A.45), conforme definido no Anexo A. Os resultados são mostrados na Tabela 2.6.

Tabela 2.6 - Propriedades elásticas dos perfis.

	CP-1	CP-2	CP-3	CP-4
E (GPa)	27,57	26,08	26,34	31,43
G (GPa)	3,23	4,23	4,35	4,09

Fazendo-se uma análise estatística dos valores da Tabela 2.6, o valor do módulo de elasticidade longitudinal E do perfil CP-4 é considerado espúrio, o mesmo ocorrendo com o valor do módulo de cisalhamento G do perfil CP-1. Assim, esses dois perfis não foram

considerados no cálculo das médias das propriedades elásticas, indicadas na Tabela 2.7.

Santos Neto (2006) fez o mesmo tipo de análise para 2 perfis I de abas largas de PRFV, com seção transversal indicada na Figura 2.26, que era a fabricada anteriormente pela mesma empresa que forneceu os perfis para o presente estudo.

Tabela 2.7 - Propriedades elásticas finais dos perfis em estudo.

Propriedade	Média
Módulo de elasticidade longitudinal E (GPa)	26,21
Módulo de cisalhamento G (GPa)	4,29

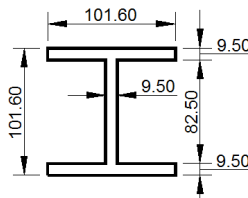


Figura 2.14 - Dimensões (mm) do perfil analisado por Santos Neto (2006).

As propriedades elásticas obtidas por Santos Neto (2006), bem como algumas características da seção, são comparadas com os valores obtidos no presente estudo na Tabela 2.8.

Tabela 2.8 - Comparação entre perfis de seções diferentes

	Abas curtas	Abas largas (Santos Neto, 2006)
Dimensões (mm)	152,5 x 76,0 x 6,35	101,6 x 101,6 x 9,525
Área (cm ²)	18,53	27,22
Inércia (cm ⁴)	660,319	456,33
Coef. de forma (K_y)	0,501	0,322
Módulo E (GPa)	26,21	32,86
Módulo G (GPa)	4,29	2,67

Com os dados da tabela acima é possível calcular a rigidez à flexão EI_y e a rigidez ao cisalhamento GK_yA para as duas seções diferentes. Esses valores são mostrados na Tabela 2.10. Nota-se que

apesar do perfil com abas curtas possuir módulo de elasticidade longitudinal menor, sua rigidez à flexão é maior pelo fato de possuir momento de inércia superior. Já para o caso da rigidez ao cisalhamento, o perfil de abas curtas mostra-se melhor devido ao módulo de cisalhamento ser maior, apesar de ter sua área reduzida.

Tabela 2.9 - Comparação entre as rigidezes dos perfis.

	EI_y (kNm ²)	GK_yA (kN)
Perfil abas largas	149,95	2340,21
Perfil abas curtas	173,07	3981,35

Na comparação entre as rigidezes, o perfil de abas curtas mostrou ser mais econômico, por apresentar menor área, menor peso e rigidezes maiores. Entretanto, esse perfil mostrou-se mais sensível a rupturas localizadas e efeitos de instabilidade global e local, por ter espessura das mesas e da alma menor do que o perfil de abas largas. Pode-se concluir então que deve-se ter muito cuidado na utilização de perfis de PRFV de paredes esbeltas, sendo o perfil de abas largas mais adequado para fins estruturais.

(ii) Modelo numérico de elementos finitos

A rigidez à flexão dos perfis de PRFV também foi avaliada por meio de uma análise numérica, usando-se o Método dos Elementos Finitos (MEF). Para possibilitar a comparação com a rigidez obtida experimentalmente, foram modeladas as vigas bi-apoiadas utilizadas nos ensaios de flexão a três pontos variando-se o vão.

O perfil foi modelado com elementos de casca fina de 4 nós, como mostra a Figura 2.15, utilizando-se as propriedades ortotrópicas equivalentes obtidas no item 2.5.4, Tabela 2.2. As análises foram executadas por meio do programa computacional SAP2000 (2009).

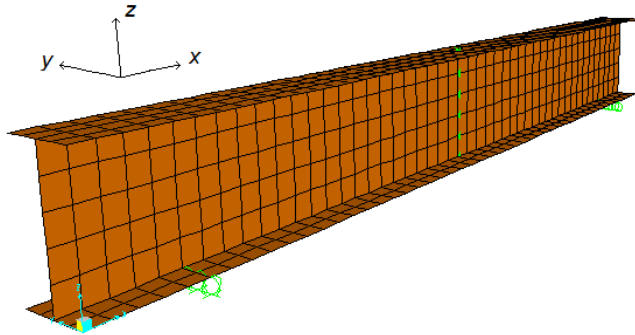


Figura 2.15 - Modelo de elementos finitos do perfil pultrudado.

As direções x e y das propriedades indicadas na Tabela 2.2 correspondem aos eixos globais de cada laminado que compõe o perfil pultrudado, conforme ilustrado na Figura 2.16.

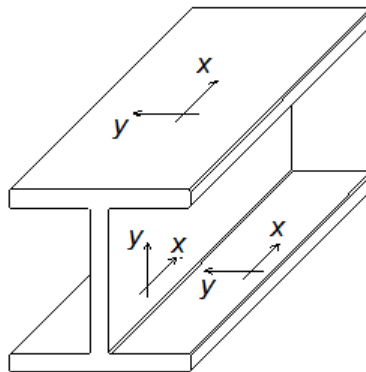


Figura 2.16 - Eixos locais dos laminados que compõem o perfil.

Considera-se que para a direção z o material é ortotropicamente equivalente à direção y . Assim, o módulo de elasticidade longitudinal vale $E_z = E_y = 7,19 \text{ GPa}$. Os módulos de cisalhamento G_{xz} e G_{yz} são considerados iguais aos valores da matriz (1,0 GPa), que foram fornecidos pelo fabricante. O mesmo vale para os coeficientes de Poisson ν_{xz} e ν_{yz} que também são considerados iguais aos da matriz (0,38).

Como trata-se de um material elástico-linear, modelou-se apenas a carga $P = 10 \text{ kN}$ e os vãos considerados são os mesmos usados no

método experimental (Tabela 2.4). Os deslocamentos verticais foram tomados no centro da seção transversal (linha neutra) e no meio do vão, decrescidos dos deslocamentos no centro da seção nos apoios. Assim pode-se comparar esses deslocamentos com aqueles obtidos nos ensaios experimentais. Os deslocamentos extraídos do modelo numérico estão mostrados na Tabela 2.10.

Neste trabalho aplicou-se, ainda, a mesma metodologia usada no método experimental para se extrair os módulos de elasticidade longitudinal e de cisalhamento da análise numérica, considerando-se o perfil formado de material isotrópico equivalente. A partir dos valores de deslocamentos mostrados na Tabela 2.10, obtidos para os diferentes vãos, traçou-se o gráfico $4Av/PL$ versus $(L/r)^2$ por meio da Equação (2.45), como ilustra a Figura 2.17.

Tabela 2.10 - Deslocamentos verticais, no meio do vão, obtidos pelo modelo numérico.

$(L/r)^2$	Carga (kN)	Deslocamentos Modelo EF
100	10,0	0,5927
150	10,0	0,9125
200	10,0	1,2248
250	10,0	1,5739

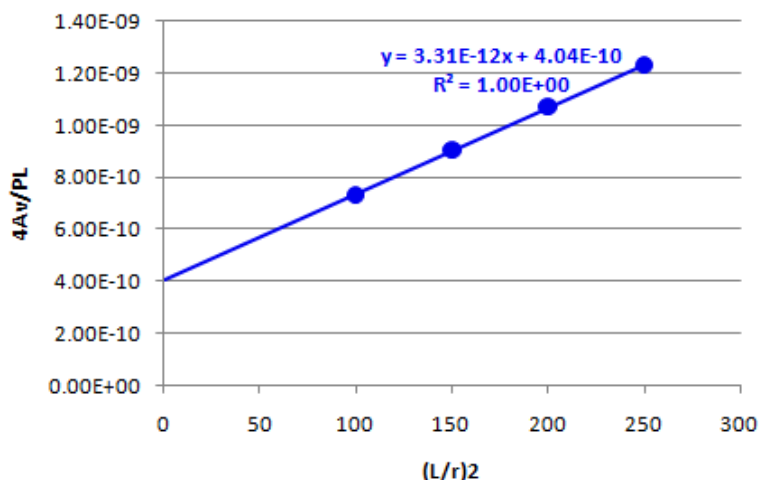


Figura 2.17 - Gráfico $(4Av/PL)$ versus $(L/r)^2$ do modelo de EF.

Aplicando-se as Equações (2.46) e (2.47) extrai-se então os valores dos módulos de elasticidade longitudinal $E = 25,20$ GPa e de cisalhamento $G = 4,94$ GPa do modelo numérico de EF, considerando-se o material do perfil como isotrópico equivalente.

A seguir, da Figura 2.18 até a Figura 2.21, comparam-se as rigidezes obtidas experimental e numericamente por meio dos gráficos carga (P) *versus* deslocamento vertical (v) no meio do vão, para cada vão analisado.

Destes gráficos, observa-se que as retas obtidas numericamente, por meio do Método dos Elementos Finitos, fornecem uma ótima aproximação das curvas obtidas experimentalmente nos ensaios de flexão a três pontos. Observa-se também que, para os vãos menores, o modelo numérico mostra-se um pouco mais rígido que o experimental, o que pode ser explicado pelo efeito de arco que ocorre para pequenos vãos, o qual não é completamente desenvolvido no ensaio experimental. Ressalta-se, no entanto, que estas diferenças são muito pequenas quando comparadas com as variações observadas nos ensaios entre os diferentes corpos-de-prova e entre os dois LVDTs.

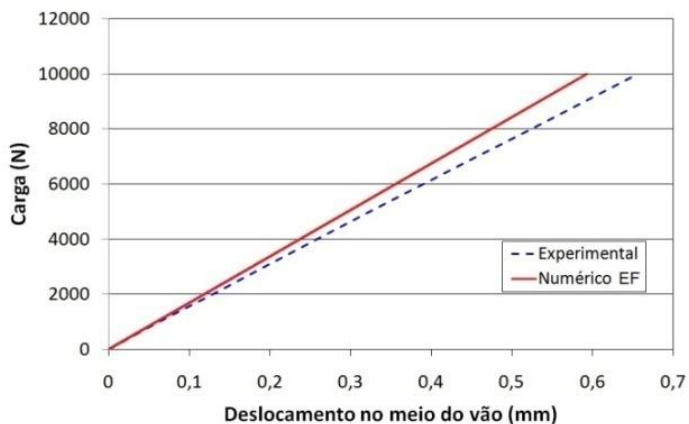


Figura 2.18 - Carga *versus* deslocamento para $(L/r)^2=100$.

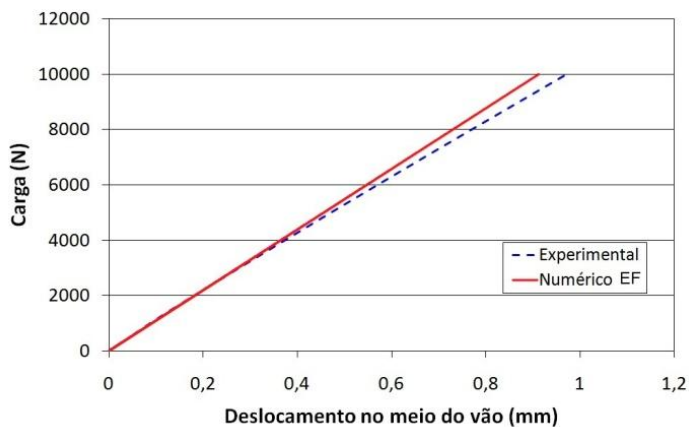


Figura 2.19 - Carga versus deslocamento para $(L/r)^2=150$.

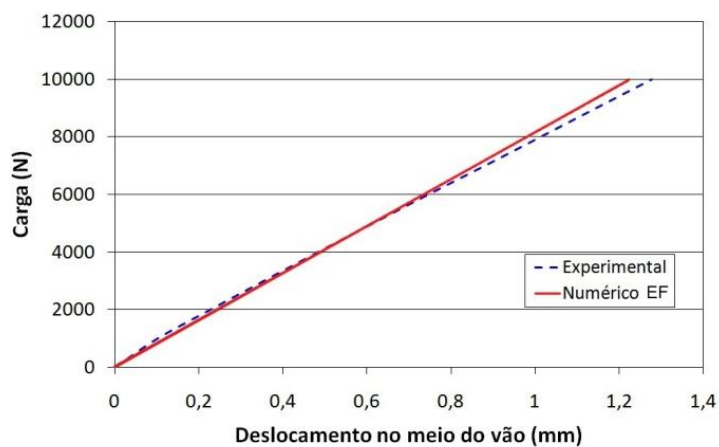


Figura 2.20 - Carga versus deslocamento para $(L/r)^2=200$.

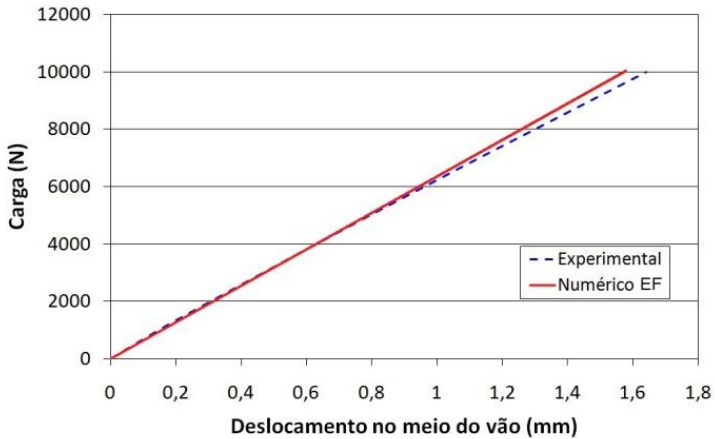


Figura 2.21 - Carga versus deslocamento para $(L/r)^2=250$.

Os valores médios de E e G obtidos experimentalmente comparados com os obtidos numericamente estatisticamente não apresentam diferenças. Esse fato mostra que, apesar do ensaio de flexão a três pontos ser de fácil execução, a análise pelo MEF em conjunto com a TCL pode ser uma ferramenta útil para estimar os módulos de elasticidade de perfis de PRFV e a rigidez à flexão em projeto de vigas.

No capítulo seguinte apresenta-se a revisão referente a vibrações em pontes e passarelas, bem como a modelagem numérica das forças geradas por atividades humanas (caminhar e pular).

3 DINÂMICA DAS ESTRUTURAS

3.1 Vibrações em lajes e passarelas

Nos últimos anos houve um grande desenvolvimento em sistemas estruturais, bem como em novos materiais, proporcionando o surgimento de estruturas mais leves e esbeltas e com vãos maiores. Essas estruturas podem ser suscetíveis aos efeitos causados pelos carregamentos dinâmicos tais como o vento, tráfego de carros e pessoas, equipamentos em construções próximas e terremotos.

Dentre os tipos de carregamentos acima citados, um normalmente ignorado é aquele causado por atividades humanas, seja caminhar, correr, pular ou dançar. Segundo Lopes et al (2008), tem-se percebido um aumento considerável dos problemas de engenharia associados à vibração dos pisos de concreto, quando submetidas a excitações dinâmicas induzidas por seres humanos. Além disso essas vibrações podem causar desconforto, pânico, perda de eficiência no trabalho e danos à saúde (VARELA, 2004).

Os pisos ou tabuleiros compostos de lajes mistas de concreto/perfis de PRFV, objeto deste estudo, por serem, em geral, estruturas esbeltas também podem ser suscetíveis a ações dinâmicas provocadas por atividades humanas. Dessa forma, faz-se necessário a verificação da laje mista quanto às vibrações.

Uma breve revisão bibliográfica a cerca das equações de equilíbrio da dinâmica das estrutura, bem como métodos de obtenção da frequência fundamental estimada, amortecimento e análise no domínio da frequência, é mostrada no Anexo B deste trabalho.

3.1.1 Sensibilidade humana a vibrações

Diariamente, pessoas são expostas a vibrações em lajes e passarelas, causadas por diferentes fontes de excitação. Avaliar a sensibilidade humana a essas vibrações envolve aspectos físicos e psicológicos. Segundo Lippert *apud* Zivanovic (2004), a mesma pessoa pode reagir de maneiras diferentes à mesma vibração em dias diferentes.

Os fatores que podem influenciar na sensibilidade são a posição (em pé, deitado, sentado), atividade que está sendo exercida, idade,

sexo, humor, frequência de vibração, amplitudes de deslocamentos, amortecimento e tempo de exposição.

Varela (2004) diz que estudos de conforto das indústrias de aviação e automotiva mostram que as pessoas reagem de forma especialmente adversa a frequências entre 5 e 8 Hz.

Reiher e Meister em 1931 investigaram o efeito de vibrações harmônicas em pessoas em diferentes posturas em uma plataforma de teste com diferentes amplitudes, direções e frequências aplicadas. Como resultado eles classificaram a percepção em seis categorias. Lenzen, em 1966, baseado num estudo em dois pisos em laboratório e 49 diferentes pisos em edifícios, modificou a escala de Reiher-Meister (VARELA, 2004). Essa escala apresentada por Lenzen está ilustrada na Figura 3.1.

Além da escala de Reiher-Meister modificada por Lenzen, Varela (2004) apresenta a escala de Goldman, mostrada na Figura 3.2 e a de Ziegenruecker e Magid, na Figura 3.3 Varela (2004) diz ainda que, segundo Bachmann, a percepção da vibração é proporcional à aceleração quando a frequência de vibração está na faixa de 1 Hz a 10 Hz e é proporcional à velocidade quando está na faixa de 10 Hz a 100 Hz.

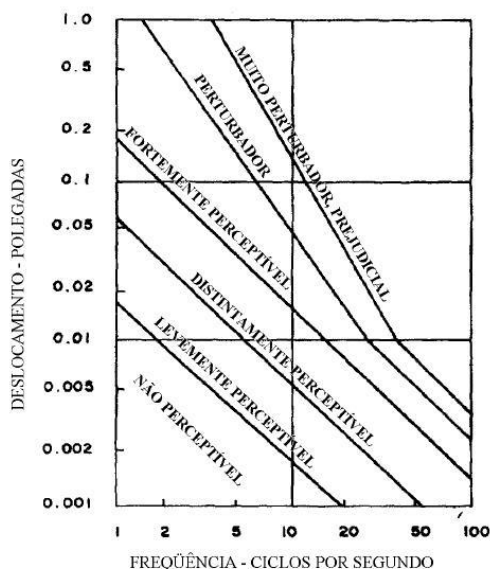


Figura 3.1 -Escala de Reiher-Meister modificada por Lenzen.

Fonte: Varela (2004).

Em termos de projeto, as normas ISO 2631 e CAN3 S16.1 M84 são as mais utilizadas como critérios de aceitabilidade a vibrações. Porém, vários guias práticos simplificados estão em uso. Os mais importantes são os de Bachmann, Wyatt e Murray, Allen e Ungar (VARELA, 2004).

Entretanto, Mello *et al* (2007) encontraram, em seus estudos, picos de acelerações superiores àqueles fornecidos pelos procedimentos simplificados de guias práticos de uso corrente e superiores também àqueles fornecido pela ISO 2631. Esse fato indica que esses modelos simplificados de projeto devem ser usados com cautela.

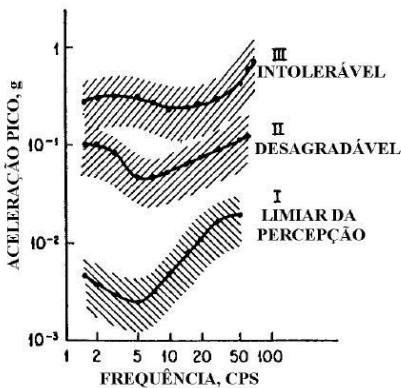


Figura 3.2 - Escala da sensibilidade humana à vibrações proposta por Goldman.

Fonte: Varela (2004).

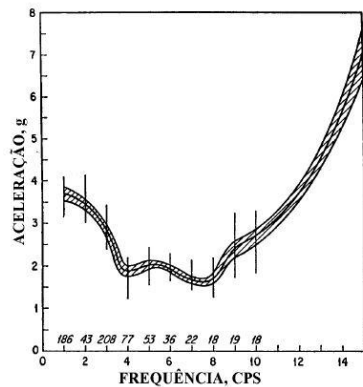


Figura 3.3 - Escala de sensibilidade humana à vibrações proposta por Ziegenruecker e Magid.

Fonte: Varela (2004).

3.1.2 Cargas dinâmicas provenientes de atividades humanas

As forças dinâmicas produzidas por atividades humanas podem ser separadas em dois grupos, de acordo com a interação com a estrutura: (a) quando há perda de contato com a estrutura, como correr e pular; e (b) quando não há perda de contato com a estrutura, como o caminhar.

Enquanto caminha, um ser humano produz uma força dinâmica, que varia ao longo do tempo, com componentes em três direções: vertical, lateral e frontal. Essa força é produzida pela aceleração e

desaceleração da massa do corpo. A componente vertical tem sido a mais estudada por ter grande magnitude em comparação com as demais.

Saul e Tuan (1986) reportam os principais trabalhos realizados, até então, sobre forças produzidas por atividades humanas. Esses trabalhos datam desde o início do século 20, sendo os de maior relevância os realizados por Moreland em 1905 e por Tilden em 1913. Esses autores já tinham a percepção de que a carga humana interage com a estrutura dinamicamente. Apesar disso, muitas normas de projeto recomendavam e ainda recomendam a simplificação dessa força por uma força estática equivalente (VARELA, 2004).

Cavagna, Saibene e Margaria *apud* Varela (2008) fizeram uma análise dos movimentos de pessoas ao caminhar através de resultados de ensaios experimentais em que foram usados três acelerômetros fixados ao tronco, próximo ao centro de gravidade do corpo humano na posição vertical. Os voluntários andavam pelo laboratório descalços ou usando tênis. A Figura 4.4 mostra a variação no tempo das amplitudes dos movimentos vertical, lateral e frontal do centro de gravidade de uma pessoa.

Os gráficos indicados na Figura 3.4 mostram que o ciclo de um passo dura em torno de 0,54 s, mas esse valor varia de pessoa para pessoa de acordo com a idade, sexo, tipo físico, cultura, personalidade, etc.

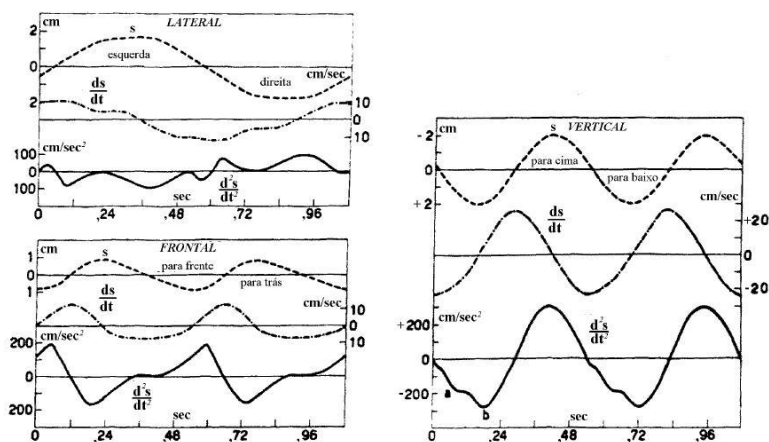


Figura 3.4 - Deslocamentos, velocidades e acelerações temporais do centro de gravidade de uma pessoa nas direções lateral, frontal e vertical.

Fonte: Varela (2004).

Segundo Zivanovic (2004), uma das primeiras medições das forças produzidas por pedestres foi conduzida por Harper em 1961. Utilizando uma plataforma de medição, Harper mediu as forças vertical e horizontal (lateral e frontal) de um passo. Ebrahimpour et al (1996), em ensaio semelhante, procuraram medir experimentalmente as forças devido ao movimento de multidões. Para isso criaram uma plataforma de medição, conforme ilustra a Figura 3.5. Essa plataforma possibilitou a obtenção de funções força versus tempo provenientes de atividades humanas. Atualmente, existem plataformas dos tipo fixa e esteira que compõem um sistema de aquisição digital da função força do caminhar humano.

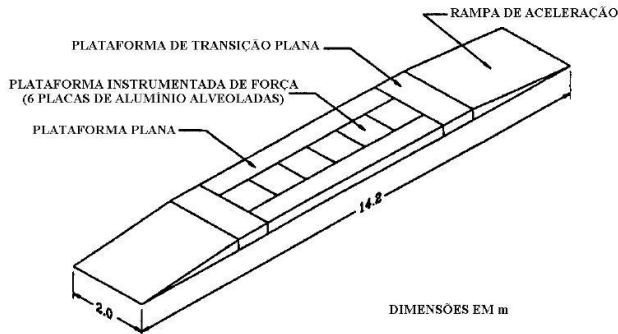


Figura 3.5 - Plataforma de medição.

Fonte: Ebrahimpour *et al* (1996).

A Figura 3.6 ilustra os gráficos das forças produzidas pelo caminhar de pessoas obtidas por esse tipo de plataforma. A configuração geral da força variando ao longo do tempo foi confirmada por outros pesquisadores como Galbraith e Barton (1970), Blanchard et al. (1977), Ohlsson (1982), Kerr (1998) e muitos outros (ZIVANOVIC, 2004).

Conhecendo-se a configuração de um carregamento é possível defini-lo em termos de uma série de Fourier. Assim as componentes da força do caminhar também podem ser expressas matematicamente, podendo ser empregadas em projeto.

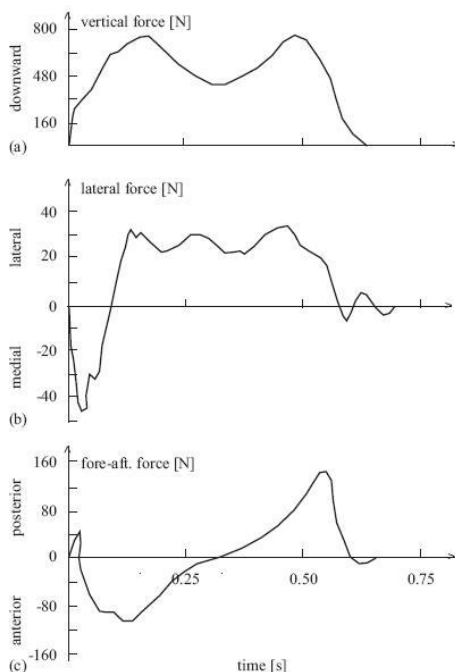


Figura 3.6 - Configuração típica da força do caminhar.

(a) vertical, (b) lateral e (c) frontal.

Fonte: Zivanovic (2004).

3.1.3 Modelagem matemática do caminhar

Na literatura podem ser encontrados modelos no domínio do tempo e no domínio da frequência. Em ambos os casos, Zivanovic (2004) explica que trata-se de uma tarefa difícil por causa dos seguintes aspectos:

- Existem diferentes tipos de forças produzidas por seres humanos, algumas delas variam não somente no tempo mas também no espaço;
- Forças dependem de muitos parâmetros (físicos e psicológicos);
- A força dinâmica proveniente de uma única pessoa é essencialmente um processo de banda estreita que não é completamente entendido;

- A influência do número de pessoas, bem como seu grau de sincronização é difícil de ser generalizado;
- Existem fortes indicações de que as forças são diferentes para diferentes comportamentos das pessoas em situações de vibrações perceptíveis ou não perceptíveis.

No presente estudo será abordado apenas o modelo determinístico no domínio do tempo, que visa estabelecer um modelo de força geral para cada tipo de atividade humana, considerando-se que a força produzida seja igual para ambos os pés. Essa força é representada por uma série de Fourier como indicado na Equação (3.1).

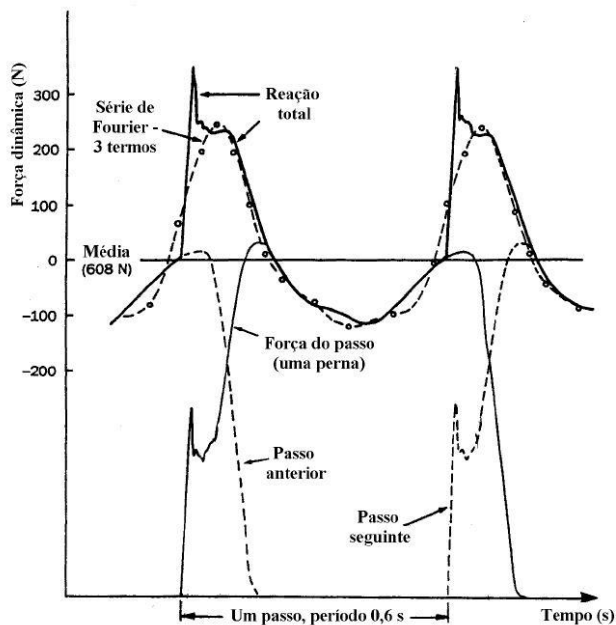
$$F_p(t) = G_p + \sum_{i=1}^n G_p \alpha_i \sin(2\pi i f_p t - \phi_i) \quad (3.1)$$

onde:

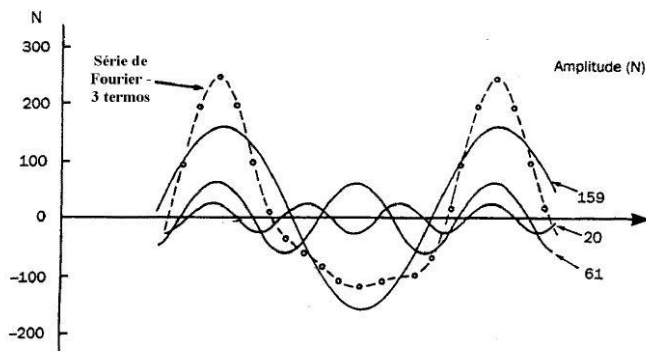
- $F_p(t)$ - carregamento resultante;
- t - representa o instante de tempo;
- G_p - representa o peso da pessoa;
- i - é o número do i-ésimo harmônico;
- n - representa o número de harmônicos considerados;
- α_i - representa o coeficiente dinâmico do i-ésimo harmônico;
- f_p - frequência fundamental do passo do caminhar;
- ϕ_i - representa a diferença de fase entre o i-ésimo harmônico e o primeiro.

Ohlsson *apud* Varela (2004) apresenta um registro experimental típico da variação no tempo da força de contato com uma superfície rígida, produzida por um passo, expressa pela correspondente medição da reação resultante do piso, ilustrado na Figura 3.7.

Segundo Zivanovic (2004), baseados na decomposição por série de Fourier, diversos autores tentaram quantificar os coeficientes α_i que são a base para a descrição deste modelo periódico de força induzida por pessoas. Varela (2004) traz um resumo dos coeficientes utilizados por diversos autores, mostrado na Tabela 3.1.



(a) Força de contato de um passo e reação do piso.



(b) Componentes da série de Fourier da função representativa da reação do piso.

Figura 3.7 - Força dinâmica típica do caminhar humano.

Fonte: Varela (2004).

Observando a Figura 3.7, encontram-se os valores utilizados por Ohlsson *apud* Varela (2004): peso da pessoa ($P = 608\text{N}$); o número de

harmônicos da força ($n = 3$); coeficientes dinâmicos da série ($\alpha_1 = 159/608 = 0,262$; $\alpha_2 = 61/608 = 0,1$; $\alpha_3 = 20/608 = 0,033$); o período do passo ($T_p = 0,6s$) e, conseqüentemente, a frequência do passo ($f_p = 1,67Hz$). Os ângulos de fase foram encontrados por Varela (2004) por tentativa e erro: $\phi_1 = 0$, $\phi_2 = \pi/2$, e $\phi_3 = \pi$. O mesmo autor também fez uma modificação na Equação (3.1), trasladando a função para a esquerda, Equação (3.2), de modo a aproximar melhor a função com o gráfico da Figura 3.7.

$$F_p(t) = G_p + \sum_{i=1}^n G_p \alpha_i \text{sen}[2\pi i f_p(t + 0,1T_p) - \phi_i] \quad (3.2)$$

Utilizando a Equação (3.2) e os valores dos parâmetros apresentados anteriormente, é possível traçar o gráfico ilustrado na Figura 3.8.

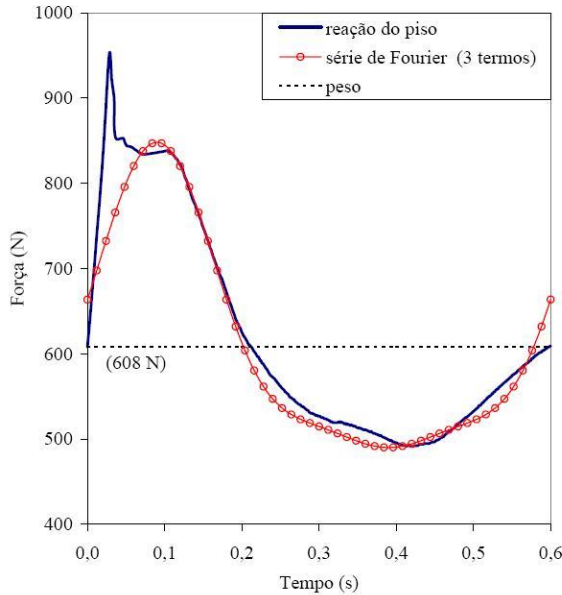


Figura 3.8 - Função representativa da força do caminhar.

Fonte: Varela (2004).

**Tabela 3.1 - Coeficientes da série de Fourier para carga dinâmica
propostos por vários autores.**

Referência	Coeficientes da carga dinâmica				Número de pessoas (n)	Frequência da Pessoa (Hz)
	α_1	α_2	α_3	α_4		
AISC	$0,83e^{-0,35if_P}$; onde $i = 1,2,3,4$ para $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ e α_4 , respectivamente ou ainda:				1	1,60 – 2,20
	0,50	0,20	0,10	0,05		
BS5400 e ONT	0,257	-	-	-	qualquer	qualquer
Bachmann et all (1995) e CEB	0,40	0,10	0,10	-	qualquer	1,60 a 2,40
COPPE*	0,34	0,10	0,10	-	qualquer	1,60 a 2,00
Ebrahimipour (1996)	0,25 – 0,2 log n	-	-	-	≤ 10	andar espontâneo
	0,05	-	-	-	> 10	(*)1,50 ou andar espontâneo
	0,18 – 0,05 log n	-	-	-	≤ 10	1,50(*)
	0,25 – 0,08 log n	-	-	-	≤ 10	1,75(*)
	0,17	-	-	-	> 10	1,75(*)
	0,34 – 0,09 log n	-	-	-	≤ 10	2,00(*)
	0,25	-	-	-	> 10	2,00(*)
	0,51 – 0,09 log n	-	-	-	≤ 10	2,50(*)
	0,42	-	-	-	> 10	2,50(*)
Wyatt (1989)	$0,16$ se $3Hz < f_0 < 4Hz$ $0,4(1,4 - 0,25f_0)$ se $4Hz < f_0 < 4,8Hz$ $0,08$ se $f_0 > 4,8Hz$ f_0 é a frequência fundamental da estrutura Peso da pessoa = 600 N				qualquer	qualquer
Young (2001)	$0,41(f_P - 0,95)$ ≥ 0,56	0,069 + 0,0056 f_P	0,033 + 0,0064 f_P	0,013 + 0,0065 f_P	qualquer	1,00 – 2,80

* Battista e Roitman (1990), Alves (1997) e Batista (1991) *apud* Varela (2004)

Fonte: Varela (2004)

Como pode ser observado na Figura 3.8, a função da força do caminhar por série de Fourier não consegue representar adequadamente o trecho inicial do gráfico, referente ao impacto do calcanhar. Varela

(2004) propôs então que a Equação (3.2) fosse substituída pela Equação (3.3) definida a seguir.

Na Equação (3.3), F_m é o valor máximo da série de Fourier e é dado pela Equação (3.4); fmi é o fator de majoração do impacto do calcanhar, ou seja, é a relação entre o valor do pico referente ao impacto do calcanhar e o valor máximo da série (F_m); e C_1 e C_2 são coeficientes dados pelas Equações (3.5) e (3.6), respectivamente.

$$F_p(t) = \begin{cases} \left(\frac{fmi F_m - G_p}{0,04T_p} \right) t + G_p & se \ 0 \leq t < 0,04T_p \\ fmi F_m \left[\frac{C_1(t - 0,04T_p)}{0,02 T_p} + 1 \right] & se \ 0,04T_p \leq t < 0,06T_p \\ F_m & se \ 0,06T_p \leq t < 0,15T_p \\ G_p + \sum_{i=1}^n G_p \alpha_i \sin[2\pi i f_p(t + 0,1T_p) - \phi_i] & se \ 0,15T_p \leq t < 0,90T_p \\ 10(G_p - C_2) \left(\frac{t}{T_p} - 1 \right) + G_p & se \ 0,90T_p \leq t < T_p \end{cases} \quad (3.3)$$

$$F_m = G_p \left(1 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \right) \quad (3.4)$$

$$C_1 = \left(\frac{1}{fmi} - 1 \right) \quad (3.5)$$

$$C_2 = \begin{cases} P(1 - \alpha_2) & se \ n = 3 \\ P(1 - \alpha_2 + \alpha_4) & se \ n = 4 \end{cases} \quad (3.6)$$

Varela (2004) utiliza o fator de majoração do impacto do calcanhar igual a 1,12, mas esclarece que este valor pode variar de uma pessoa para outra. Os coeficientes dinâmicos são tomados do trabalho de Rainer, Pernica e Allen por meio de funções polinomiais (Equações 3.7a a 3.7d) utilizadas como aproximações das curvas contidas na Figura 3.9.

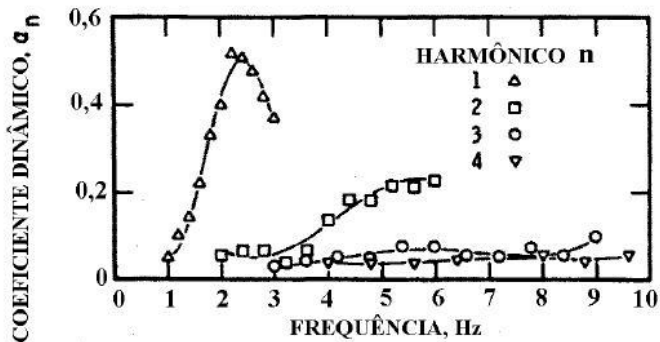


Figura 3.9 - Coeficientes dinâmicos médios obtidos para o caminhar por Rainer, Pernica e Allen.

Fonte: Varela (2004).

$$\alpha_1 = -0,22169 f_p^3 + 1,11946 f_p^2 - 1,44748 f_p + 0,5967 \quad (3.7a)$$

$$\alpha_2 = -0,012037 (2f_p)^3 + 0,1494 (2f_p)^2 - 0,53146 (2f_p) + 0,6285 \quad (3.7b)$$

$$\alpha_3 = 0,00009068 (3f_p)^5 - 0,0021066 (3f_p)^4 + 0,018364 (3f_p)^3 - 0,077278 (3f_p)^2 + 0,17593 (3f_p) - 0,1477 \quad (3.7c)$$

$$\alpha_4 = -0,00051715 (4f_p)^4 - 0,014388 (4f_p)^3 + 0,14562 (4f_p)^2 - 0,62994 (4f_p) - 1,018469 \quad (3.7d)$$

Por meio das Equações (3.2) a (3.6) traça-se o gráfico mostrado na Figura 3.10, com os coeficientes definidos pelas equações acima e ângulos de fase iguais a: $\phi_1 = 0$, $\phi_2 = \pi/2$, $\phi_3 = \pi$ e $\phi_4 = 3\pi/2$.

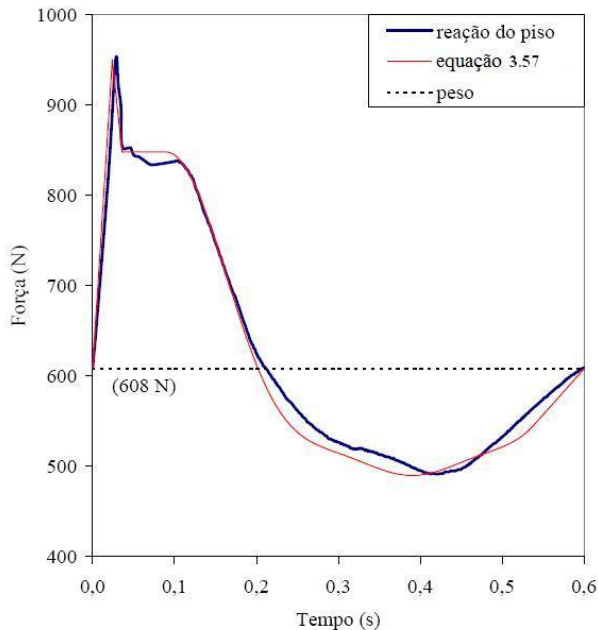


Figura 3.10 - Comparação entre função proposta por Varela (2004) e os resultados obtidos por Ohlsson.

3.1.4 Modelagem matemática para pular

Segundo Alves, Roitman e Magluta (1999), o sinal da carga do pulo no tempo é caracterizado pela perda de contato com a estrutura, como mostrado na Figura 3.11. Pode ser observada a existência de dois intervalos significantes. No primeiro (t_c) a pessoa está em contato com a estrutura e no segundo (t_p) não há contato.

A força produzida pelo pular pode ser modelada similarmente usando série de Fourier. O formato no histórico do tempo dessa força é qualitativamente similar ao correr (caminhar com período curto) com a diferença que o pulo não se move ao longo da estrutura.

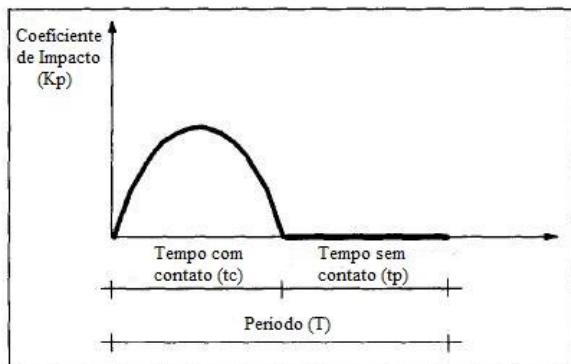


Figura 3.11 - Parâmetros básicos para o carregamento de pular e correr.

Fonte: Alves, Roitman e Magluta (1999).

Em seus estudos, David *et al* (2008) modelaram a força produzida pelo ato de pular vigorosamente por série de Fourier, adotando os coeficientes: $n = 3$; $\alpha_1 = 1,7$; $\alpha_2 = 1,1$; $\alpha_3 = 0,5$; $f_p = 3\text{Hz}$; $\phi_1 = 0$; $\phi_2 = \phi_3 = \pi[1 - (f_p t_c)] = 1,256$. O tempo de contato com o solo t_c é igual a 0,2s. A Figura 3.12 mostra o gráfico obtido substituindo-se esses coeficientes na Equação (3.1). A função F_i ilustrada multiplicada pelo peso G_p da pessoa resulta no carregamento dinâmico da estrutura.

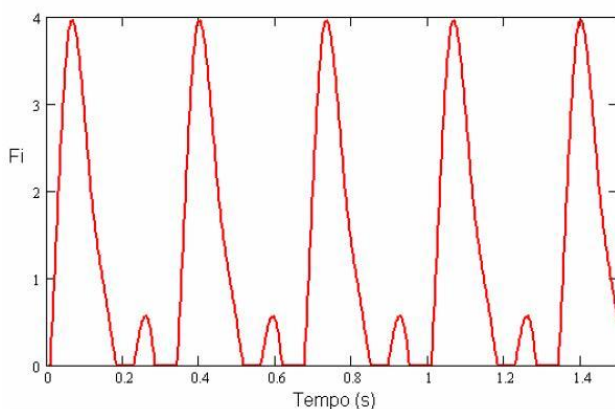


Figura 3.12 - Função representativa do pular.

Fonte: David *et al* (2008).

3.2 Considerações complementares

As equações do equilíbrio dinâmico, utilizadas no modelo numérico de elementos finitos no Capítulo 5, bem como a forma de obtenção das frequências naturais e dos modos de vibração e o método da superposição modal, estão apresentadas no Anexo B.

O Anexo B também apresenta o algoritmo da transformada de Fourier, para análise das acelerações obtidas nos ensaios experimentais, apresentadas no Capítulo 5, no domínio da frequência. Além disso o trecho em vibração livre das acelerações será utilizado para a estimativa do amortecimento da laje mista, por meio da técnica do decremento logarítmico. Esse valor será também utilizado nos modelos numéricos com o intuito de simular o comportamento dinâmico das lajes mistas a serem ensaiadas.

Nos próximos capítulos serão apresentados os resultados do comportamento estático e dinâmico da laje mista, respectivamente Capítulo 4 e 5, tanto experimental quanto numericamente. Na caracterização dinâmica será mostrado um estudo preliminar em uma laje mista produzida por Santos Neto (2006), utilizada para ensaios de deformação lenta, seguindo-se a caracterização da laje mista do presente estudo.

4 COMPORTAMENTO ESTÁTICO DA LAJE MISTA

Nas últimas décadas o cenário da construção civil vem sendo dominado pelo concreto armado e protendido devido ao seu bom desempenho estrutural, facilidade de execução de diversos tipos de fôrmas, baixo custo do aço e do concreto em comparação com outros materiais, além do amplo conhecimento e experiência por parte dos engenheiros em projeto e execução desses sistemas. Contudo, ao longo dos anos as estruturas construídas com esses dois sistemas estruturais podem apresentar patologias, como a corrosão da armadura, que podem comprometer a utilização das mesmas. A ocorrência dessas patologias trouxe um grande crescimento tecnológico em técnicas de reforço e recuperação dessas estruturas.

Neste sentido o Committee ACI 440R (1996) traz um minucioso estado-da-arte para estruturas de concreto com PRF, mostrando o progresso considerável obtido nos últimos anos no estabelecimento de novas tecnologias empregando o PRF como material de reforço nas estruturas de concreto.

Somente a partir da década de 1990 os pesquisadores se atentaram para o uso conjunto do PRF com concreto na execução de novas obras. Deskovic *et al.* (1995), por exemplo, pesquisaram uma viga mista de seção caixão em PRF com uma capa de concreto. Os autores ressaltam que as seções de paredes finas, comuns nos perfis pultrudados, são as mais eficientes para o emprego em vigas, contudo apresentam as seguintes desvantagens:

- a mesa comprimida é consideravelmente mais fraca do que a mesa tracionada em função do PRFV apresentar uma resistência à compressão em torno da metade de sua resistência à tração, em função do fenômeno da flambagem local da fibra;
- a ruptura é frágil, em função dos materiais apresentarem comportamento elástico linear até a ruptura;
- o projeto normalmente é governado pelo Estado Limite de Serviço;

Por esses motivos, autores como Seible e Karbhari (1996), Deskovic *et al* (1995) e aqui no Brasil La Rovere e Santos Neto (2007), vem pesquisando o desenvolvimento de seções mais eficientes, por meio da associação do PRF com o concreto. O princípio de funcionamento desta seção é que a tensão de compressão pode ser resistida por um material com alta resistência à compressão e rigidez, ou seja, uma

camada de concreto e a tensão de tração é resistida por um material com elevada resistência à tração, ou seja, o composto avançado.

Assim, Santos Neto e La Rovere (2007) propuseram um sistema estrutural de laje mista concreto/perfis de PRFV para aplicação em tabuleiros de passarelas. A laje é composta por uma capa de concreto, reforçado com fibras curtas de polipropileno, ligada a dois perfis I de abas curtas de PRFV por uma resina, com enchimento em blocos de EPS, Figura 1.2. O conjunto de perfis e blocos funciona como fôrma para o concreto fresco, não sendo necessário o uso de escoramentos, devendo assim a fôrma suportar também as cargas construtivas. Com base nos estudos de Santos Neto (2006), tanto para as análises analíticas quanto para as análises numéricas e experimentais, foi escolhida para este estudo uma faixa representativa da laje de 0,80m de largura, ilustrada na Figura 4.1.

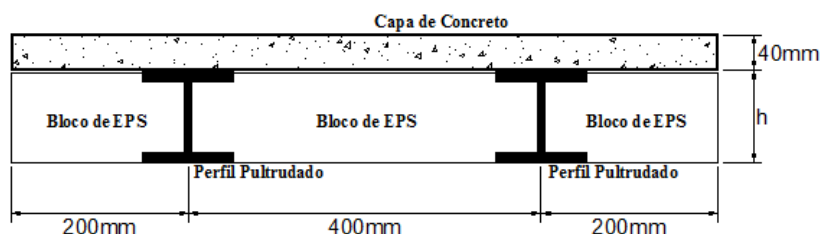


Figura 4.1 - Esquema da seção transversal da laje mista.

A espessura da capa de concreto é tal que a linha neutra da seção transversal está o mais próximo possível da interface concreto/perfil, permanecendo na capa de concreto e não na mesa superior do perfil de PRFV. Os perfis pultrudados possuem as medidas como foi mostrado anteriormente na Figura 2.8. Assim a altura total da laje é 192,5 mm. Ao concreto são adicionadas fibras curtas de polipropileno a 0,1% de proporção (SANTOS NETO, 2006; VENÂNCIO, 2010). Sua função é minimizar os efeitos da retração plástica. Santos Neto (2006) adotou essa porcentagem após a realização de ensaios em placas de concreto com diversos teores.

Os blocos de EPS apresentam dimensões usuais para lajes pré-moldadas de concreto, possuindo neste sistema apenas função de enchimento, e foram confeccionados por uma empresa do estado de Santa Catarina. A seção destes blocos é ilustrada na Figura 4.2, possuindo 1,45 m de comprimento.

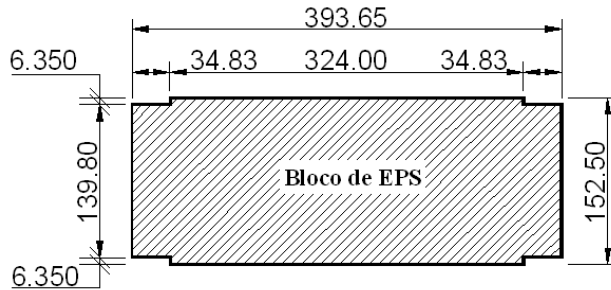


Figura 4.2 - Dimensões dos blocos de EPS utilizados na laje mista.

As propriedades elásticas dos laminados que compõem as mesas e a alma do perfil de PRFV são aquelas calculadas nos itens 2.2 e 2.3 e com detalhes no Anexo A deste estudo. Esses laminados são compostos por lâminas de *rovings* de fibra de vidro com uma fração volumétrica de fibra de 60% e lâminas de mantas de filamento contínuo. As propriedades mecânicas adotadas para a fibra de vidro e resina foram fornecidas pelos fabricantes, bem como as propriedades das mantas de fios contínuos.

O concreto foi dosado de modo a apresentar uma resistência à compressão característica de 30MPa e nas análises numéricas utilizou-se o módulo de elasticidade secante, definido pela NBR-6118 (2003), com o valor de $E = 26\text{GPa}$. O Anexo F traz mais detalhes sobre as propriedades do concreto utilizado, bem como os resultados dos ensaios de resistência à compressão.

Em seus estudos, Santos Neto (2006) avaliou qual a melhor resina para ser empregada como ponte de ligação entre o concreto e os perfis pultrudados, concluindo que resinas epoxídicas levam a melhores resultados. Então, para o presente estudo utiliza-se o mesmo tipo de resina. A resistência da interface concreto/perfis de PRFV foi obtida por meio de ensaios de cisalhamento duplo realizados por Canalli (2010) e é mostrada no Anexo G.

No próximo item será mostrado o procedimento de dimensionamento da laje mista. Em seguida são mostrados os resultados das análises analítica, experimental e numérica.

4.1 Dimensionamento da laje mista

Considerou-se no dimensionamento da laje mista que a mesma flexiona em torno de uma direção perpendicular ao eixo longitudinal dos perfis. Assim, pode-se adotar a analogia de viga nas análises utilizando-se a fatia representativa indicada na Figura 4.1. Esse dimensionamento é feito tanto para o Estado Limite de Serviço (ELS) quanto para o Estado Limite Último (ELU).

Para o ELS adotou-se as considerações de coeficientes de segurança, carregamentos e limites admissíveis encontradas nas normas brasileiras (NBR 6118, 2003; NBR 7188, 1982; NBR 14859-1, 2002). Já para o ELU usou-se as recomendações do Committee ACI 440 (1996) e Committee ACI 318 (2005), pois não existe uma norma brasileira para esse tipo de dimensionamento para estruturas mistas de concreto/PRFV. Nos itens seguintes a laje mista é dimensionada inicialmente para o ELS e então verificada no ELU. Mais detalhes acerca do dimensionamento tanto para o ELS quanto para o ELU estão no Anexo E.

4.1.1 Dimensionamento no ELS

O comprimento máximo da laje mista é determinado inicialmente a partir dos limites de deslocamento máximo, considerando a laje submetida a cargas de serviço, verificando-se posteriormente a situação de cargas construtivas. Assim, considerando a fatia representativa da laje simplesmente apoiada, os deslocamentos podem ser obtidos por meio da Teoria de Viga de Timoshenko definida pela Equação (A.40), descrita no Anexo A, considerando-se a laje mista como uma viga de material isotrópico equivalente, sendo suas propriedades elásticas obtidas por meio do método de homogeneização da seção.

Considerando um carregamento uniformemente distribuído q , o deslocamento máximo no meio do vão para a laje mista vale:

$$v = \frac{5qL^4}{384EI_y} + \frac{qL^2 f_s}{8GA} \quad (4.1)$$

onde: L - vão máximo entre apoios;

E - módulo de elasticidade longitudinal;

I_y - momento de inércia da seção transversal;

f_s - fator de forma da seção transversal homogeneizada;
 G - módulo de cisalhamento;
 A - área da seção transversal.

O fator de forma f_s é uma variável importante neste tipo de seção transversal, em função da elevada parcela da deformação por cisalhamento. Timoshenko e Gere (1994) mostram que o cálculo desse fator pode ser obtido a partir do Princípio dos Trabalhos Virtuais.

$$f_s = \frac{A}{I^2} \int_A \frac{Q^2}{b^2} dA \quad (4.2)$$

onde: A - área da seção transversal;

I - momento de inércia da seção transversal em relação ao eixo horizontal z ;

Q - momento estático da área acima (ou abaixo) da cota y de um ponto da seção transversal;

b - largura da seção transversal;

$dA = dy dz$.

O carregamento considerado neste estudo é composto por uma parcela permanente e uma parcela de sobrecarga de utilização. O carregamento permanente é formado por uma carga distribuída de $1,5 \text{ kN/m}^2$, devido ao peso do revestimento e, pelo peso próprio dos materiais: concreto, $\gamma_c = 24 \text{ kN/m}^3$ (NBR 6118, 2003); perfil pultrudado de PRFV, $\gamma_{PRFV} = 19,5 \text{ kN/m}^3$ (CSE COMPOSITES, 2009); e blocos de EPS, $\gamma_{EPS} = 0,18 \text{ kN/m}^3$ (ABRAPEX, 2009). Para sobrecarga de utilização adotou-se uma carga distribuída atuando ao longo de toda a largura da laje, referente aos pedestres, igual a 5 kN/m^2 (NBR 7188, 1982).

O cálculo da solicitação de serviço foi realizado de acordo com a NBR 6118 (2003), para combinações quase permanentes. Não foram considerados coeficientes de impacto ou efeitos de deformação lenta. Estudos iniciais de deformação lenta realizados por Santos Neto (2006) mostraram que não houve aumento significativo de deslocamento vertical após um período de quatro meses.

$$F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + \sum \varphi_{2j} F_{qj,k} \quad (4.3)$$

onde: $F_{gi,k}$ - valor característico das ações permanentes;
 $F_{qj,k}$ - valor característico das ações variáveis;
 ϕ_{2j} - fator de redução para ELS (igual a 0,4).

A analogia de viga exige que a laje mista seja considerada como sendo formada por um material isotrópico equivalente. Para isso será utilizado o método da homogeneização da seção transversal, assim toda a seção será considerada como sendo formada de PRFV, como ilustra a Figura 4.3. Considera-se que o concreto não fissura, verificando-se essa hipótese posteriormente, levando-se assim a contribuição do mesmo na rigidez ao cisalhamento.

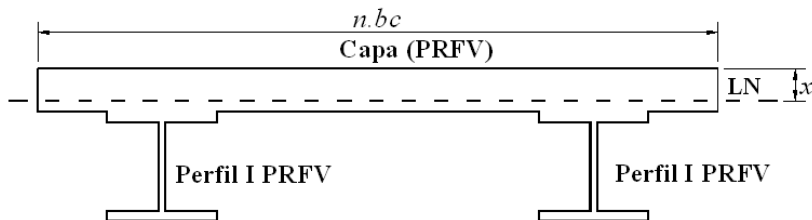


Figura 4.3 - Seção transversal homogeneizada em PRFV.

Na figura acima n_m representa a relação entre o módulo de elasticidade do concreto e o módulo de elasticidade do PRFV, como indica a Equação (4.1).

$$n_m = \frac{E_c}{E_{PRFV}} \quad (4.4)$$

Os módulos de elasticidade longitudinal (E_{PRFV}) e de cisalhamento (G_{PRFV}) para os perfis indicados na figura acima são aqueles obtidos experimentalmente no item 2.3. A Tabela 4.1 traz um resumo das propriedades desta seção homogeneizada. A posição da linha neutra x é medida do topo da seção para baixo.

Observa-se nesta tabela que a linha neutra da seção transversal homogeneizada situa-se dentro da capa, próxima à interface concreto/perfis. Portanto a seção encontra-se com os perfis submetidos à tração e a capa de concreto praticamente toda comprimida, tirando-se assim melhor proveito das propriedades dos materiais componentes.

Inserindo-se os valores das propriedades da Tabela 4.1 na Equação (4.1) e comparando-se os deslocamentos máximos com o limite admissível $L/250$, recomendado pela NBR 6118 (2003), obtêm-se o vão máximo para a laje mista igual a 4,65 m.

Tabela 4.1 - Propriedades da seção homogeneizada em PRFV.

x (mm)	EI (kNm ²)	$G\bar{A}^*$ (kN)	n_m
30,04	$1,263 \times 10^3$	$1,376 \times 10^4$	0,995

* $\bar{A} = A/f_s$

Para verificar a hipótese de que o concreto da capa não fissura, comparou-se o valor máximo de deformação de tração na capa de concreto com o valor correspondente à resistência à tração. A deformação máxima de tração no concreto é $\varepsilon_t = 7,863 \times 10^{-5}$, valor inferior à deformação correspondente à fissuração do concreto $\varepsilon_{cr} = 1,168 \times 10^{-4}$. Confirma-se assim a hipótese de que o concreto da capa não fissura sob cargas de serviço.

Na verificação da laje mista para cargas construtivas, onde se considera o concreto não curado e sem resistência estrutural, ou seja, os perfis precisam sustentar seu peso próprio, o peso do concreto e dos blocos de EPS, encontrou-se um vão maior do que o obtido para cargas de serviço. Assim sendo, será adotado o vão máximo de 4,65 m para a laje mista. Esse vão será em seguida verificado no ELU.

4.1.2 Dimensionamento no ELU

Segundo Bakis *et al.* (2002), em sistemas mistos concreto/PRFV diversos modos de ruptura podem ocorrer. Contudo, Deskovic *et al.* (1995) explicam que se a capa de concreto é suficientemente espessa, evita-se a flambagem das paredes do perfil e a ruptura por cisalhamento do concreto. Assim somente três modos possíveis serão considerados neste trabalho: (a) ruptura por flexão causada pelo esmagamento na fibra mais comprimida da capa de concreto; (b) ruptura por cisalhamento do perfil de PRFV, na face superior da ligação mesa/alma e; (c) ruptura da ligação na interface de aderência PRFV/concreto.

O Committee ACI 318 (2005) define a verificação de ruptura para os três modos citados acima. Para o modo de ruptura (a), deve-se verificar a Equação (4.5).

$$M_d \leq \phi_b M_u \quad (4.5)$$

onde: M_d - momento fletor de projeto;
 M_u - momento fletor último da seção;
 ϕ_b - coeficiente de segurança.

Para o modo de ruptura (b) deve-se verificar a Equação (4.6).

$$V_d \leq \phi_{s1} V_{u1} \quad (4.6)$$

onde: V_d - esforço cortante de cálculo de projeto;
 V_{u1} - esforço cortante último do perfil;
 ϕ_{s1} - coeficiente de segurança.

Finalmente para o modo de ruptura (c), o Committee ACI 318 (2005) indica a verificação definida na Equação (4.7).

$$V_d \leq \phi_{s2} V_{u2} \quad (4.7)$$

onde: V_{u2} - esforço cortante último na interface concreto/PRFV;
 ϕ_{s2} - coeficiente de segurança.

Para o dimensionamento da laje mista em estudo, admite-se que o PRFV é um material elástico-linear e o concreto elástico não-linear. Considera-se também o comportamento constitutivo do concreto e do PRFV, utilizando-se a compatibilidade de deformações e o princípio do equilíbrio das forças internas, admitindo-se uma ligação rígida entre o concreto e os perfis pultrudados.

A Figura 4.4 mostra a distribuição de deformações e tensões na seção transversal. Nessa figura nota-se a utilização do Bloco Retangular Equivalente (BRE) para distribuição de tensões no concreto. Essa simplificação foi adotada devido à maioria das normas de projeto propor sua utilização como uma simplificação da relação entre a tensão e a deformação do concreto para o cálculo da ruptura das seções submetidas à flexão simples.

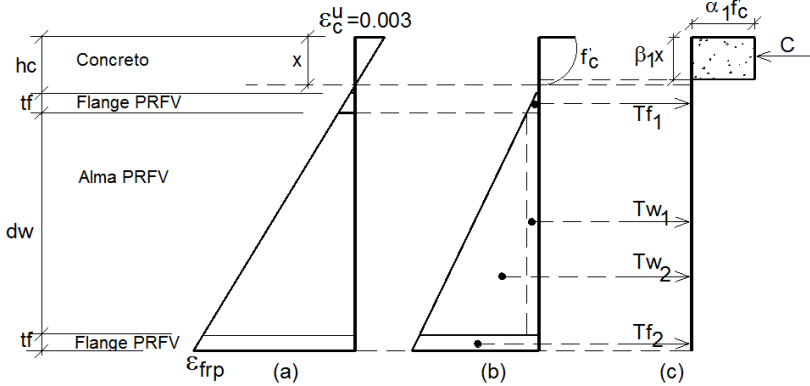


Figura 4.4 - Distribuição de deformações (a), tensões (b) e forças resultantes (c) na seção transversal da laje mista.

Os coeficientes α_1 e β_1 que aparecem no bloco retangular de tensões representam respectivamente, a relação entre a tensão no BRE e a resistência à compressão do concreto f'_c na parábola normalizada e a razão entre a altura do bloco e a altura da camada de concreto comprimido. O Committee ACI 318 (1999) recomenda utilizar $\alpha_1 = 0,85$ e β_1 conforme definido na equação abaixo.

$$\beta_1 = 0,85 - 0,08 \frac{(f'_c - 30)}{10} \geq 0,65 \quad (4.8)$$

O concreto utilizado nesta pesquisa, como dito anteriormente, foi dosado para uma resistência a compressão característica igual a 30 MPa, logo, nesse caso $\beta_1 = 0,85$.

Supõe-se que a linha neutra situa-se na capa de concreto, então a equação de equilíbrio das forças pode ser escrita por:

$$C = T = T_{f1} + T_w + T_{f2} \quad (4.9)$$

onde C é a força resultante de compressão no concreto; T_{f1} e T_{f2} são as resultantes de tração nas mesas superior e inferior, respectivamente e; $T_w = T_{w1} + T_{w2}$ é a resultante de tração na alma do perfil.

Inserindo-se as propriedades dos materiais na Equação (4.9), a altura da linha neutra, medida a partir do topo da seção, pode ser

encontrada, obtendo-se $x = 36,84$ mm, confirmando a hipótese que a linha neutra situa-se na capa de concreto.

Para garantir-se que a ruptura por flexão é causada pelo esmagamento do concreto, deve-se verificar se a fibra extrema da mesa inferior do perfil de PRFV não rompa por tração. Para tanto, deve ser atendida a Equação (4.10).

$$\varepsilon_{PRFV} < \varepsilon_{u,PRFV} \quad (4.10)$$

onde: ε_{PRFV} - deformação na fibra extrema tracionada do perfil;

$\varepsilon_{u,PRFV}$ - deformação última de tração do PRFV.

A deformação última de tração do perfil de PRFV vale 0,049, Anexo E. Para a altura da linha neutra obtida pela Equação (4.9), a deformação na fibra extrema tracionada do perfil vale 0,013, ou seja, valor bem inferior ao valor último.

Definida então a altura da linha neutra, é possível calcular-se o momento fletor último a partir do equilíbrio de momentos na seção transversal, para a ruptura do tipo (a), conforme a Equação (4.11).

$$M_u = C \left(x - \frac{\beta_1 x}{2} \right) + T_{f1} \left(h_c - x + \frac{t_f}{2} \right) + T_{f2} \left(h_c - x + d_w + \frac{3t_f}{2} \right) + T_{w1} \left(h_c - x + t_f + \frac{d_w}{2} \right) + T_{w2} \left(h_c - x + t_f + \frac{2d_w}{3} \right) \quad (4.11)$$

onde: h_c - altura da capa de concreto;

d_w - altura da alma do perfil;

t_f - espessura das mesas do perfil.

Para as rupturas do tipo (b) e (c), a tensão de cisalhamento, atuante, na seção homogeneizada, deve ser verificada em dois pontos críticos, no centro da alma e na interface concreto/PRFV. O esforço de cisalhamento último V_{u1} é obtido a partir da tensão última resistente de cisalhamento no perfil de PRFV, τ_{u1} . Já o esforço de cisalhamento último V_{u2} é obtido a partir da tensão última resistente de cisalhamento na ligação na interface concreto/PRFV, τ_{u2} . O cálculo dessas tensões últimas está mostrado no Anexo D. Os esforços últimos são então obtidos resolvendo-se a Equação (4.12).

$$\tau^* = \frac{VQ}{Ib^*} \quad (4.12)$$

onde: b^* - largura da seção homogeneizada em determinado ponto;

Q - momento estático da área abaixo (ou acima) do ponto considerado em relação à linha neutra;

I - momento de inércia da seção homogeneizada.

A Equação (4.12) foi empregada considerando-se o concreto fissurado na seção homogeneizada, o que alterou a posição da linha neutra. Para calcular o esforço último V_{u1} , tomou-se $\tau^* = \tau_{u1}$ e para V_{u2} , tomou-se $\tau^* = \tau_{u2}$. Os esforços obtidos nas três verificações encontram-se na Tabela 4.2.

Utilizando-se as Equações (4.5) a (4.7) faz-se a verificação da segurança no ELU. Os esforços de projeto M_d e V_d na laje são calculados para o comprimento máximo encontrado no dimensionamento no ELS e utilizando-se a combinação de carregamento indicada no Committee ACI 318 (2005), definida pela Equação (4.13).

$$1,2DL + 1,6LL \quad (4.13)$$

onde: DL - carregamento permanente total;

LL - carregamento acidental oriundo da carga de pedestres.

Tabela 4.2 - Esforços de projeto e últimos e coeficientes de segurança para a laje mista.

	Modos de ruptura		
	(a) Flexão	(b) Cisalhamento alma/mesa	(c) Cisalhamento concreto/PRFV
Esforço de cálculo	$M_d=24,80\text{kNm}$	$V_{d1}=21,02\text{kNm}$	$V_{d2}=21,02\text{kNm}$
Esforço último	$M_u=92,26\text{kNm}$	$V_{u1}=40,10\text{kNm}$	$V_{u2}=58,02\text{kNm}$
Coeficiente de segurança	$\phi_b=0,27$	$\phi_{s1}=0,52$	$\phi_{s2}=0,36$

Utilizando-se a combinação definida pela equação acima, calcula-se a carga total de projeto, uniformemente distribuída ao longo do comprimento da laje, $q_d = 8,78 \text{ kN/m}$. A partir desse valor calcula-se os

esforços de cálculo pelas Equações (4.14) e (4.15). Os valores desses esforços podem ser visualizados na Tabela 4.2.

$$M_d = \frac{q_d L^2}{8} \quad (4.14)$$

$$V_d = \frac{q_d L}{2} \quad (4.15)$$

A partir destes esforços de projeto e dos esforços últimos é possível determinar os coeficientes de segurança necessários, indicados também na Tabela 4.2.

4.1.3 Considerações sobre o dimensionamento da laje mista

A partir da Tabela 4.2 nota-se que o modo de ruptura (b), ruptura por cisalhamento da alma do perfil na junção mesa/alma, é o mais crítico. Ainda não existem coeficientes de segurança definidos nas normas de estruturas mistas para o caso de materiais PRFV. No entanto, por apresentar um tipo de ruptura frágil, pesquisadores costumam adotar para coeficiente de segurança de materiais PRFV o valor $\phi = 0,50$. A laje mista em estudo apresentou um coeficiente de segurança $\phi_{s1} = 0,52$, valor superior ao recomendável, ou seja, a verificação no ELU não é atendida, devendo-se reduzir o vão. Portanto o ELU governa o dimensionamento, fato não comum em estruturas com materiais compostos, onde geralmente o ELS governa o dimensionamento. Na laje mista estudada por Santos Neto (2006), foram usados perfis I de PRFV de abas largas, e para esses perfis o dimensionamento foi governado pelo ELS (SANTOS NETO e LA ROVERE, 2007).

Por ser necessária a redução do vão para a laje mista do presente estudo, foi escolhido o vão de 4,00 m para os protótipos da laje mista. Portanto as análises que serão desenvolvidas na sequência utilizaram esse valor de vão.

Para avaliar o comportamento da laje mista submetida a carregamentos estáticos, será analisada a rigidez em três diferentes análises: analítica, experimental e numérica.

4.2 Análise analítica da laje mista

A laje será analisada estaticamente considerando-se o esquema do ensaio de flexão a quatro pontos, ilustrado na Figura 4.5. Admite-se que a laje flexiona em apenas uma direção. Nessa figura, L é o comprimento total entre apoios e vale 4,0 m, enquanto que $a = 1,575$ m e $b = 0,85$ m.

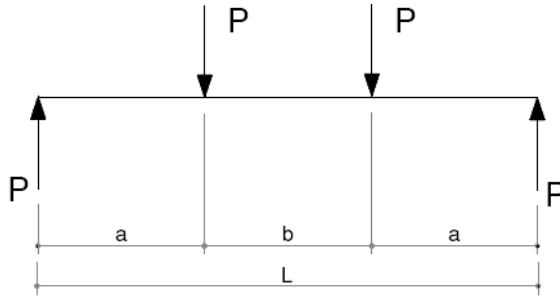


Figura 4.5 - Esquema estático do ensaio de flexão a quatro pontos.

O deslocamento máximo no meio do vão é calculado somando-se a parcela devida à flexão e a parcela devida ao cisalhamento, conforme define a Equação (4.20).

$$v = \frac{Pa(3L^2 - 4a^2)}{24EI} + \frac{Paf_s}{GA} \quad (4.20)$$

onde: P - carga em cada cutelo de aplicação;
 a - distância do apoio ao cutelo de carregamento;
 L - distância entre apoios;
 EI - rigidez à flexão da seção;
 GA - rigidez ao cisalhamento da seção;
 f_s - fator de forma de cisalhamento.

Por meio da Equação (4.20) o módulo de elasticidade aparente pode ser obtido conforme define a Equação (4.21).

$$E_a = \frac{Pa(3L^2 - 4a^2)}{24Iv} \quad (4.21)$$

Variando-se o valor da carga P na Equação (4.20) é possível traçar o gráfico carga x deslocamento, ilustrado na Figura 4.6, para esta análise analítica. Esta figura mostra duas curvas da análise analítica. A primeira utiliza os valores estimados do concreto ($f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $E_c = 26 \text{ GPa}$) e a segunda utiliza os valores obtidos dos ensaios de corpos de prova do concreto ($f_{ck} = 45,34 \text{ MPa}$ e $E_c = 32,05 \text{ GPa}$).

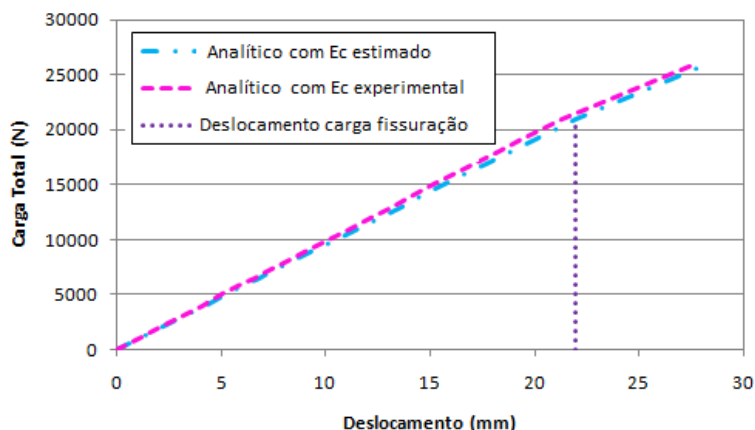


Figura 4.6 - Gráfico carga x deslocamento para análise analítica da laje mista.

Escolhendo-se dois valores de carga total ($2P$), 12 e 20 kN, da curva analítica estimada do gráfico acima e seus respectivos deslocamentos, calculam-se dois valores para módulo de elasticidade aparente e, fazendo-se a média encontra-se $E_{a,T} = 24,84 \text{ GPa}$.

4.2.1 Análise experimental da laje mista

Foram confeccionados dois protótipos da laje mista, denominados LIAC-1 e LIAC-2 (laje mista com perfis de aba curta), para os ensaios de caracterização dinâmica do sistema estrutural. Após os ensaios dinâmicos, mostrados no capítulo seguinte, as lajes mistas foram ensaiadas à flexão a quatro pontos no Laboratório de Experimentação de Estruturas (LEE) da UFSC. A seguir apresenta-se o procedimento de confecção das lajes mistas.

Em uma primeira etapa montou-se as lajes mistas com os blocos

de EPS e perfis pultrudados. Em seguida lixou-se a face externa da mesa superior do perfil com uma lixa nº 200 para melhor aderência entre perfil e resina. Terminada a preparação o perfil e os blocos de EPS foram montados conforme ilustra a Figura 4.7.



Figura 4.7 - Montagem das fôrmas da laje mista.

Após a montagem das fôrmas, iniciou-se a fabricação do concreto e preparação da resina. Aplicou-se uma camada de aproximadamente 2 mm de resina sobre o perfil, Figura 4.24. Canalli (2010) e Santos Neto (2006) trazem mais informações sobre a preparação e a aplicação da resina. Em conjunto com a aplicação da resina se deu a concretagem da laje, Figura 4.9. Ao final da concretagem, Figura 4.10, a laje foi mantida em cura úmida por sete dias, Figura 4.11.



Figura 4.8 - Detalhe da aplicação da resina sobre o perfil.



Figura 4.9 - Concretagem da laje mista.

O concreto utilizado em cada laje foi confeccionado em uma única betoneira, com a finalidade de reduzir as variáveis envolvidas na sua produção. Para cada laje foram feitos seis corpos-de-prova cilíndricos para a determinação da resistência à compressão e módulo de elasticidade do concreto na data do ensaio à flexão. Os resultados dos ensaios desses corpos de prova estão no Anexo F, sendo realizados no dia dos ensaios estáticos.



Figura 4.10 - Laje mista concretada.



Figura 4.11 - Cura úmida dos protótipos da laje mista.

A análise experimental da laje mista foi feita por meio do ensaio de flexão a quatro pontos, realizado após os ensaios dinâmicos, que serão mostrados no próximo capítulo, com os protótipos possuindo 3 meses de idade. A Figura 4.12 mostra o esquema utilizado no ensaio à flexão das lajes mistas. Nesse ensaio a carga deve ser aplicada por meio de um pistão hidráulico fixado a um pórtico metálico, apoiado na laje de reação do LEE. O aparato do ensaio impõe que o cutelo de aplicação de carga seja rotulado, reduzindo-se assim possíveis excentricidades no carregamento e possibilitando desta maneira a aplicação de um carregamento igualmente distribuído ao longo da largura da laje.

O deslocamento no meio do vão é medido por meio de dois LVDT's, marca HBM WA-100, com campo de leitura de 100 mm, dispostos nas faces laterais da laje e apoiados em uma régua de alumínio, fixada na altura da linha neutra da laje sobre os apoios, ambos ligados a um microcomputador por meio de um sistema de aquisição de dados marca *HBM/Spider* (programa: *Catman*) com 16 canais.

A carga é lida por meio de uma célula de carga, marca *Gunt* de capacidade 300 kN, também ligada ao sistema de aquisição de dados. A taxa de aplicação de carga será a mesma empregada nos ensaios anteriores.

Os valores das cargas e deslocamentos são medidos automaticamente pelo sistema de aquisição de dados, tomando-se para

as análises posteriores a média dos valores dos deslocamentos medidos pelos LVDT's.

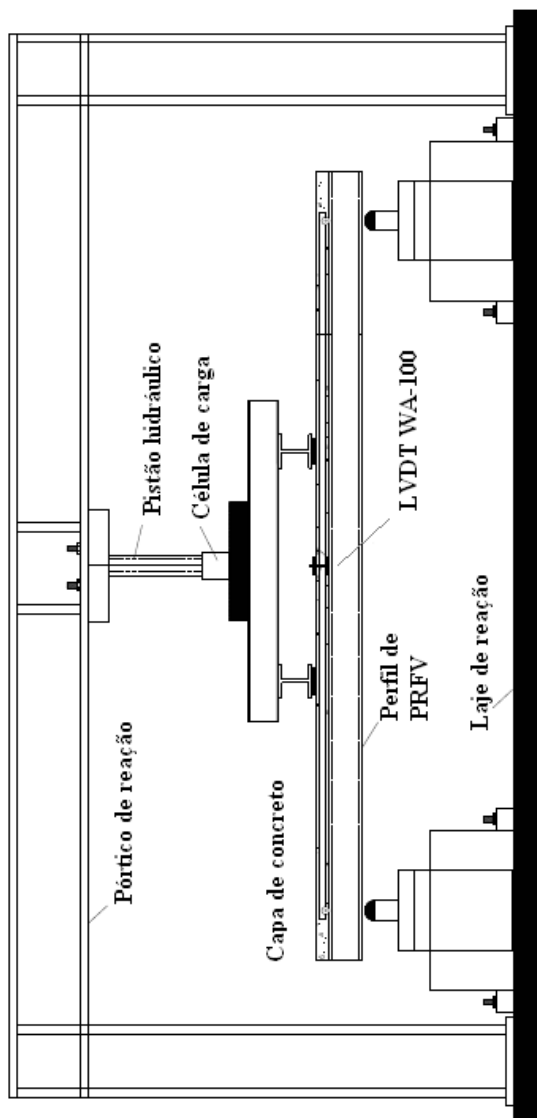


Figura 4.12 - Dispositivo do ensaio de flexão a quatro pontos.

Para a avaliação da rigidez foram realizados quatro ciclos de carga e descarga. Nos três primeiros, a laje mista foi carregada até atingir determinado valor de carga, em seguida a estrutura foi descarregada para iniciar-se um novo ciclo. Por meio dos resultados desses três ciclos foi determinado o módulo de elasticidade aparente E_a da estrutura. No último ciclo o carregamento foi aplicado até a ruptura da laje mista. O valor da carga máxima total aplicado durante os três primeiros ciclos foi definido como sendo o 1/3 da carga última estimada, mais detalhes no Anexo E. Assim, para as duas lajes mistas foram feitos três ciclos de carregamento e descarregamento até a carga total de 26 kN para obtenção do E_a . No quarto ciclo levou-se a peça até a ruptura, onde se esperava atingir a carga última de 76 kN, com a ruptura ocorrendo por cisalhamento da alma do perfil na ligação mesa/alma.



Figura 4.13 - Visão geral do ensaio de flexão a quatro pontos da laje mista.

A Figura 4.13 mostra uma visão geral do ensaio. Em sua pesquisa, Canalli (2010) confeccionou e ensaiou quatro protótipos de vigotes mistos, formados por um perfil de PRFV ligado a uma capa de concreto de 40 cm. Durante os ensaios o autor precisou reforçar a região dos apoios, de modo a aumentar a área de apoio, pois os perfis apresentaram muitos problemas de ruptura localizada, devido a sua pequena espessura. Portanto, nos ensaios da laje mista, aqui

apresentados, também se utilizou desses reforços, como indica a Figura 4.14 (a). Utilizando-se um perfil rígido de seção U, indicado na figura, não se perde a configuração de apoio simples, pois os perfis estão livres para girar sobre o apoio. Além disso, essa figura mostra um detalhe do posicionamento dos LVDT's e do cutelo de aplicação de carga.



Figura 4.14 - Detalhes do ensaio de flexão a quatro pontos.

(a) Enrijecimento da região dos apoios e (b) disposição dos LVDT's e cutelo de aplicação da carga.

As curvas carga total x deslocamento vertical, para os três ciclos, do protótipo LIAC-1 estão mostradas no gráfico da Figura 4.15. Por meio da média dos três testes e escolhendo-se novamente os valores de carga total 12 e 20 kN, encontra-se o módulo de elasticidade aparente para o protótipo LIAC-1, $E_a = 22,29GPa$.

Para o protótipo LIAC-2, as curvas carga total x deslocamento vertical para os três ciclos são mostradas na Figura 4.16. Essas curvas não apresentam um comportamento perfeitamente linear. Isso ocorreu provavelmente por má fixação dos LVDT's. Contudo, esse fato não prejudicou o cálculo do módulo de elasticidade aparente, utilizando-se o mesmo método do protótipo anterior, sendo $E_a = 26,23GPa$.

O valor médio do módulo de elasticidade aparente obtido dos ensaios experimentais é então calculado fazendo-se a média dos valores dos dois protótipos, chegando-se a $E_{a,E} = 24,26GPa$.

No quarto ciclo de carregamento, os LVDT's foram retirados para não sofrerem danos pela ruptura da laje. Assim sendo, os gráficos mostrados na Figura 4.22 e na Figura 4.27 trazem apenas carga total x tempo.

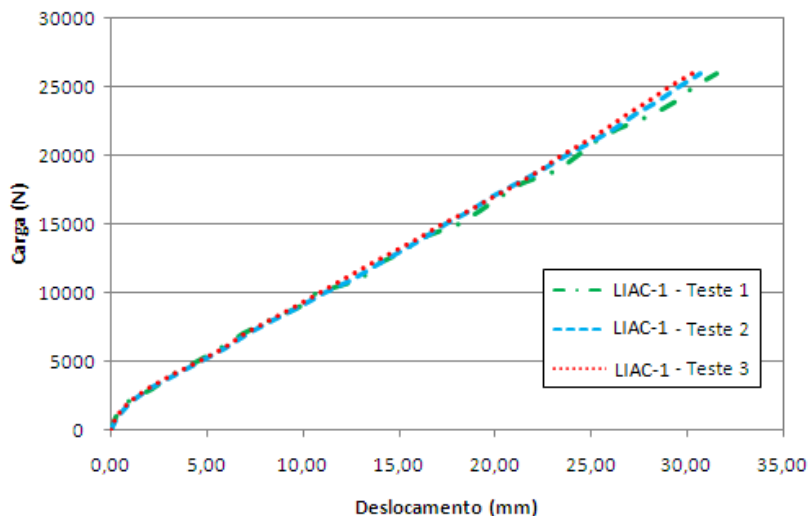


Figura 4.15 - Gráfico carga x deslocamento para o protótipo LIAC-1.

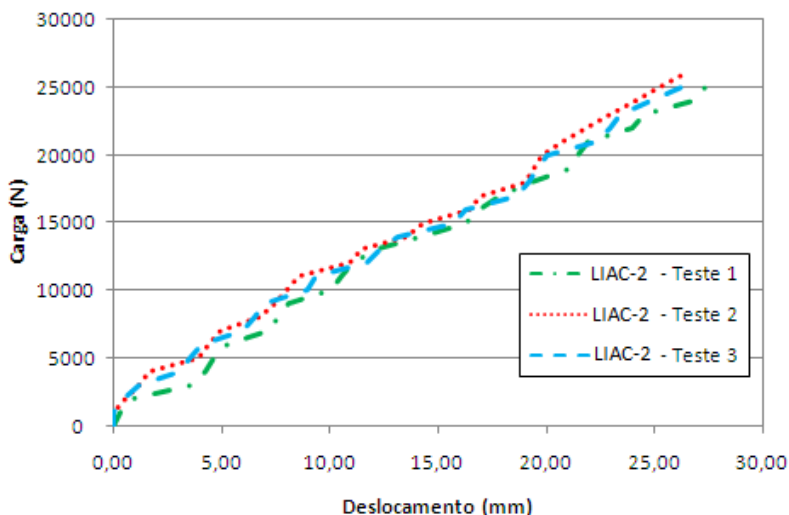


Figura 4.16 - Gráfico carga x deslocamento para o protótipo LIAC-2.

O ensaio do protótipo LIAC-1 até a ruptura é mostrado na Figura 4.17 até a Figura 4.21. Esse protótipo apresentou um acabamento irregular na superfície da capa de concreto, dificultando a distribuição

uniforme da carga em toda a largura. Tentou-se corrigir esse problema com neoprene, mas não foi suficiente. Por esse motivo, houve aparecimento de uma fissura longitudinal localizada, na capa de concreto, ao longo do comprimento da laje, sobre um dos perfis para uma carga relativamente baixa, $2P = 35$ kN, Figura 4.18.



Figura 4.17 - Protótipo LIAC-1 submetido a carregamento crescente.

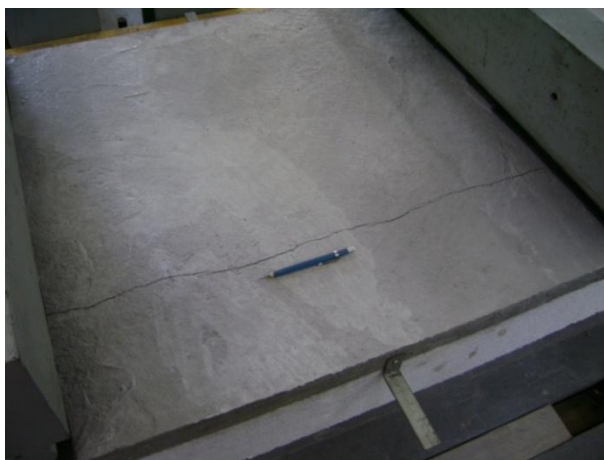


Figura 4.18 - Aparecimento de fissura longitudinal sobre o perfil.

A ruptura do protótipo LIAC-1, como pode ser visto da Figura 4.19 a Figura 4.21, ocorreu por falha na ligação entre o perfil e o concreto, havendo um deslizamento da capa em relação a um dos perfis, com uma carga aproximada de 77 kN.



Figura 4.19 - Detalhe da ruptura na ligação perfil/concreto na região dos apoios.



Figura 4.20 - Detalhe da fissura no concreto após a ruptura da laje.



Figura 4.21 – Detalhe da ruptura do concreto após falha na ligação perfil/concreto.

A Figura 4.22 ilustra o gráfico da carga até a ruptura para o protótipo LIAC-1, também são mostradas linhas indicativas da carga na qual apareceu a primeira fissura no concreto e da carga máxima atingida pelo protótipo.

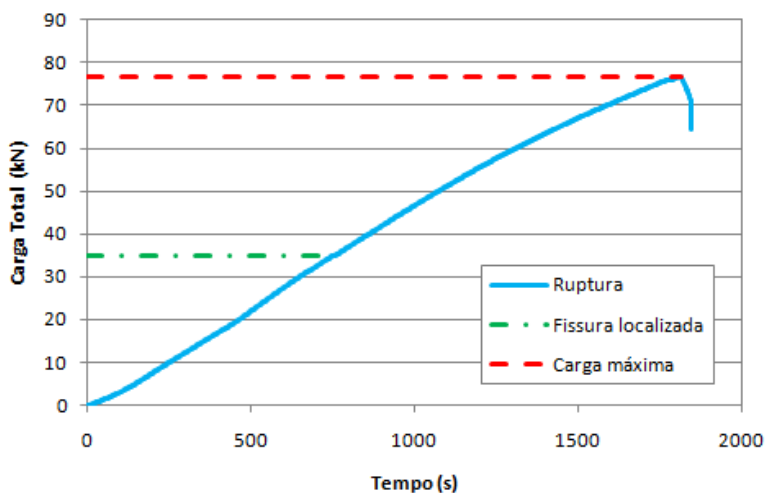


Figura 4.22 - Gráfico carga x tempo, até a ruptura, do protótipo LIAC-1.

As fotos do ensaio do protótipo LIAC-2 até a ruptura estão mostradas na Figura 4.23 até a Figura 4.26. Nesse protótipo também houve o aparecimento de uma fissura longitudinal na capa de concreto, mas para uma carga muito superior em relação ao protótipo anterior, $2P = 58 \text{ kN}$.



Figura 4.23 - Protótipo LIAC-2 submetido a carregamento crescente.



Figura 4.24 - Detalhe do aparecimento da fissura no concreto.



Figura 4.25 - Detalhe da ruptura por cisalhamento do perfil de PRFV.

A ruptura no protótipo LIAC-2 ocorreu por cisalhamento da alma do perfil de PRFV na ligação mesa/alma com uma carga de aproximadamente 78 kN, Figura 4.25. Após a ruptura do perfil, a fissura do concreto estendeu-se, atingindo todo o comprimento da laje.



Figura 4.26 - Fissuração do concreto após a ruptura do perfil.

A Figura 4.27 ilustra o gráfico da carga até a ruptura para o protótipo LIAC-2, novamente são mostradas linhas indicativas da carga na qual apareceu a primeira fissura no concreto e da carga máxima atingida pelo protótipo.

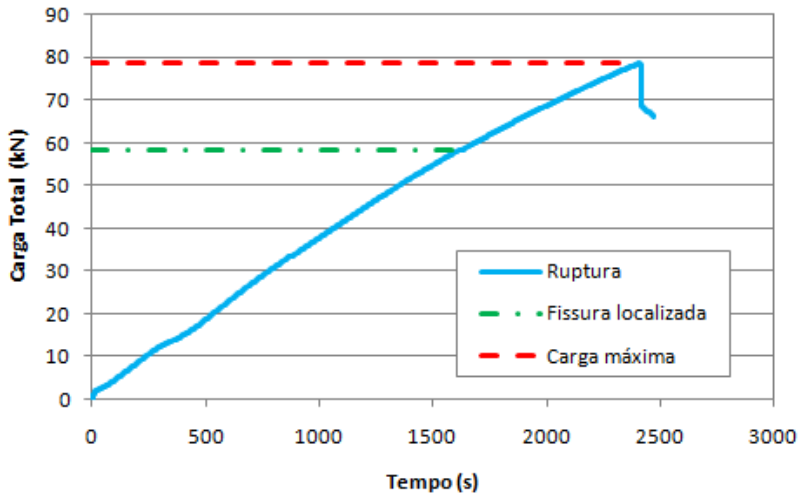


Figura 4.27 - Gráfico carga x tempo, até a ruptura, do protótipo LIAC-2.

No próximo item será feita a análise do modelo numérico de elementos finitos da laje mista. Será utilizado o programa *SAP2000* para a elaboração do modelo dos protótipos da laje mista ensaiados sob flexão a quatro pontos. A partir dos deslocamentos obtidos das análises, será traçado um gráfico carga x deslocamento para comparação futura com os resultados do modelo analítico e resultados experimentais.

4.2.2 Análise numérica de EF da laje mista

O modelo numérico de elementos finitos da laje mista utiliza elementos de casca fina de 4 nós para modelar os perfis pultrudados e elementos sólidos de 8 nós, com modos incompatíveis de Wilson, para modelar a capa de concreto, como ilustra a Figura 4.28.

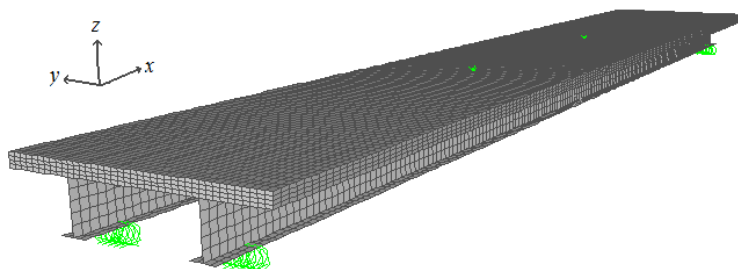


Figura 4.28 - Modelo numérico de EF da laje mista.

As propriedades elásticas do perfil são aquelas estimadas considerando o material ortotrópico (item 2.5.4) e as propriedades do concreto são aquelas apresentadas no início desse capítulo.

Nos apoios, na mesa inferior do perfil, é restringida a translação na direção z , formando-se o vão livre de 4,0 m. Além dessas restrições, restringiram-se a translação nas direções x e y e a rotação em z , no concreto, em dois pontos equidistantes do centro da laje. Simulando-se assim as mesmas condições de contorno do ensaio de flexão a quatro pontos.

A carga foi aplicada uniformemente em duas faixas de elementos, distantes 0,425 m do centro da laje para cada lado, ao longo da largura, e como se admitiu que a estrutura apresenta comportamento elástico-linear, aplicou-se somente um carregamento total $2P = 26$ kN.

Com o intuito de comparar os resultados do modelo numérico com os resultados analíticos e experimentais, os valores dos deslocamentos verticais no meio do vão foram decrescidos dos valores dos deslocamentos nos apoios, ambos lidos na segunda linha de elementos sólidos após a interface entre concreto e perfil (local aproximado da leitura do ensaio). Assim, o deslocamento real no centro da laje mista obtido no modelo numérico foi de 29,27 mm.

Para a carga $2P = 26$ kN e deslocamento $v = 29,27$ mm calcula-se o módulo de elasticidade aparente $E_{a,N} = 23,09$ GPa. Além disso, é traçado o gráfico carga x deslocamento para o modelo para futura comparação com as demais análises.

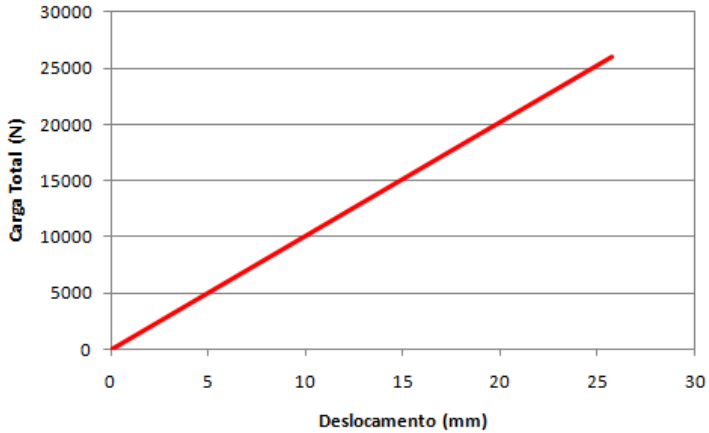


Figura 4.29 - Gráfico carga x deslocamento da laje mista para o modelo numérico de EF.

4.2.3 Análise dos resultados

Para a comparação das três análises, analítica, experimental e numérica, traça-se as curvas do gráfico ilustrado na Figura 4.30. A análise experimental é representada pela média dos dois protótipos da laje mista confeccionados. As diferenças entre estas curvas são muito pequenas em comparação com as diferenças observadas nas medições experimentais, entre os 2 protótipos e os 2 LVDT's

Apesar do modelo analítico considerar o material PRFV como isotrópico equivalente e o modelo numérico considerar o material PRFV ortotrópico, ambos indicaram resultados muito semelhantes. Isso indica que a consideração do PRFV como material isotrópico equivalente e o emprego da analogia de viga para a análise da laje mista levam a resultados consistentes.

Junto com as curvas carga x deslocamento, foi traçada também uma reta referente à flecha máxima em serviço, para este vão de 4,0 m, valendo 10,27 mm. Esse valor é bem inferior ao limite $L/250 = 16$ mm.

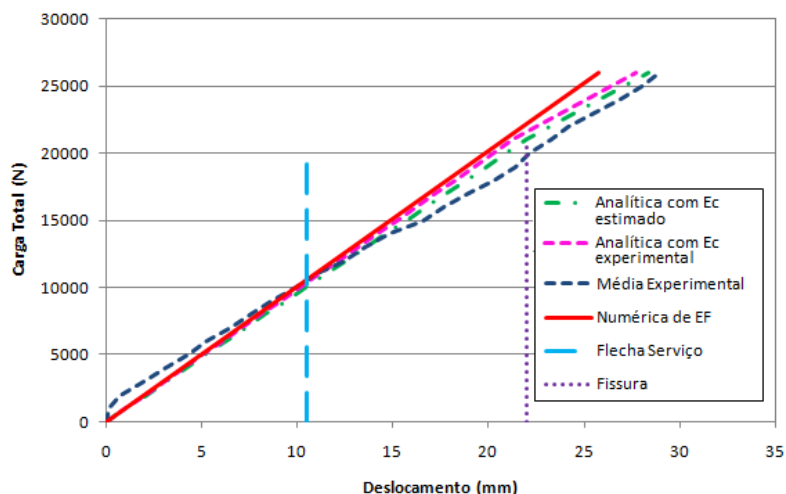


Figura 4.30 - Gráfico carga x deslocamento para as três análises.

Comparando-se agora os módulos de elasticidade aparentes E_a apresentados na Tabela 4.3, para as diversas análises, percebe-se que os valores não apresentam diferenças significativas.

Tabela 4.3 - Módulos de elasticidade aparentes para as diversas análises.

	Analítico	Experimental	Numérico
E_a (GPa)	24,84	24,26	26,23

Analisando-se agora os resultados das rupturas dos protótipos, nota-se que ambos apresentaram carga próxima àquela esperada para a ruptura do perfil ao cisalhamento, $2P = 78$ kN.

Contudo, o protótipo LIAC-1 apresentou ruptura na interface entre o perfil de PRFV e o concreto para a carga de 77 kN, sendo que a carga última para esse tipo de ruptura era estimada em 116 kN. A provável causa desse fato é a irregularidade da capa de concreto constatada durante o ensaio, o que pode ter levado a uma concentração de tensões na capa de concreto, na região da ligação com os perfis. Apesar de não atingir os 116 kN, a ruptura se deu para uma carga total muito próxima da carga última estimada.

Os espécimes da laje mista confeccionados por Santos Neto (2006) não apresentaram nenhuma irregularidade como ocorrido no

protótipo LIAC-1. Esses espécimes apresentaram cargas de ruptura muito próximas, contudo os modos de ruptura foram diferentes para os três espécimes. No espécime 1 houve uma ruptura típica de ligação na interface concreto/perfis de PRFV (modo de ruptura c), com a formação simultânea de 2 fissuras longitudinais ao longo de toda a capa de concreto, na linha acima do centro dos perfis. Já o espécime 2 apresentou ruptura por cisalhamento (modo de ruptura b) na alma dos 2 perfis, simultaneamente, enquanto que, no espécime 3, apenas um dos perfis rompeu na alma por cisalhamento e em seguida houve a ruptura da ligação na interface concreto/perfil apenas sobre este perfil que cisalhou (modo de ruptura combinado, b e c).

Dessa forma, considera-se que as rupturas ocorridas nos protótipos LIAC-1 e LIAC-2 foram normais e observa-se que foi comprovado que os modos de ruptura mais críticos são o de ruptura por cisalhamento do perfil (b) e o de perda da aderência (c), conforme os resultados analíticos.

4.3 Considerações finais sobre o comportamento estático da laje

Neste capítulo foi apresentado o comportamento estático da laje mista de concreto/perfis de PRFV. Inicialmente mostrou-se o dimensionamento desse sistema estrutural, começando pelo dimensionamento no ELS e fazendo-se a verificação no ELU. Durante o dimensionamento percebeu-se que, diferentemente das estruturas de materiais compostos em geral, a laje mista aqui estudada teve seu dimensionamento governado pelo ELU.

Em seguida foram apresentadas as análises analítica, experimental e numérica da laje mista. Os protótipos confeccionados para o programa experimental apresentaram um bom comportamento sob carregamento monotônico e a rigidez se mostrou satisfatoriamente próxima da rigidez analítica e numérica.

Na avaliação da carga última, o protótipo LIAC-1 apresentou ruptura por cisalhamento na ligação concreto/perfis (perda de aderência) e o protótipo LIAC-2 apresentou ruptura por cisalhamento na ligação mesa/alma dos perfis. Essas duas rupturas foram semelhantes às aquelas obtidas por Santos Neto (2006) em seus estudos. A Tabela 4.4 traz uma comparação dos valores de carga total obtidos experimentalmente com os valores estimados, para o ensaio de flexão a quatro pontos.

Tabela 4.4 - Comparação entre resultados experimentais e analíticos para carga total última.

Carga total medida		Carga total estimada para ruptura		
Protótipo LIAC-1	Protótipo LIAC-2	(a) Flexão	(b) Cisalhamento alma/mesa	(c) Cisalhamento concreto/PRFV
77 kN	78 kN	117 kN	78 kN	112 kN

No capítulo seguinte será analisado o comportamento dinâmico da laje mista. Serão mostrados os ensaios realizados para a determinação da frequência fundamental e a resposta da estrutura quando submetida a carregamentos de caminhar e pular das pessoas.

5 COMPORTAMENTO DINÂMICO DA LAJE MISTA

Além dos problemas em estruturas decorrentes da degradação dos materiais que a constituem, alteração da atividade principal de utilização e possíveis deficiências de projeto e construção, têm-se percebido um aumento considerável dos problemas de engenharia associados às vibrações. As práticas comuns de projeto geralmente não levam em consideração os efeitos dinâmicos sobre as estruturas.

Somado a isso, houve nos últimos anos um grande avanço no desenvolvimento de novos sistemas estruturais, proporcionando estruturas mais leves e esbeltas, como é o caso do sistema de laje mista estudado nesta pesquisa.

Assim faz-se necessário a verificação da laje mista a carregamentos dinâmicos, dando-se enfoque aos efeitos dinâmicos provenientes das atividades humanas, como o caminhar e o pular, complementando-se assim o desenvolvimento desse sistema de laje.

Nesse capítulo serão abordados os ensaios para obtenção da frequência fundamental da estrutura, bem como a obtenção do amortecimento a partir da vibração livre. Serão realizados também ensaios de caminhar e pular sobre os protótipos da laje mista, denominados LIAC-1 e LIAC-2 (Laje com perfis I de Abas Curtas) neste capítulo, para diversos voluntários e tipos de calçados. Esses protótipos foram ensaiados posteriormente sob carregamento estático, para avaliação da rigidez à flexão e comportamento na ruptura, conforme descrito no capítulo anterior.

Além disso, será feita uma análise numérica por meio do modelo mostrado no capítulo anterior, onde serão aplicadas cargas variando no tempo, simulando-se o caminhar e o pular realizados nos ensaios.

Inicialmente é mostrado um estudo preliminar em um protótipo da laje mista com perfis I de abas largas (LIAL), confeccionado anteriormente por Santos Neto (2006) e utilizado em um ensaio de fluência. Para essa laje, são feitos os ensaios de impacto dos calcanhares para obtenção da frequência fundamental e amortecimento, bem como os ensaios de caminhar e pular. Além disso, essa laje será modelada por elementos finitos para comparação dos resultados numéricos com os experimentais.

5.1 Estudos preliminares: Laje mista LIAL

O protótipo da laje mista analisado neste estudo preliminar foi confeccionado por Santos Neto (2006) e utilizado em um ensaio de fluência. A fatia representativa dessa laje mista é similar aquela apresentada na Figura 4.1, com diferença apenas nas dimensões do perfil de PRFV utilizado, ilustrado na Figura 5.1. Tanto esses perfis I de abas largas utilizados por Santos Neto como os de abas curtas usados na pesquisa dessa dissertação foram fornecidos pelo mesmo fabricante.

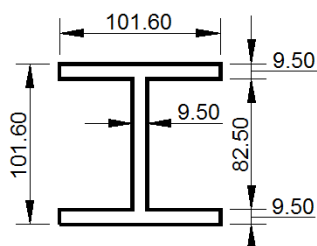


Figura 5.1 - Dimensões (mm) do perfil I de abas largas utilizado nos estudos de Santos Neto (2006).

A laje mista, denominada *LIAL*, possui 2,80 m de comprimento, sendo 2,55 m de vão livre. La Rovere e Santos Neto (2007) propuseram esse vão tendo em vista a aplicação da laje no sentido transversal de tabuleiros de passarelas, apoiando-se o tabuleiro em vigas longitudinais de suporte, de forma que a passarela possa vencer grandes vãos.

As propriedades elásticas do laminado que compõe as mesas e a alma do perfil de PRFV, estimadas pela TCL, são mostradas na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 - Propriedades do laminado que compõe as mesas e alma do perfil de PRFV.

Módulo de Elasticidade (GPa)	Coefficiente de Poisson	Módulo de cisalhamento (GPa)
$E_x = 35,93GPa$	$\nu_{xy} = 0,319$	$G_{xy} = 2,43GPa$
$E_y = 7,024GPa$	$\nu_{xz} = 0,380$	$G_{xz} = 1,00GPa$
$E_z = 7,024GPa$	$\nu_{yz} = 0,380$	$G_{yz} = 1,00GPa$

O concreto empregado foi dosado de modo a apresentar uma resistência à compressão característica de 30 MPa, a partir da qual pode-se calcular o módulo de elasticidade pela equação definida na NBR-6118 (2003), obtendo-se $E_c = 26 \text{ GPa}$.

5.1.1 Análise teórica da laje mista LIAL

Na análise analítica da laje será estimada a frequência fundamental da estrutura, por meio do método descrito no Anexo B. O método, apresentado por Clough e Penzien (2003), consiste em empregar-se uma formulação baseada na série de Fourier, considerando-se a estrutura como contínua com massa distribuída em todo o comprimento. Em seguida será definido o limite de *Nyquist* para definir-se o intervalo de tempo das leituras dos acelerômetros a ser utilizado durante os ensaios.

Para o emprego deste método, utiliza-se a analogia de viga para a consideração da laje mista como elemento linear e o método da seção transversal homogeneizada para considerar a seção homogeneizada formada apenas por PRFV. Essa seção homogeneizada é similar àquela utilizada no dimensionamento e ilustrada na Figura 4.3 e as propriedades da seção são mostradas na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 - Propriedades da seção homogeneizada da laje mista LIAL.

x (mm)	EI (kNm ²)	$G\bar{A}^*$ (kN)	n_m
32,50	$1,211 \times 10^3$	$1,081 \times 10^4$	0,793

A massa da estrutura é formada pela massa total do concreto, dos perfis e dos blocos de EPS, distribuída ao longo do comprimento e é igual a $M_L = 0,0888 \text{ ton/m}$.

Introduzindo as propriedades da seção homogeneizada e a massa da estrutura na Equação (B.32), descrita no Anexo B, encontra-se a frequência fundamental da estrutura $f_1 = 28,21 \text{ Hz}$.

Considerando f_1 como a frequência de corte, definida no Anexo B, e resolvendo a Equação (B.53) encontra-se o valor do intervalo de tempo para as leituras dos ensaios, de modo a respeitar o limite de *Nyquist*: $\Delta t \leq 0,017 \text{ s}$. Para se evitar os problemas de contaminação e mascaramento nas análises dos espectros de aceleração, definiu-se então

o intervalo de tempo em $\Delta t = 0,01$ s, o que torna possível registrar frequências de até 50 Hz.

No próximo item apresenta-se o programa experimental, onde são realizados ensaios para obtenção da frequência fundamental e amortecimento da laje mista e também ensaios para avaliação da resposta da estrutura submetida a atividades humanas. Para todos os ensaios analisam-se também os espectros de aceleração.

5.1.2 Análise experimental da laje mista LIAL

As características dinâmicas da estrutura, em termos de frequências naturais, são obtidas por meio de ensaios que excitam a estrutura. O foco do presente estudo são as vibrações induzidas por atividades humanas, logo os carregamentos serão provenientes de atividades humanas como pular e caminhar.

O ensaio consiste em aplicar-se cargas de impacto (pessoas pulando e caminhando) na estrutura e medir as acelerações verticais de resposta da estrutura, por meio de dois acelerômetros, marca HBM modelo 2210-002, instalados no meio do vão da laje mista, nas laterais da capa de concreto, um de cada lado (aproximadamente na altura da linha neutra), e ligados a um microcomputador por meio de um sistema de aquisição de dados marca MGC-Plus (programa: *Catman*) com 6 canais para acelerômetros. A Figura 5.2 traz um esquema da montagem do ensaio.

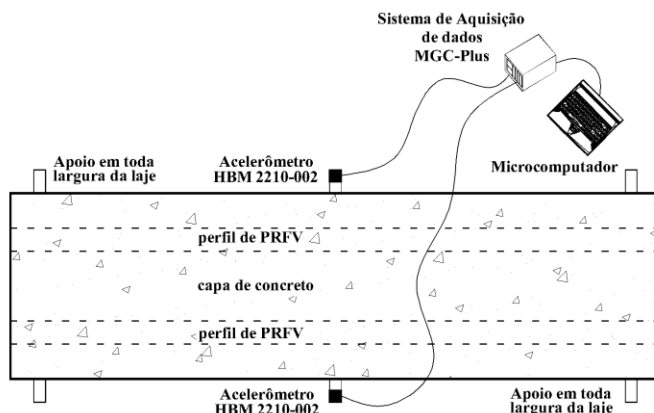


Figura 5.2 - Esquema dos ensaios dinâmicos da laje do estudo preliminar.

Os dados de acelerações obtidos estão no domínio do tempo. Para se obter as frequências naturais da estrutura, esses dados são transformados para o domínio da frequência por meio do algoritmo da *FFT*, descrito no Anexo B, desenvolvido pelo autor em uma linguagem de programação simbólica.

São realizados três tipos de ensaios: (i) impacto dos calcanhares; (ii) caminhar e (iii) pular. Para esses três ensaios são utilizados diferentes tipos de calçado, como indica a Figura 5.3. A frequência fundamental da estrutura é obtida por meio dos ensaios de impacto dos calcanhares. Em seguida são mostrados os ensaios de caminhar e pular, para os tipos de calçados mostrados na Figura 5.3, para três voluntários. Algumas informações sobre esses voluntários são indicadas na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 - Informações sobre os voluntários dos ensaios preliminares.

	Peso (kg)	Altura (m)	Sexo
Voluntário 1	60	1,63	F
Voluntário 2	70	1,82	M
Voluntário 3	53	1,63	F



(a) tênis com amortecedor



(b) tênis sem amortecedor



(c) sapato com salto

Figura 5.3 - Tipos de calçados utilizados no estudo preliminar.

(i) Impacto dos calcanhares

Varela (2004) traz um resumo do que a norma canadense Can3-S16-M84 estabelece para a obtenção da frequência fundamental de lajes. Essa norma estabelece que os ensaios de impacto dos calcanhares, em lajes de pavimentos, devem ser realizados por uma pessoa de peso médio com calçados de solado macio num local próximo ao centro da laje.

O ensaio consiste da pessoa ficar apoiada na ponta dos pés e se deixar cair sobre os calcanhares, sendo a frequência fundamental, a taxa de amortecimento e a aceleração de pico obtidas dessas medições.

O ensaio do impacto dos calcanhares fornece estas propriedades dinâmicas de forma aproximada, pois devido à interação pessoa-laje, a pessoa que realiza o ensaio contribui na resposta. A massa média dos voluntários que participaram dos ensaios é igual a 61 kg e essa massa não é desprezável com relação a massa da estrutura que vale aproximadamente 250 kg. Assim sendo, a frequência fundamental e amortecimento obtidos neste ensaio são do sistema laje-pessoa.

Para avaliar a influência da pessoa na frequência fundamental e amortecimento da estrutura, realizou-se um ensaio de impacto com martelo de borracha, que consistia de aplicar um golpe no centro da laje. Na falta do martelo padrão, especificado pela norma ASTM – C215 (2002), utilizaram-se dois martelos: um martelo de borracha e um martelo de ferro. As acelerações e espectro de aceleração obtidos desses ensaios foram muito semelhantes, sendo mostrados apenas as repostas para o martelo de borracha, na Figura 5.4 e Figura 5.5.

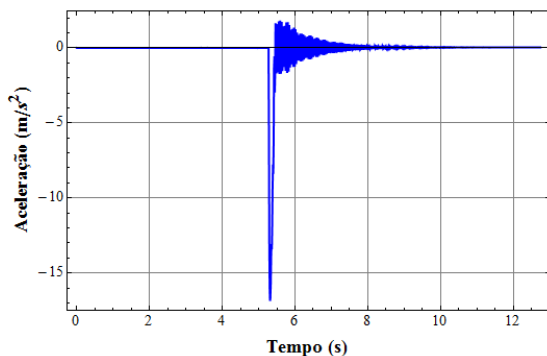


Figura 5.4 - Resposta da estrutura para o ensaio do impacto com martelo de borracha.

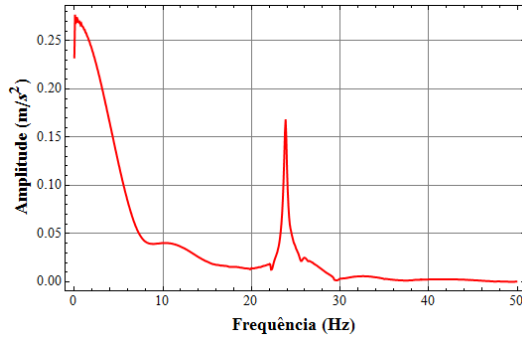


Figura 5.5 - Espectro de aceleração para o ensaio do impacto com martelo de borracha.

O espectro de aceleração mostrado na Figura 5.5, indica a ocorrência do fenômeno de mascaramento. Esse fato ocorre devido ao fato de que as cargas de impacto excitam mais os modos de vibração “mais altos”. Assim o intervalo de tempo utilizado não permite registrar a resposta da estrutura durante a aplicação do carregamento, já que, pelo Teorema de Nyquist, o intervalo Δt utilizado limita as frequências em 50Hz.

Para comprovar essa justificativa, analisou-se apenas o trecho em vibração livre da resposta das acelerações mostradas na Figura 5.5, suprimindo-se o trecho inicial. A resposta da estrutura em vibração livre e seu respectivo espectro de aceleração estão ilustrados na Figura 5.6 e Figura 5.7.

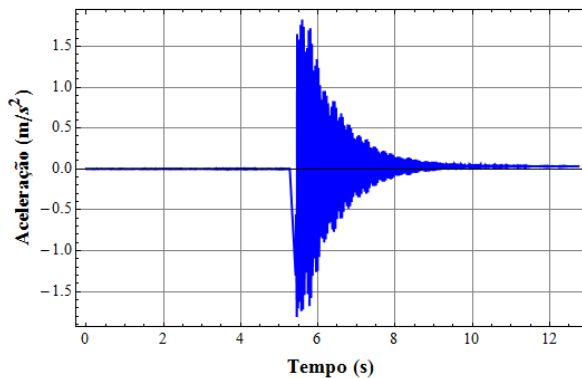


Figura 5.6 - Trecho em vibração livre do ensaio do impacto com martelo de borracha.

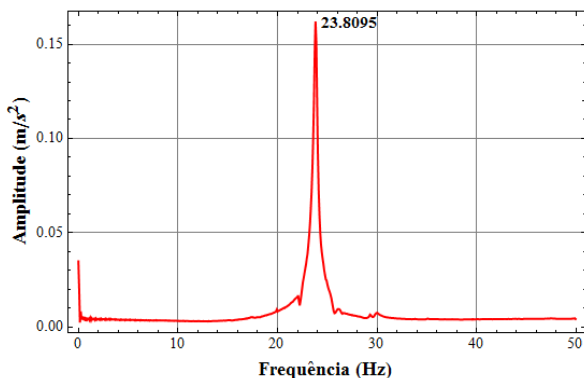


Figura 5.7 - Espectro de aceleração do trecho em vibração livre do ensaio de impacto com martelo de borracha.

Nota-se, na Figura 5.7, que o mascaramento no espectro diminuiu, porém não foi totalmente eliminado. No caso de repetir-se este tipo de ensaio futuramente, o intervalo de tempo Δt deverá ser diminuído para que não ocorra este fenômeno. A partir do espectro indicado na figura acima, chega-se ao valor de 23,81 Hz para a frequência fundamental da estrutura e a partir da Figura 5.6 obtém-se..o valor 2,31. para o fator de amortecimento.

A Figura 5.8 mostra uma foto do ensaio sendo realizado. Os três voluntários utilizaram calçados de solado macio. A resposta da estrutura, em termos de acelerações, pode ser vista na Figura 5.9 até a Figura 5.11 e os respectivos espectros de aceleração na Figura 5.12 à Figura 5.14.



Figura 5.8 - Ensaio do impacto do calcanhar do Voluntário 2.

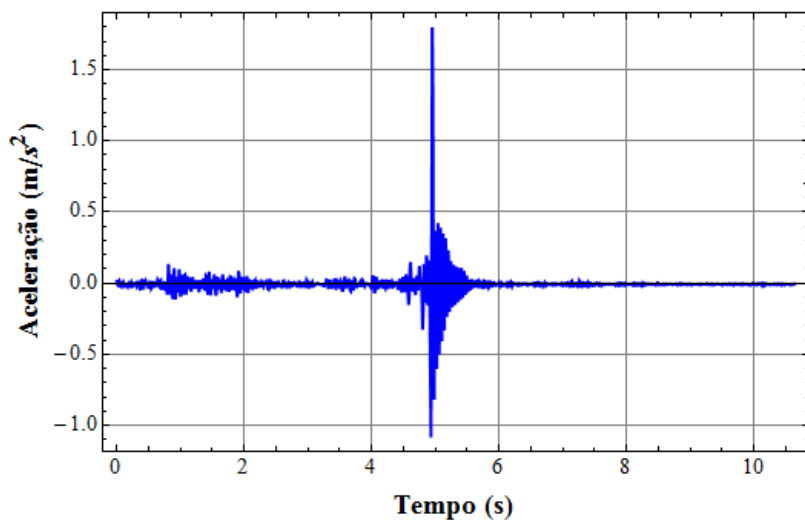


Figura 5.9 - Resposta da estrutura para o ensaio do impacto dos calcanhares do Voluntário 1.

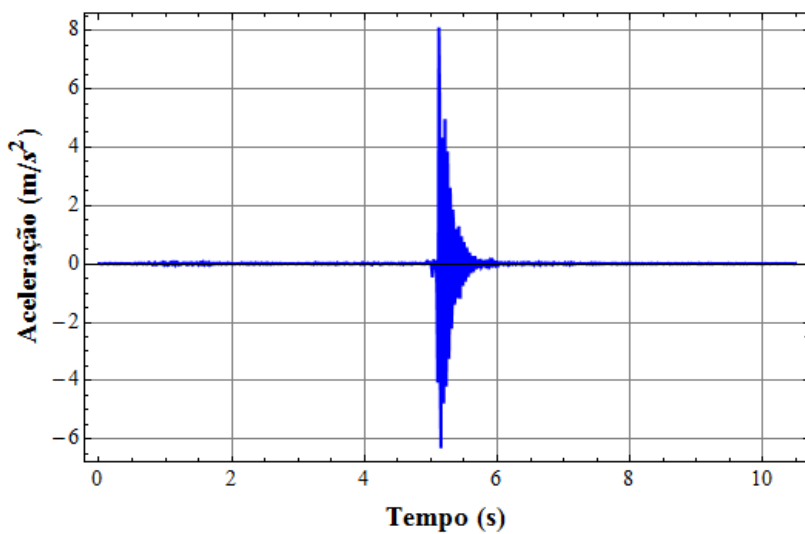


Figura 5.10 - Resposta da estrutura para o ensaio do impacto dos calcanhares do Voluntário 2.

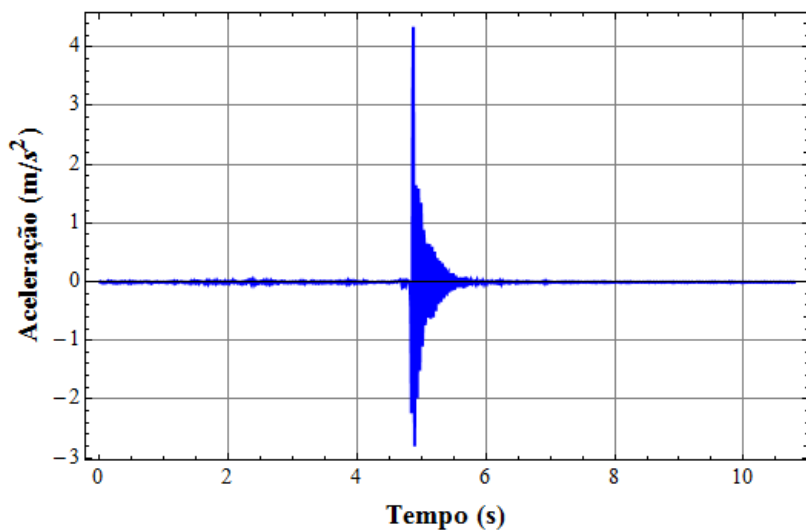


Figura 5.11 - Resposta da estrutura para o ensaio do impacto dos calcanhares do Voluntário 3.

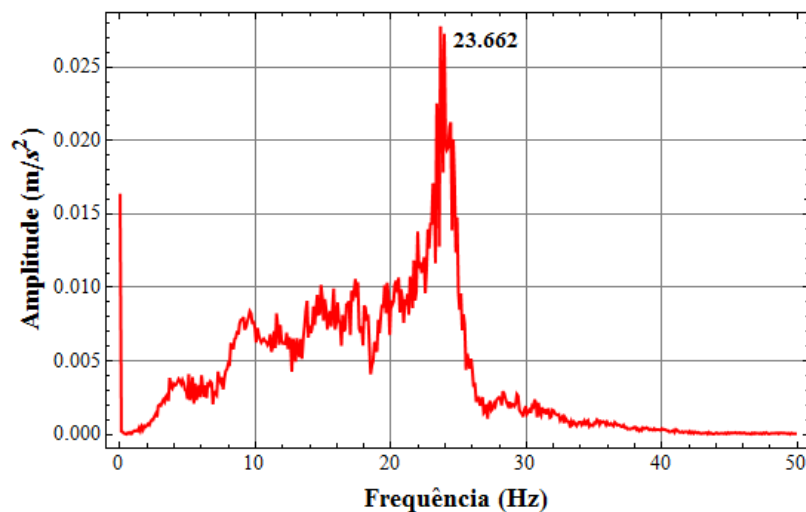


Figura 5.12 - Espectro de aceleração para o ensaio do impacto dos calcanhares do Voluntário 1.

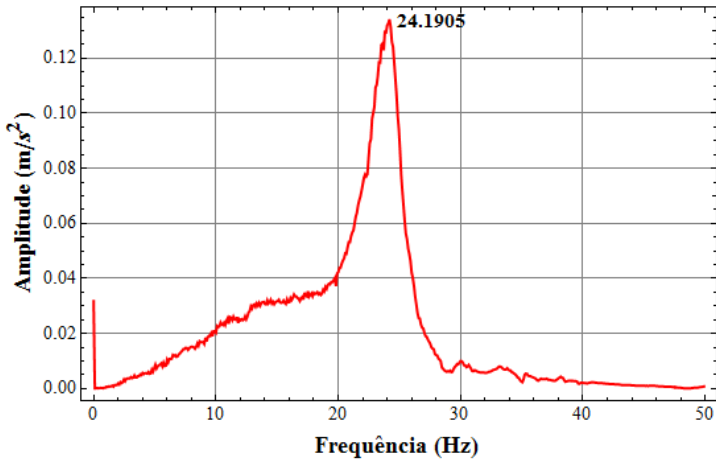


Figura 5.13 - Espectro de aceleração para o ensaio do impacto dos calcanhares do Voluntário 2.

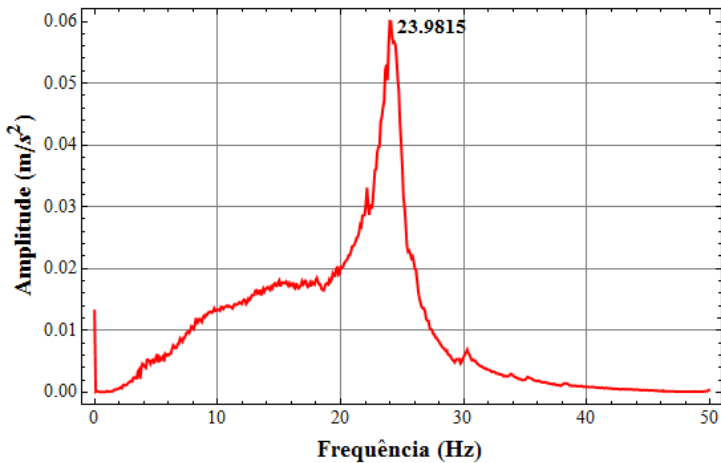


Figura 5.14 - Espectro de aceleração para o ensaio do impacto dos calcanhares do Voluntário 3.

Analisando os três gráficos das acelerações de resposta, nota-se que o Voluntário 2 apresentou o maior pico de aceleração. Isso pode ser explicado pelo seu peso ser maior com relação aos outros dois voluntários. Esse pico elevado pode ser notado também nas amplitudes dos espectro de resposta, nos quais o Voluntário 2 apresentou o dobro da

amplitude do Voluntário 3 e quase quatro vezes a amplitude do Voluntário 1.

O espectro de resposta da Figura 5.12 apresenta maior contaminação do que os demais, devido ao fato do voluntário não conseguir manter-se parado sobre a ponta dos pés, o que explica as acelerações relativamente elevadas já no início da leitura, Figura 5.9. Apesar disso, os três espectros indicam frequência fundamental semelhante, como mostra o resumo na Tabela 5.4.

Tabela 5.4 - Frequências fundamentais obtidas dos ensaios de impacto dos calcanhares.

	Voluntário 1	Voluntário 2	Voluntário 3	Média
Frequência (Hz)	23,66	24,19	23,98	23,94

A partir dos resultados mostrados na tabela anterior, a frequência fundamental do sistema laje-pessoa, obtida da média dos três ensaios, é igual a 23,94 Hz. Comparando-se esse valor com a frequência fundamental obtida do ensaio do impacto do martelo de borracha, 23,81 Hz, percebe-se que a pessoa pouco influencia na frequência fundamental da estrutura.

Para se avaliar o amortecimento do sistema laje-pessoa, isolou-se o trecho, positivo, em vibração livre, dos três gráficos das acelerações de resposta. Aplicando-se a técnica do decremento logarítmico, descrita no Anexo B, encontra-se os fatores de amortecimento deste protótipo da laje mista para cada ensaio, como indica a Tabela 5.5.

Tabela 5.5 - Fatores de amortecimento da laje LIAL.

	Voluntário			Impacto com martelo de borracha	Média*
	1	2	3		
Fator de amortecimento (%)	2,35	5,00	2,5	2,43	2,31

*Média calculada desconsiderando-se o fator referente ao Voluntário 2

Para calcular o valor médio do fator de amortecimento da laje mista a partir do ensaio de impacto de calcanhares, desconsiderou-se o resultado para o Voluntário 2, por apresentar valor muito diferente dos demais (ver Tabela 5.5). Observa-se que esse valor médio, $\zeta = 2,43 \%$, é

muito próximo ao obtido do ensaio de impacto de martelo, 2,31 %, mostrando assim que a influência da pessoa sobre a laje é muito pequena. Assim sendo, adotou-se $\xi = 2,4 \%$ no modelo de elementos finitos (EF) nas análises numéricas a serem realizadas.

A seguir são apresentados as respostas de aceleração no tempo e os espectros de resposta da estrutura submetida ao caminhar das pessoas.

(ii) Ensaios do caminhar

O passo seguinte foi ensaiar a estrutura a carregamentos de caminhar, Figura 5.15, com os mesmos voluntários do ensaio do impacto do calcanhar.

Cada pessoa caminhou ao longo do comprimento da laje mista dando três passos, utilizando os três tipos de calçados mostrados na Figura 5.3.

As respostas, em termos de acelerações, estão indicadas na Figura 5.16 até Figura 5.19. Os respectivos espectros de resposta estão mostrados na Figura 5.20 à Figura 5.23.



Figura 5.15 - Ensaio do caminhar do Voluntário 3.

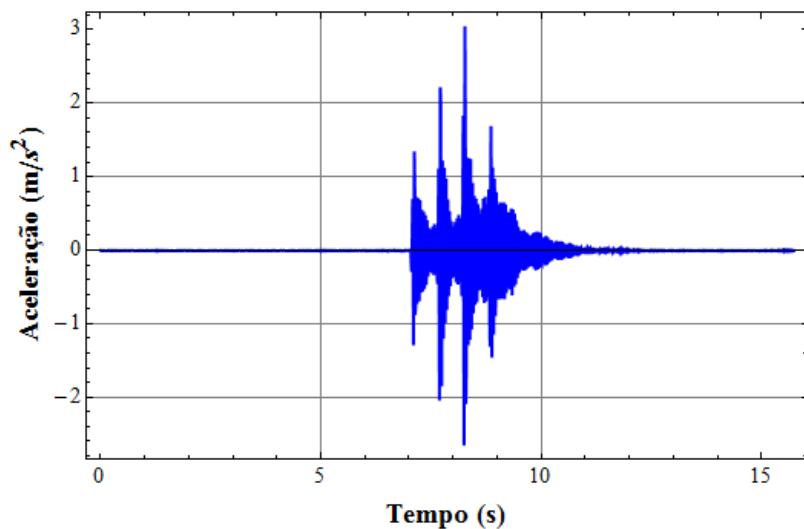


Figura 5.16 - Resposta da estrutura para o caminhar do Voluntário 1 usando tênis.

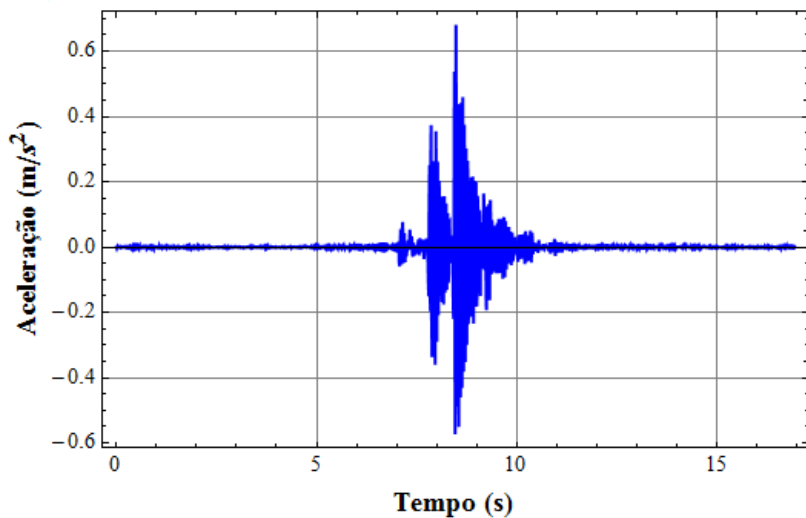


Figura 5.17 - Resposta da estrutura para o caminhar do Voluntário 2 usando tênis.

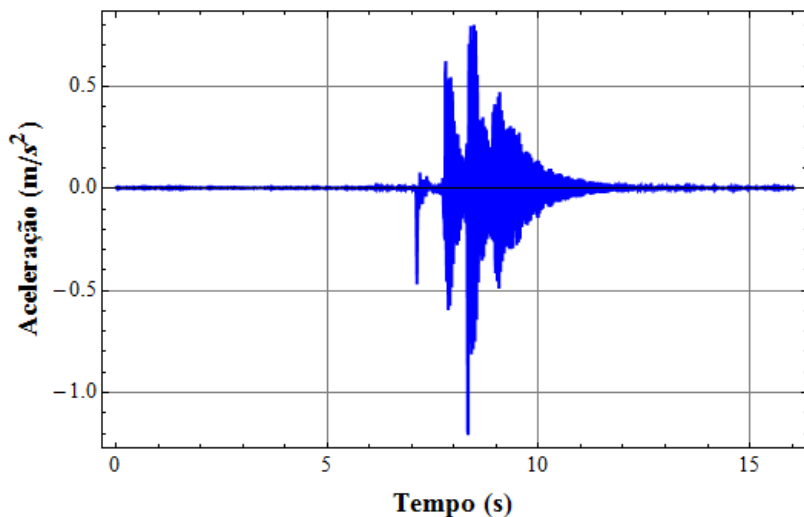


Figura 5.18 - Resposta da estrutura para o caminhar do Voluntário 3 usando salto alto.

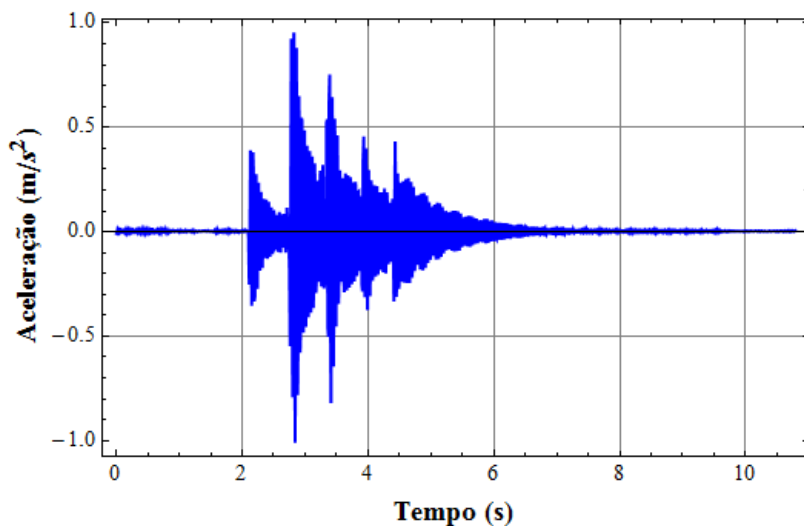


Figura 5.19 - Resposta da estrutura para o caminhar do Voluntário 3 usando tênis.

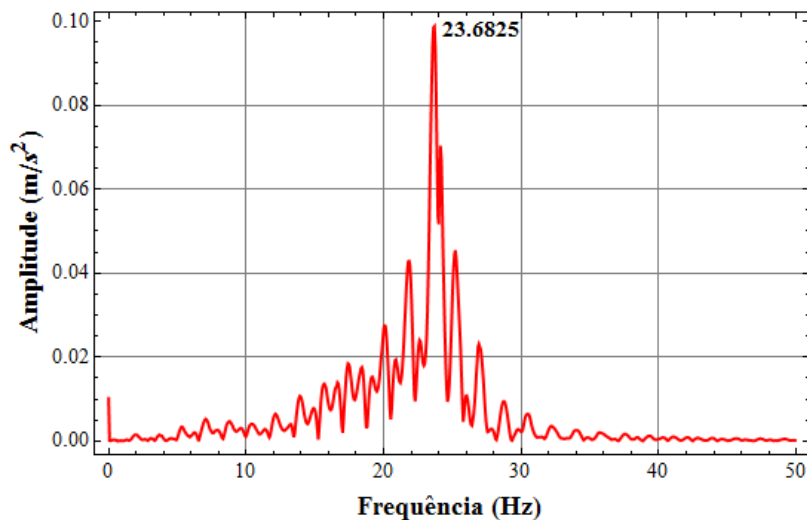


Figura 5.20 - Espectro de aceleração para o caminhar do Voluntário 1.

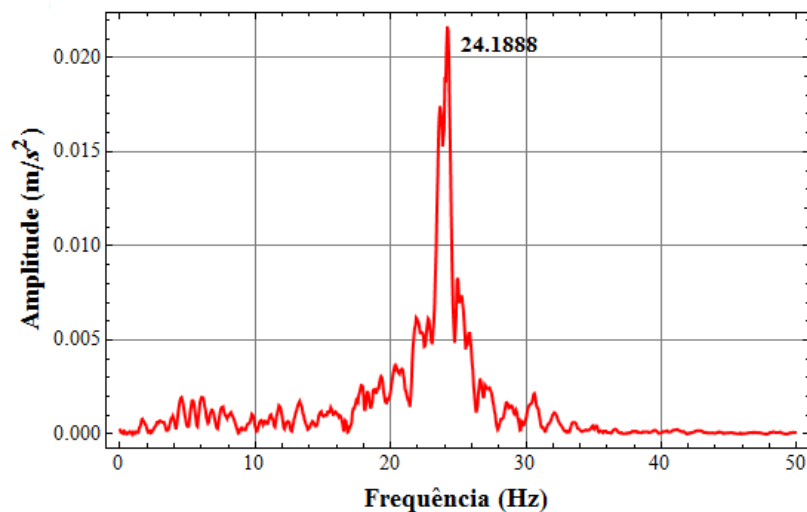


Figura 5.21 - Espectro de aceleração para o caminhar do Voluntário 2.

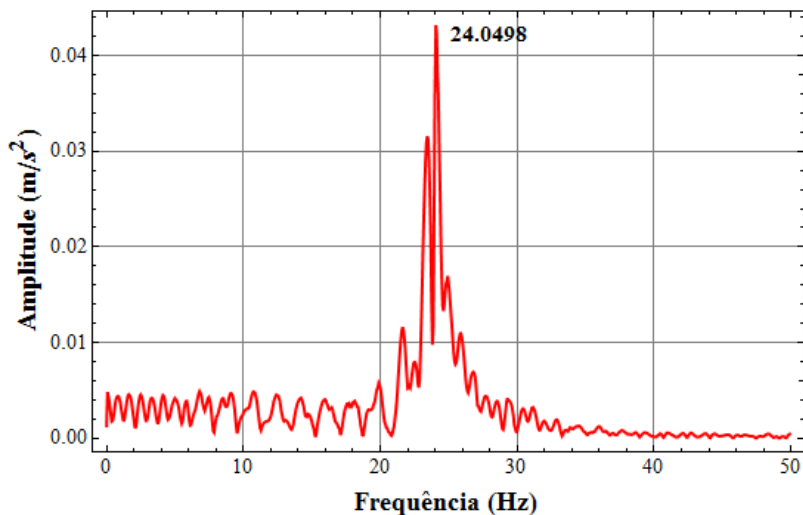


Figura 5.22 - Espectro de aceleração para o caminhar do Voluntário 3 usando salto alto.

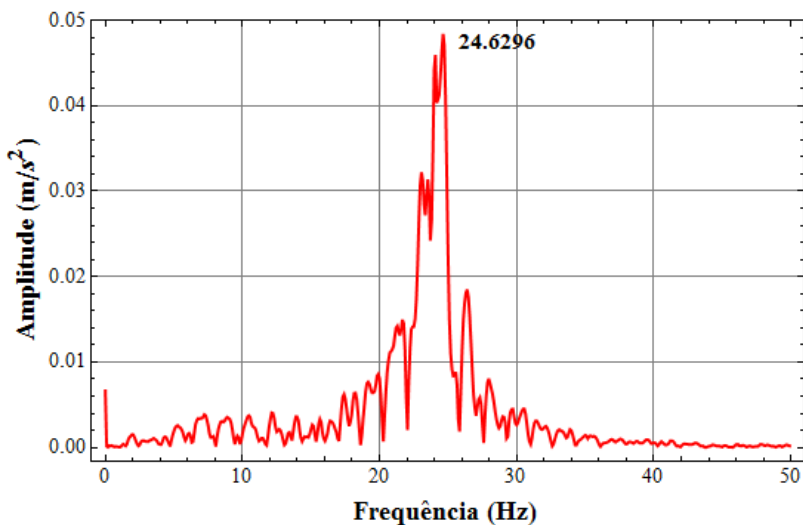


Figura 5.23 - Espectro de aceleração para o caminhar do Voluntário 3 usando tênis.

Analisando as acelerações de resposta percebe-se que o voluntário com maior peso não apresenta os maiores picos de aceleração, que para esses ensaios ocorreram para o Voluntário 1. Nota-se também pela Figura 5.18 e Figura 5.19 que o calçado de solado macio (tênis) apresenta picos de acelerações maiores em comparação com calçado de solado duro (salto alto), apesar do calçado com solado duro apresentar picos mais nítidos.

A Tabela 5.6 traz a análise da sensibilidade humana à vibrações utilizando-se a escala proposta por Goldman, Figura 3.2. As acelerações obtidas nos ensaios do caminhar foram consideradas desagradáveis e até intoleráveis.

Tabela 5.6 - Sensibilidade humana ao caminhar para a laje LIAL.

Ensaio	Sensibilidade
Voluntário 1 com calçado de solado macio	Intolerável
Voluntário 2 com calçado de solado macio	Desagradável
Voluntário 3 com calçado de solado duro	Desagradável
Voluntário 3 com calçado de solado macio	Desagradável/Intolerável

Os espectros de resposta indicam que a estrutura responde basicamente na frequência fundamental, próxima a 24 Hz. Além disso, analisando os espectros da Figura 5.22 e Figura 5.23 percebe-se o mascaramento mais acentuado no espectro da Figura 5.22. Esse fato pode ser explicado pelo tipo de calçado utilizado, pois os impactos para o calçado de solado duro levaram a picos de aceleração mais nítidos. O intervalo de tempo utilizado não permite registrar a resposta da estrutura durante a aplicação do carregamento.

Finalizando o programa experimental deste protótipo de laje, são apresentadas a seguir as respostas e os espectros de aceleração da estrutura submetida a pulso de pessoas.

(iii) Ensaios do Pular

David *et al* (2008) afirmam que, de acordo com o CEB 209 as frequências das cargas dinâmicas induzidas por pessoas pulando ou dançando encontra-se na faixa entre 1,5 e 3,0 Hz. Os ensaios de pular realizados neste estudo preliminar buscam aplicar pulos com a frequência máxima de 3,0 Hz. Para isso, os voluntários 1 e 2 deram cerca de 30 pulos em 10 segundos, no centro do protótipo. Os pulos foram de duas maneiras: pulos com as pontas dos pés e pulos com os pés inteiros. As acelerações de resposta da laje mista estão mostradas na Figura 5.24 até Figura 5.27 e os respectivos espectros de resposta na Figura 5.28 até a Figura 5.31.

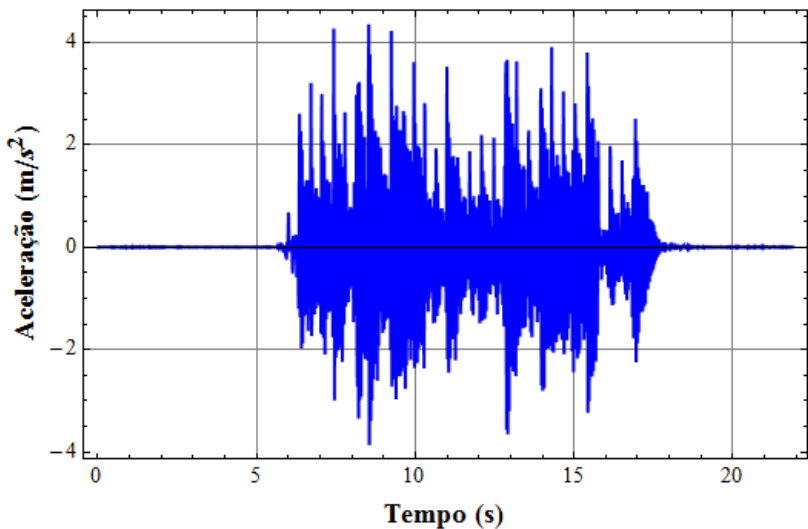


Figura 5.24 - Resposta da estrutura ao pular na ponta dos pés do Voluntário 1.

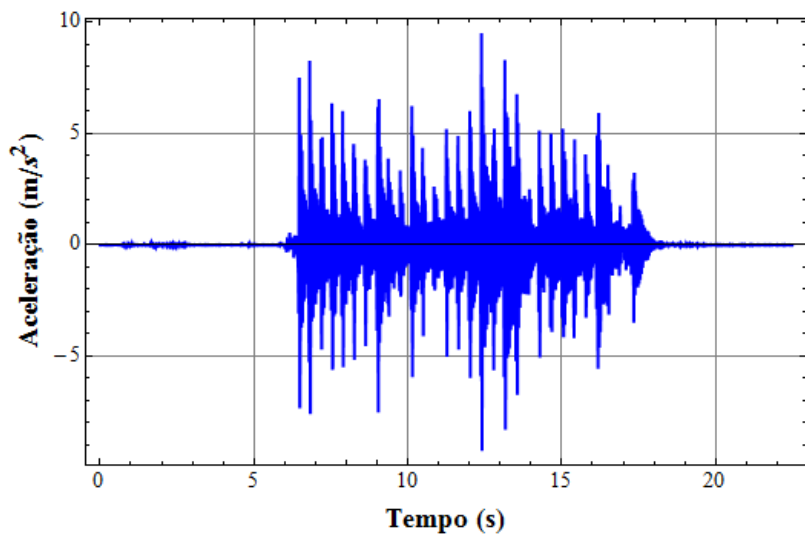


Figura 5.25 - Resposta da estrutura ao pular com pé inteiro do Voluntário 1.

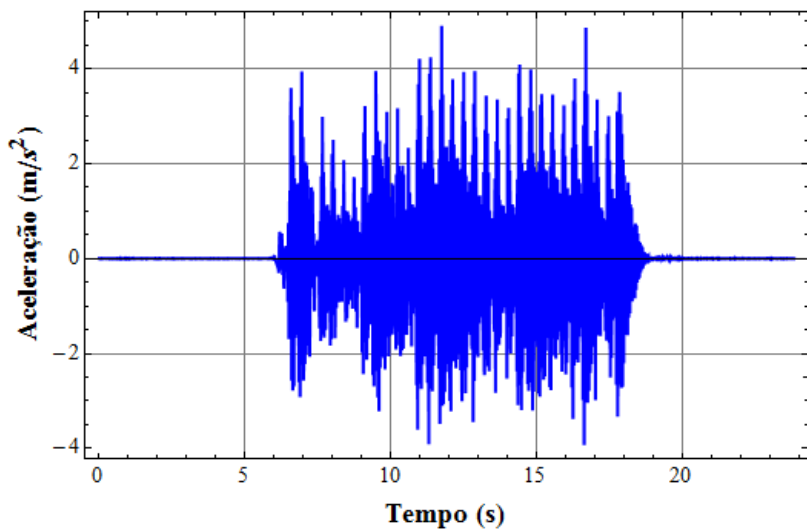


Figura 5.26 - Resposta da estrutura ao pular na ponta dos pés do Voluntário 2.

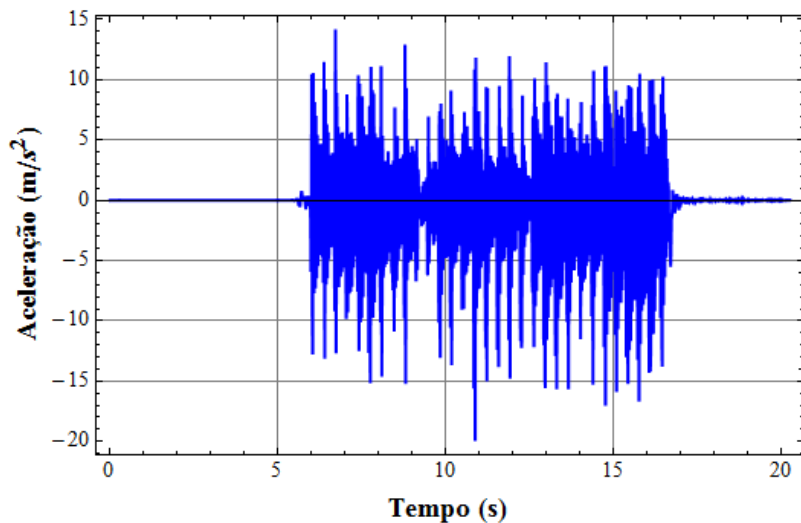


Figura 5.27 - Resposta da estrutura ao pular com pé inteiro do Voluntário 2.

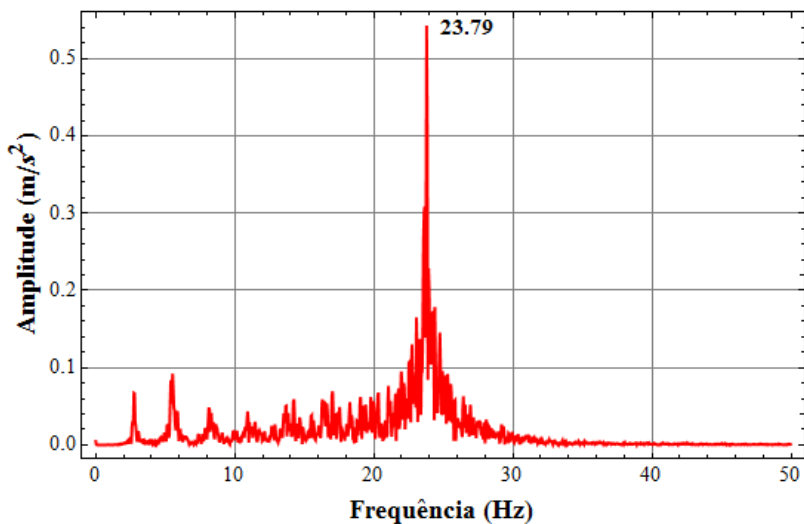


Figura 5.28 - Espectro de aceleração para o pular com a ponta dos pés do Voluntário 1.

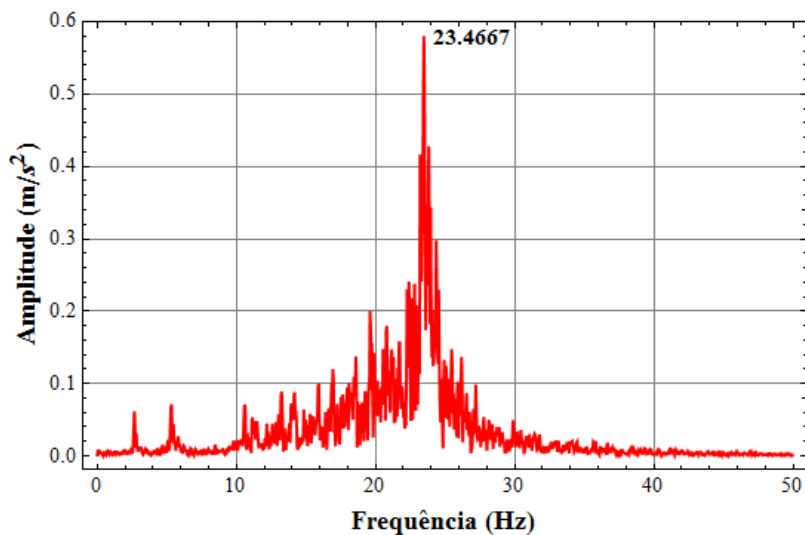


Figura 5.29 - Espectro de aceleração para o pular com o pé inteiro do Voluntário 1.

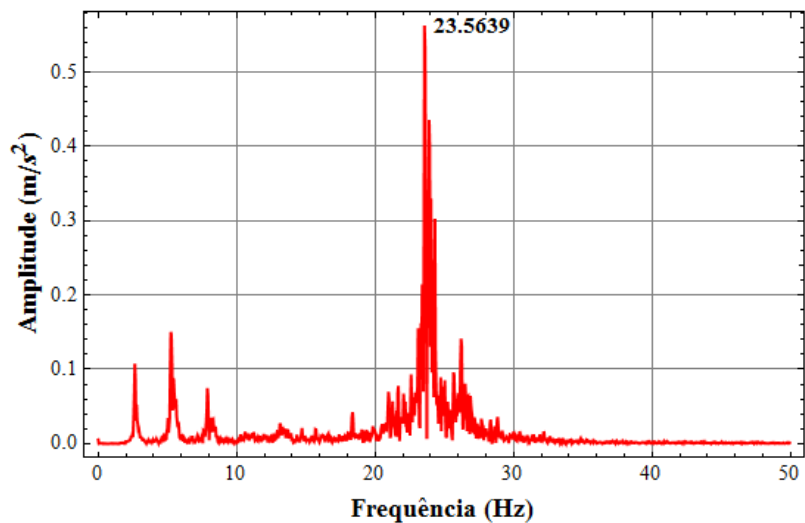


Figura 5.30 - Espectro de aceleração para o pular com a ponta dos pés do Voluntário 2.

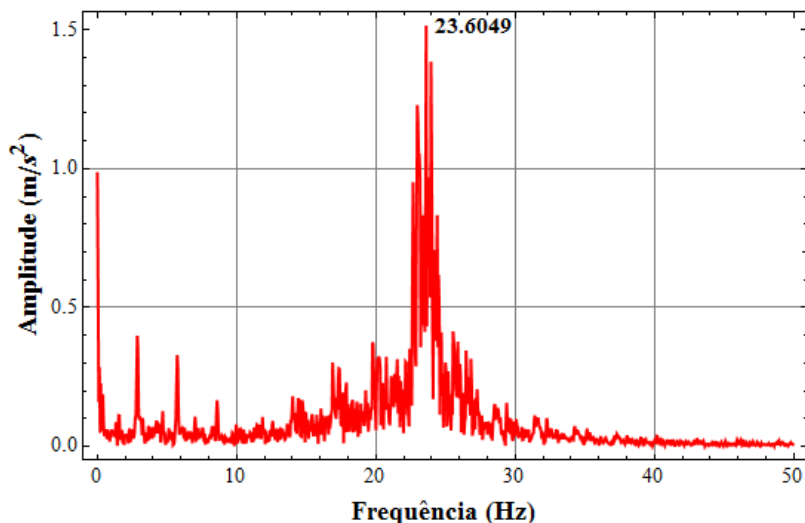


Figura 5.31 - Espectro de aceleração para o pular com o pé inteiro do Voluntário 2.

Analisando-se as acelerações de resposta para este ensaio, nota-se que o pulo com o pé inteiro leva a picos de acelerações praticamente dobrados em relação ao pulo com a ponta dos pés. Entretanto, com o pulo na ponta dos pés os voluntários conseguiram manter melhor o ritmo do pular.

Em termos de amplitudes máximas, não se percebe grande diferença entre as duas maneiras de pular, porém o ensaio do pulo com o pé inteiro apresentou mais problemas de mascaramento e contaminação nos espectros.

Para analisar a sensibilidade humana às vibrações provenientes do carregamento do pular, emprega-se novamente a escala de Goldman, Figura 3.2. A Tabela 5.7 traz os resultados dessa análise. Por essa escala, as acelerações de todos os ensaios foram consideradas intoleráveis.

Os espectros de aceleração indicam a estrutura respondendo principalmente na frequência fundamental. Contudo, aparecem picos de amplitudes significativas com frequência inferior a fundamental. Esses picos são referentes a frequência de excitação e seus harmônicos. Percebe-se desses harmônicos que os voluntários conseguiram aplicar o ritmo de pulos bem próximo a 3 Hz.

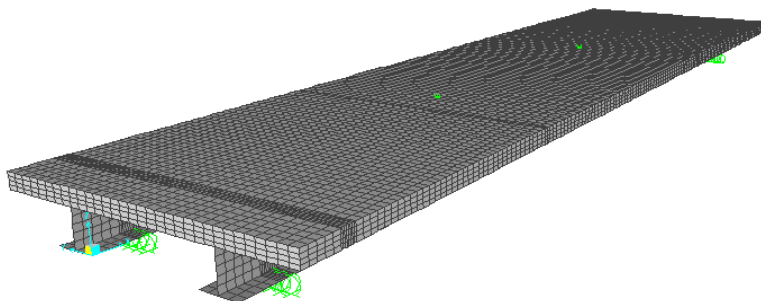
Tabela 5.7 - Sensibilidade humana ao pular para a laje LIAL.

Ensaio	Sensibilidade
Voluntário 1 com calçado de solado macio	Intolerável
Voluntário 2 com calçado de solado macio	Intolerável

No item a seguir será apresentado o modelo numérico de elementos finitos deste protótipo da laje mista. O fator de amortecimento calculado a partir do impacto dos calcanhares (2,4%) será utilizado nesse modelo numérico para simular a resposta dinâmica da laje mista ensaiada.

5.1.3 Análise numérica da laje mista LIAL

A malha de elementos finitos utilizada para modelar a laje mista LIAL foi baseada na malha utilizada por Santos Neto (2006) em seus estudos. Foram utilizados elementos de casca fina de 4 nós, para modelar os perfis de PRFV e elementos sólidos de 8 nós (com modos incompatíveis de Wilson), para modelar a capa de concreto. A Figura 5.32 ilustra o modelo lançado no programa SAP2000 (2009).

**Figura 5.32 - Malha de elementos finitos da laje LIAL.**

Nos elementos de casca foram utilizadas propriedades ortotrópicas equivalentes, obtidas para os laminados que compõem as mesas e alma do perfil I de abas largas pela TCL, Tabela 5.1. Para os elementos sólidos, admitiu-se que o concreto é um material isotrópico,

estimando-se o módulo de elasticidade em $E_c = 26 \text{ GPa}$ e adotando-se o valor usual de 0,2 para o coeficiente de Poisson.

As restrições são as mesmas empregadas no modelo numérico da laje apresentado no Capítulo 4, ou seja, é restringida a translação na direção z , na mesa inferior dos perfis, formando-se o vão livre de 2,55 m e, no concreto são restringidas as translações em x e y e a rotação em z .

Para simular o carregamento de caminhar, aplicou-se a função definida pela Equação (3.3) e ilustrada na Figura 3.10, com três harmônicos, aproximadamente nos mesmos pontos dos ensaios experimentais. Para o carregamento de pular empregou-se a Equação (3.1), Figura 3.12, aplicado no centro do modelo. Além disso, foi considerado o amortecimento da estrutura, por meio do fator de amortecimento calculado a partir dos ensaios do impacto dos calcanhares, $\xi = 2,4 \%$.

Os espectros de aceleração apresentados, tanto para o carregamento de caminhar quanto do pular, não foram extraídos diretamente do SAP2000 (2009). Exportou-se as acelerações indicadas no programa e aplicou-se o mesmo algoritmo da FFT utilizado neste trabalho para transformar as acelerações obtidas dos ensaios para o domínio da frequência, pois o programa SAP2000 (2009) não informa quais unidades está utilizando nos gráficos de espectro.

Para verificação da rigidez à flexão da laje, também aplicou-se um carregamento estático, simulando o ensaio de flexão a quatro pontos, como o apresentado no capítulo anterior. Por meio desse carregamento verificou-se os deslocamentos desse modelo de EF com os resultados experimentais para o regime elástico da laje, apresentandos por Santos Neto (2006), obtendo-se uma boa correlação, ou seja, o modelo numérico consegue representar a rigidez elástica inicial da laje mista.

(i) Frequências naturais da estrutura

Nos ensaios de obtenção da frequência fundamental da laje mista, ficou demonstrado que a massa da pessoa pouco influenciava nos valores dessa frequência. Para verificar esta observação realizou-se também um outro estudo, em que procurou-se modelar a interação laje-pessoa, modelando-se a pessoa por um sistema com três massas concentradas (VARELA, 2004). Em termos de frequências naturais, não houve diferença com relação ao modelo da laje isolada, confirmando assim as observações dos ensaios. Assim optou-se por utilizar esse modelo da laje isolada em todas as análises subsequentes.

As frequências naturais da estrutura foram obtidas a partir da análise modal para os vinte primeiros modos de vibração, por meio do programa SAP2000 (2009) e estão mostrados na Tabela 5.8. Nota-se que a frequência fundamental da estrutura vale $25,79 \text{ Hz}$, valor próximo ao obtido experimentalmente.

Os fatores de participação modal apresentados são para o deslocamento vertical u_z . Os valores indicados como 0, na realidade são valores muito baixos, inferiores à potência E-08. A partir desses fatores, definiu-se os oito primeiros modos para as análises seguintes, pois os demais modos pouco acrescentam para a resposta total. Dessa forma se reduz consideravelmente o tempo de processamento do modelo. Desses modos, a configuração deformada da estrutura dos três primeiros é mostrada na Figura 5.33 até a Figura 5.35.

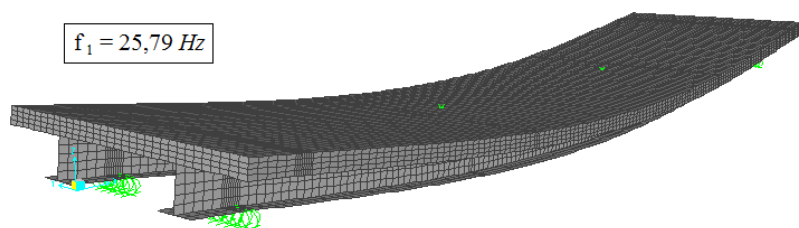


Figura 5.33 - Primeiro modo de vibração da laje do estudo preliminar.

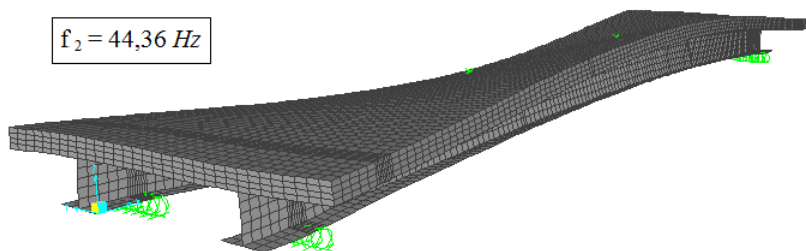


Figura 5.34 - Segundo modo de vibração da laje do estudo preliminar.

Tabela 5.8 - Características dinâmicas da laje do estudo preliminar.

Modos de Vibração	Frequência natural (Hz)	Fator de participação modal	Descrição da configuração deformada da estrutura
1° Modo	25,788	0,423938	uma meia onda em torno do eixo y
2° Modo	44,364	0	torção em torno do eixo x
3° Modo	81,193	0	duas meias ondas em torno do eixo y
4° Modo	95,797	0	torção assimétrica em torno do eixo x
5° Modo	117,14	0	translação no eixo y
6° Modo	152,14	0,149163	três meias ondas em torno do eixo y
7° Modo	169,72	0	torção assimétrica em torno do eixo x
8° Modo	174,09	-0,002856	torção dos perfis em torno do eixo x
9° Modo	177,00	0	uma meia onda dos perfis em torno do eixo z
10° Modo	194,99	0	torção assimétrica dos perfis em torno do eixo x
11° Modo	195,89	0	translação dos perfis no eixo y
12° Modo	206,73	0	torção local da mesa inferior do perfil em torno do eixo x
13° Modo	214,92	0	quatro meias ondas em torno do eixo o y
14° Modo	229,00	0,013928	torção assimétrica em torno do eixo x da mesa inferior do perfil
15° Modo	232,79	0	torção assimétrica em torno do eixo x
16° Modo	238,55	0	torção assimétrica em torno do eixo x
17° Modo	251,16	0,010709	translação da mesa inferior do perfil no eixo y
18° Modo	254,15	0	translação da mesa inferior do perfil no eixo y
19° Modo	256,02	0	duas meias ondas da mesa inferior do perfil em torno do eixo z
20° Modo	283,61	-0,072087	torção assimétrica em torno do eixo x da mesa inferior do perfil

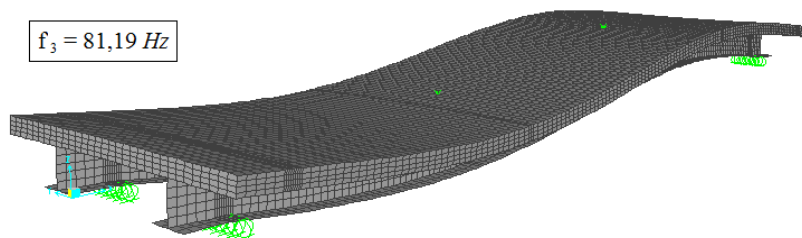


Figura 5.35 - Terceiro modo de vibração da laje do estudo preliminar.

A seguir serão apresentadas as acelerações de resposta e os espectros de aceleração obtidos no modelo numérico, para os carregamentos de caminhar e pular, com consideração do amortecimento obtido experimentalmente. Os gráficos são referentes a um nó na lateral da capa de concreto, na mesma posição das leituras dos ensaios.

(ii) Análise numérica do caminhar

A função do caminhar, formada por três harmônicos, considerando o peso médio dos voluntários, foi aplicada em três áreas do modelo, referentes a área do calçado, simulando os três passos, Figura 5.36. A literatura indica, como comentado anteriormente, que em média um passo possui 0,6 m de comprimento e dura 0,6 s. Contudo, nos ensaios experimentais, notou-se que os passos dos voluntários duravam em torno de 0,5 s, sendo esse o valor empregado nesse modelo numérico.

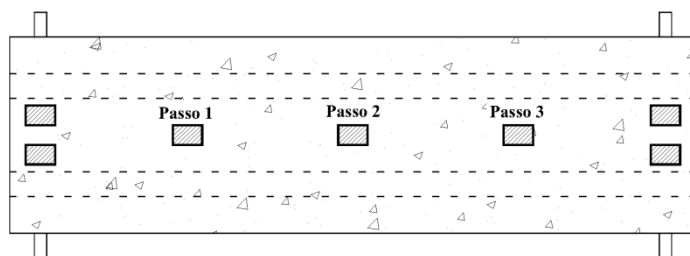


Figura 5.36 - Posicionamento dos passos no modelo numérico da laje LIAL.

Analisando-se um ponto localizado no meio do vão, na linha neutra, simulando a mesma posição dos acelerômetros nos ensaios,

chega-se aos resultados mostrados na Figura 5.37, para acelerações de resposta e, Figura 5.38, para o espectro de aceleração.

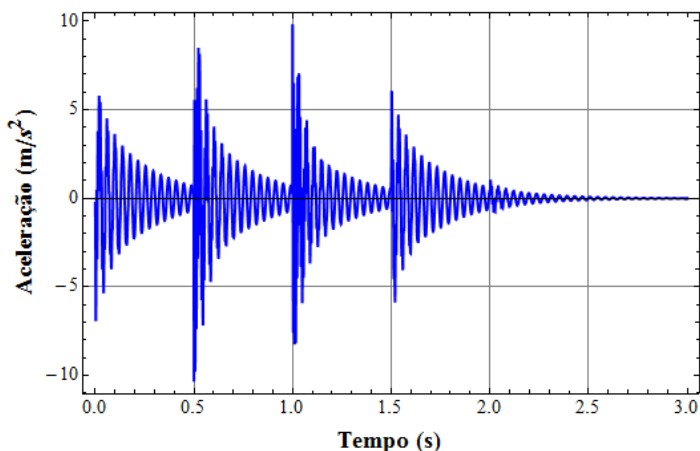


Figura 5.37 - Resposta obtida do modelo numérico da laje LIAL ao caminhar.

As acelerações mostradas na Figura 5.37 indicam picos em torno de 6 m/s^2 , nível considerado intolerável para sensibilidade humana à vibrações pela escala de Goldman, Figura 3.2. Já o espectro de aceleração, indica que a resposta da laje se dá principalmente na frequência fundamental, com amplitude de $1,2 \text{ m/s}^2$. Esse valor de amplitude é muito superior do que aquele obtido nos ensaios experimentais, $0,1 \text{ m/s}^2$ para o Voluntário 1, $0,02 \text{ m/s}^2$ para o Voluntário 2, $0,05 \text{ m/s}^2$ para o Voluntário 3. Possíveis razões dessa diferença de amplitudes obtidas numericamente e experimentalmente serão discutidas mais adiante no item 5.1.4.

Em termos de deslocamento, para o mesmo ponto analisado para acelerações, o carregamento de caminhar causou um deslocamento vertical máximo (direção z) igual a $0,498 \text{ mm}$, Figura 5.39. Considerando a pessoa em pé parada no centro da laje o deslocamento vertical estático vale $0,191 \text{ mm}$, a relação entre o deslocamento dinâmico e o deslocamento estático vale $D = 2,47$. O índice D não é considerado fator de amplificação dinâmica, uma vez que é a resposta de todos os modos da estrutura, apesar da laje responder primordialmente na frequência fundamental, assim chamou-se D de relação de deslocamentos para carga dinâmica/estática.

Apesar deste valor de relação ser grande, o deslocamento proveniente do caminhar é bem inferior ao limite $L/350 = 7,29$ mm, indicado pela NBR-6118 (2003).

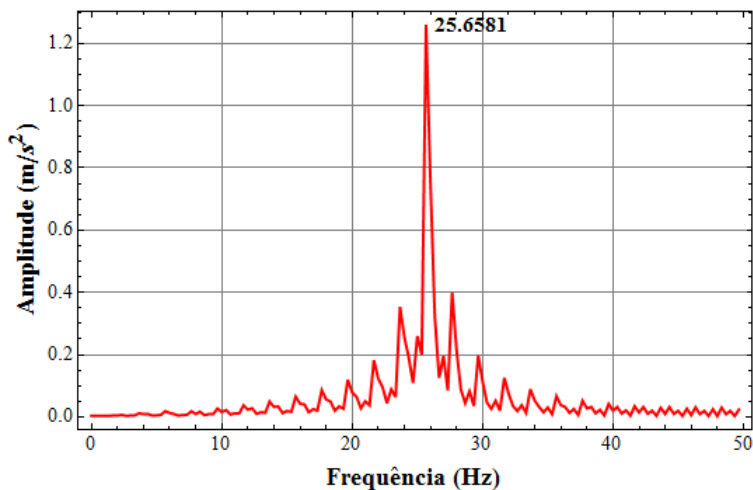


Figura 5.38 - Espectro de aceleração obtido do modelo numérico da laje LIAL ao caminhar.

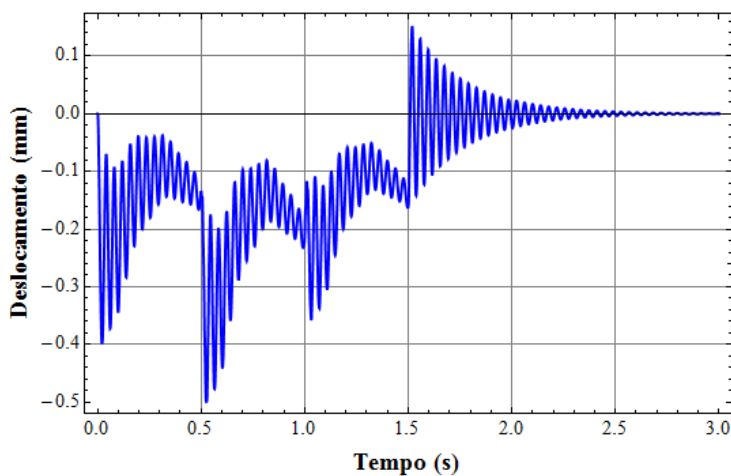


Figura 5.39 - Deslocamento obtido do modelo numérico da laje LIAL ao caminhar.

(iii) Análise numérica do pular

O carregamento de pular, definido pela Equação (3.55), foi aplicado em duas áreas, referentes as áreas dos calçados, no centro do modelo numérico, na mesma posição de ensaio.

O ponto analisado foi o mesmo da análise do caminhar, apresentando os resultados indicados na Figura 5.40 e Figura 5.41, respectivamente, acelerações de resposta e espectro de aceleração.

Essas acelerações do pular ficaram qualitativamente semelhantes com os ensaios dos pulos nas pontas dos pés. Já o espectro de aceleração não ficou tão bem definido, apresentando muitos picos com grandes amplitudes referentes aos harmônicos do carregamento, fato semelhante ao notado nos resultados experimentais. O maior pico se deu próximo a frequência fundamental com amplitude $0,30 \text{ m/s}^2$, valor inferior aos obtidos nos ensaios.

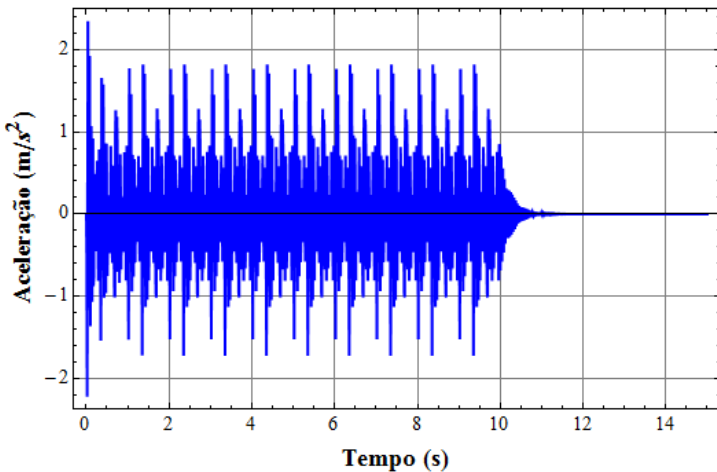


Figura 5.40 - Resposta obtida do modelo numérico da laje LIAL ao pular.

Para o deslocamento, esse carregamento apresentou deslocamento vertical máximo igual a $0,863 \text{ mm}$, ou seja, relação entre os deslocamentos devido aos carregamentos dinâmico e estático $D = 4,29$. Contudo, esse deslocamento também está bem abaixo do limite estabelecido pela NBR-6118 (2003).

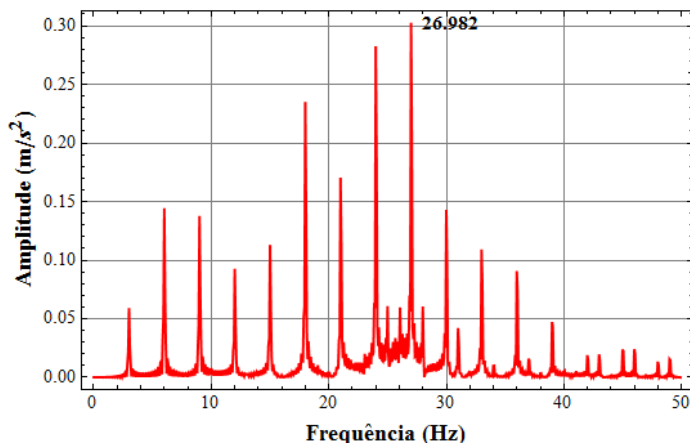


Figura 5.41 - Espectro de aceleração obtido do modelo numérico da laje LIAL ao pular.

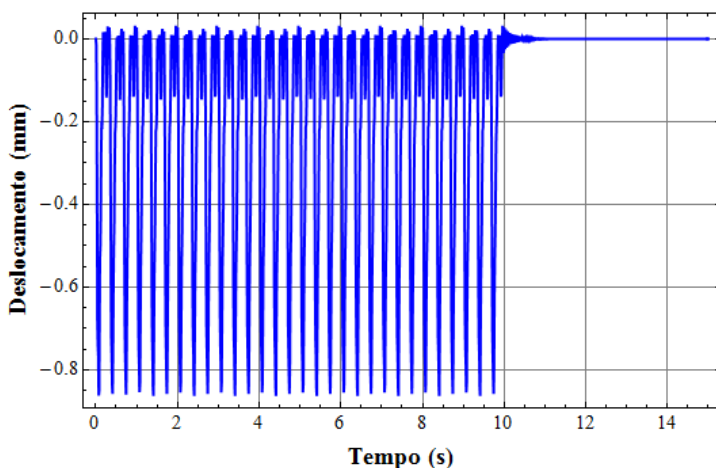


Figura 5.42 - Deslocamento obtido do modelo numérico da laje LIAL ao pular.

5.1.4 Considerações finais dos estudos preliminares

O resultado de frequência fundamental obtido analítica, numérica e experimentalmente é mostrado na Tabela 5.9. O modelo numérico apresentou resultado razoavelmente próximo ao resultado dos ensaios,

enquanto que o modelo analítico mostrou-se bem mais rígido, sendo o resultado analítico apenas satisfatório para estimativa da frequência fundamental.

Tabela 5.9 - Resumo dos resultados para frequência fundamental da laje LIAL.

	Analítico	Experimental	Númérico
Frequência fundamental (Hz)	28,21	23,94	25,79

Os resultados mostrados na Tabela 5.9 apresentam diferença relativa entre analítico e experimental de + 17,84 % e entre numérico e experimental de + 7,73 %. Os valores indicam, ainda, que a estrutura tem rigidez elevada para ações dinâmicas, já que é bem superior ao valor indicado na tabela 23.1 da NBR-6118 (2003), que varia entre 1,6 e 5,4Hz.

Em termos de amplitudes de aceleração, o modelo numérico para o carregamento de caminhar apresentou resultados muito superiores aos resultados obtidos nos ensaios. Essa diferença observada poderia ser explicada por duas razões. A primeira é a interação pessoa-laje, em que a pessoa atua como um amortecedor de massa sintonizado (AMS), diminuindo assim as amplitudes de resposta da estrutura. A segunda é pelo fato do vão da laje ser muito pequeno e a pessoa o atravessar em apenas três passos, não havendo assim tempo da pessoa *entrar em ritmo com a laje*, e a função utilizada para descrever o carregamento de caminhar não ser assim representativa. Já para o carregamento de pular, as acelerações de resposta do modelo numérico apresentaram a mesma ordem de grandeza dos resultados obtidos dos ensaios com os voluntários pulando com a ponta dos pés. Nesse caso o tempo de contato pessoa-laje é ínfimo, portanto não há quase influência da pessoa sobre a laje. Para ambos casos de carregamento, as análises da laje mista apresentaram acelerações intoleráveis para o conforto humano. Pode-se destacar também que as acelerações obtidas nos ensaios de pular não são constantes como na análise numérica, devido ao fato de não se conseguir manter o ritmo da carga durante muito tempo nos ensaios.

No modelo numérico de EF, os resultados para deslocamentos apresentaram valores elevados para relação carga dinâmica/carga estática, $D = 2,47$ para o caminhar e $D = 4,29$ para o pular. Apesar desses altos índices, vale salientar que os deslocamentos foram muito

pequenos para essa laje mista, não trazendo grandes preocupações para este sistema de laje. Contudo, deve-se ter cuidado quando tratar-se de uma laje com vãos maiores, onde esses fatores podem levar a grandes deformações.

5.2 Análise teórica da laje mista LIAC

Assim como no estudo preliminar, utiliza-se a analogia de viga para a consideração da laje mista usando perfis de abas curtas (LIAC), usando elementos lineares e o método da seção transversal homogeneizada para considerar a seção homogeneizada formada apenas por PRFV. Essa seção homogeneizada é a mesma utilizada no dimensionamento e ilustrada na Figura 4.3, e as propriedades elásticas são as mesmas mostradas na Tabela 4.1.

A massa da estrutura vale $M_L = 0,0957$ ton/m e é formada pela massa total do concreto, dos perfis e dos blocos de EPS, distribuída ao longo do comprimento.

A frequência fundamental da estrutura é então obtida introduzindo-se as propriedades da seção homogeneizada e a massa da estrutura na Equação (B.32), Anexo B, chegando-se em $f_1 = 11,36$ Hz. Considerando essa frequência como sendo a de corte, encontra-se o valor do intervalo de tempo para as leituras dos ensaios, de modo a respeitar o limite de *Nyquist*: $\Delta t < 0,044$ s.

Para tentar evitar os problemas de contaminação e mascaramento que ocorreram nos ensaios preliminares, optou-se por utilizar o intervalo de tempo $\Delta t = 0,01$ s, ou seja, quatro vezes menor do que o máximo definido pelo teorema de *Nyquist*. Assim, como nos ensaios preliminares, serão registradas frequências de até 50 Hz.

A seguir será apresentada a análise experimental a partir dos ensaios para obtenção da frequência fundamental e amortecimento da laje mista e também ensaios para avaliação da resposta da estrutura submetida a atividades humanas.

5.3 Análise experimental da laje mista LIAC

Os procedimentos de ensaio dos protótipos da laje mista desta pesquisa são semelhantes aos empregados durante o estudo preliminar. Realizou-se basicamente os mesmos três tipos de ensaios feitos

anteriormente, (i) impacto dos calcanhares; (ii) caminhar e (iii) pular. Contudo, os ensaios do tipo (i) e (ii) foram realizados de formas variadas, como será visto adiante.

Para obtenção da frequência fundamental realizou-se apenas os ensaios de impacto dos calcanhares, não sendo feitos os ensaios com os martelos, pois no estudo preliminar as diferenças entre esses dois tipos de ensaio foram bem pequenas e a laje mista LIAC possui maior massa, considerando-se assim que a influência da pessoa seja menor.

O esquema para esses ensaios está ilustrado pela Figura 5.43. Como pode ser percebido, a diferença para os estudos preliminares está no posicionamento dos acelerômetros, os quais foram instalados, para os protótipos LIAC-1 e LIAC-2 foram instalados na mesa inferior dos perfis de PRFV, no centro da laje.

A Figura 5.44 ilustra os calçados de solado macio utilizados na pesquisa e a Figura 5.45 mostra os calçados de solado duro utilizados. No total participaram, destes ensaios, seis voluntários. Alguns dados sobre esses voluntários estão indicados na Tabela 5.10.

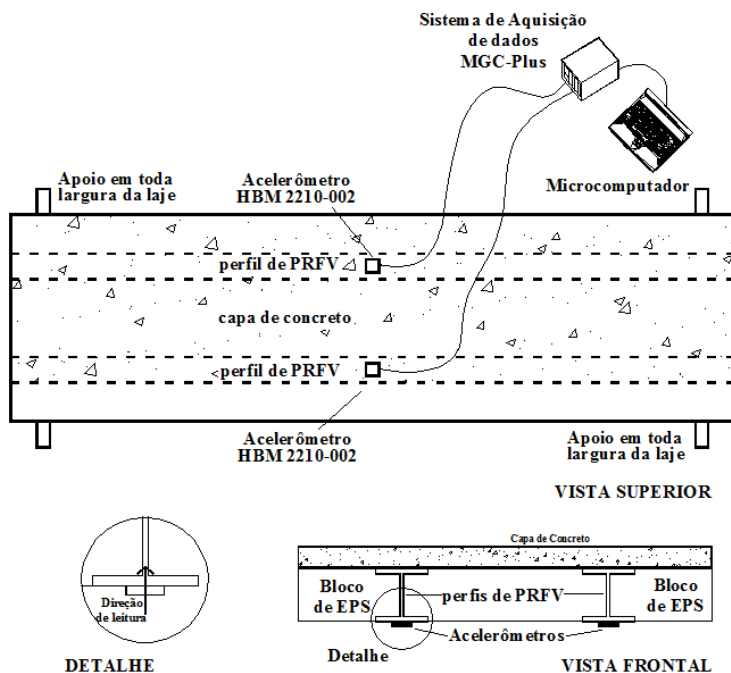


Figura 5.43 - Esquema dos ensaios dinâmicos da laje mista LIAC.



Figura 5.44 - Calçados de solado macio (tênis) utilizados nos ensaios.



Figura 5.45 - Calçados de solado duro utilizados nos ensaios.

Tabela 5.10 - Dados dos voluntários participantes dos ensaios.

Voluntário	Peso (kg)	Altura (m)	Sexo
1	70	1,83	M
2	67	1,70	M
3	83	1,92	M
4	50	1,64	F
5	53	1,63	F
6	66	1,72	M

Ressalta-se que esses voluntários não são os mesmos que realizaram os ensaios preliminares na laje mista LIAL, com exceção do Voluntário 5, o qual foi denominado Voluntário 3 nos ensaios preliminares. As respostas da estrutura, em termos de acelerações, provenientes dos ensaios serão mostradas a seguir, bem como os espectros de aceleração. Inicialmente apresenta-se os ensaios dos impactos dos calcanhares, obtendo-se a frequência fundamental e fator de amortecimento da estrutura. Na sequência são mostrados as respostas e espectros para as diversas formas de caminhar e para o pular.

5.3.1 Impacto dos calcanhares

Nos dois protótipos confeccionados para este estudo foram realizados dois tipos de impactos: (i) apenas um impacto do calcanhar e (ii) três impactos seguidos. Esses dois tipos de ensaios são realizados por todos os voluntários para os dois tipos de calçados, exceto o Voluntário 4 que realizou apenas com calçado de solado duro (salto alto) e o Voluntário 6 que realizou apenas com calçado de solado macio. A Figura 5.46 mostra a realização de alguns dos ensaios.

**Figura 5.46 - Ensaio do impacto dos calcanhares sendo realizado.**

Algumas das acelerações de resposta para o protótipo LIAC-1 para estes ensaios de impacto do calcanhar podem ser vistas na Figura 5.47 até a Figura 5.51, e seus respectivos espectros de aceleração são mostrados na Figura 5.52 até a Figura 5.56. Os demais gráficos de acelerações e espectros de resposta encontram-se no Anexo H.

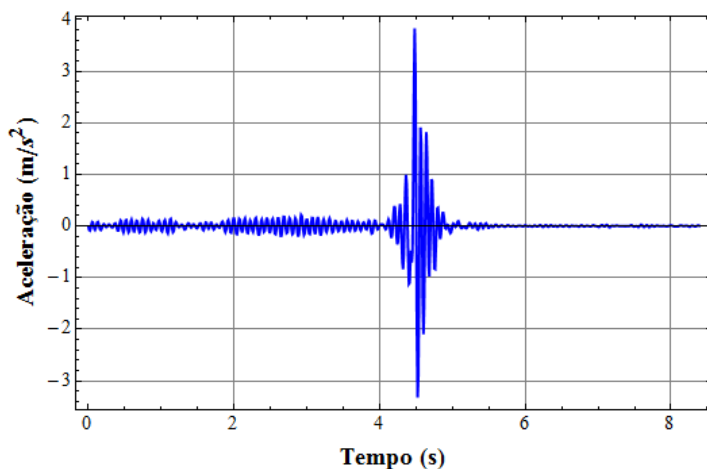


Figura 5.47 - Resposta do protótipo LIAC-1 para o Voluntário 3 usando calçado de solado macio.

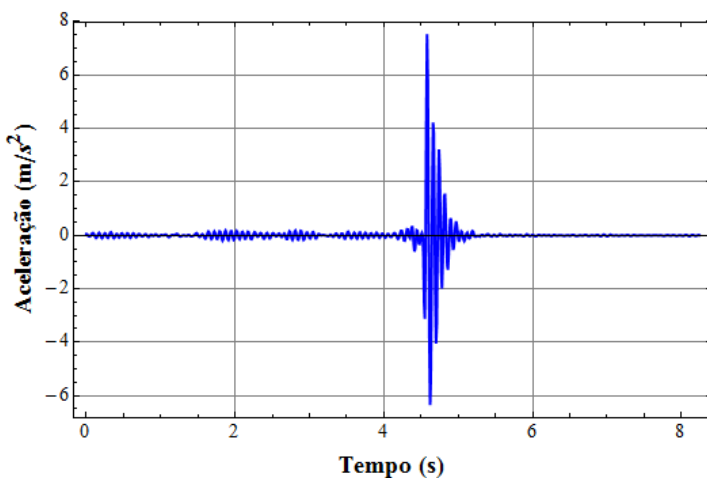


Figura 5.48 - Resposta do protótipo LIAC-1 para o Voluntário 3 usando calçado de solado duro.

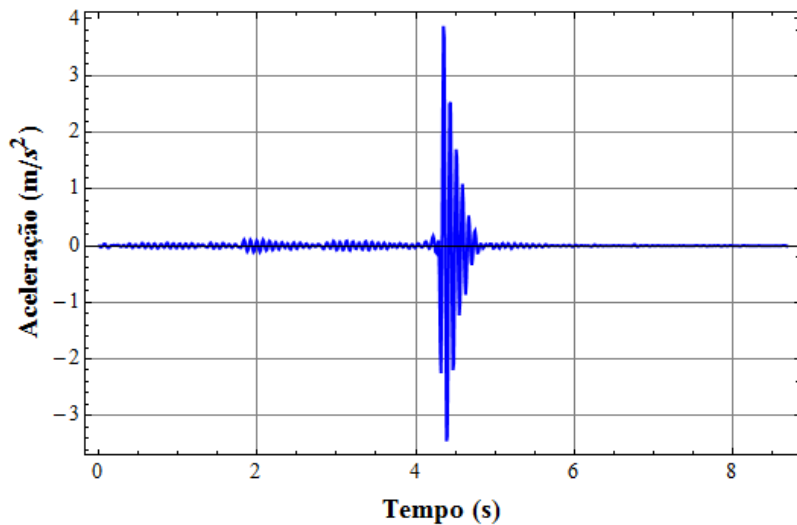


Figura 5.49 - Resposta do protótipo LIAC-1 para o Voluntário 5 usando calçado de solado macio.

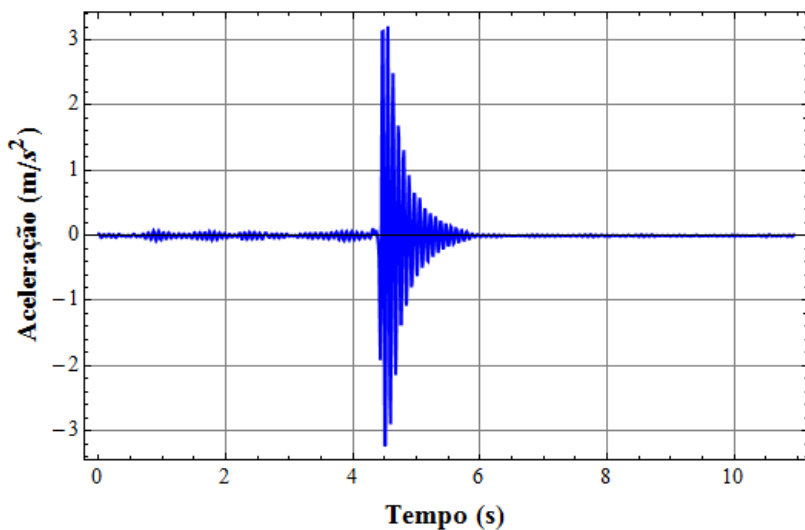


Figura 5.50 - Resposta do protótipo LIAC-1 para o Voluntário 5 usando calçado de solado duro (salto alto).

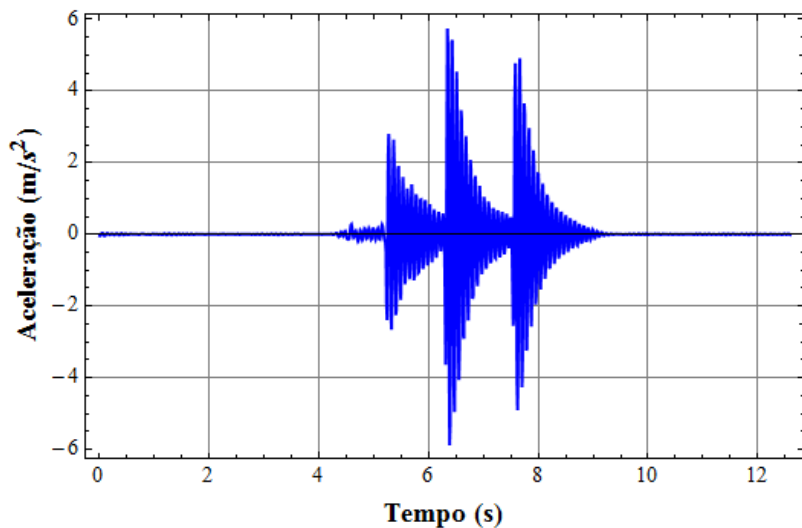


Figura 5.51 - Resposta do protótipo LIAC-1 ao triplo impacto do calcanhar do Voluntário 5 usando calçado de solado duro (salto alto).

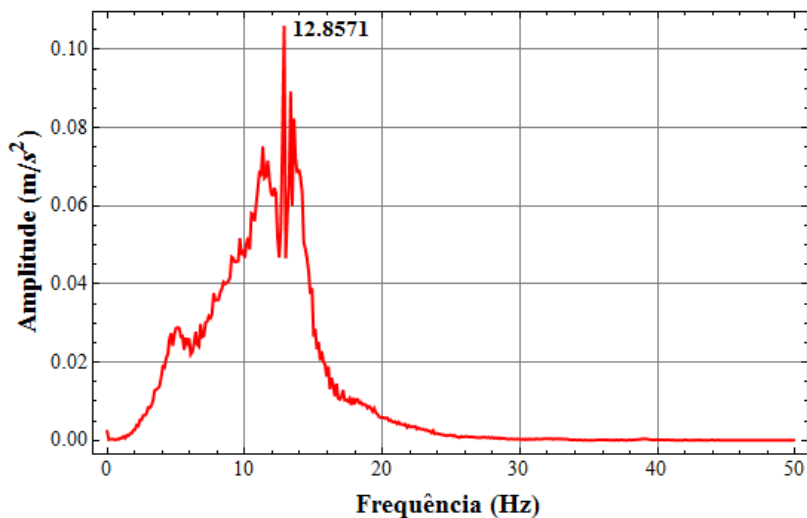


Figura 5.52 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-1 para o Voluntário 3 usando calçado de solado macio.

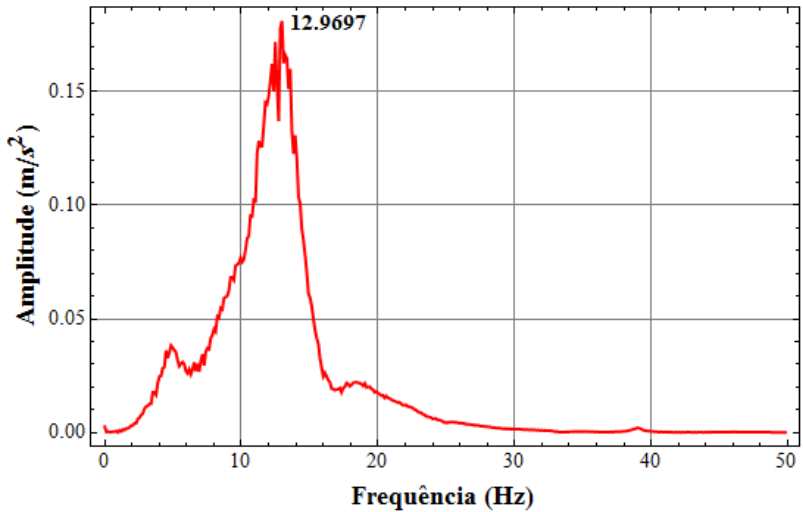


Figura 5.53 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-1 para o Voluntário 3 usando calçado de solado duro.

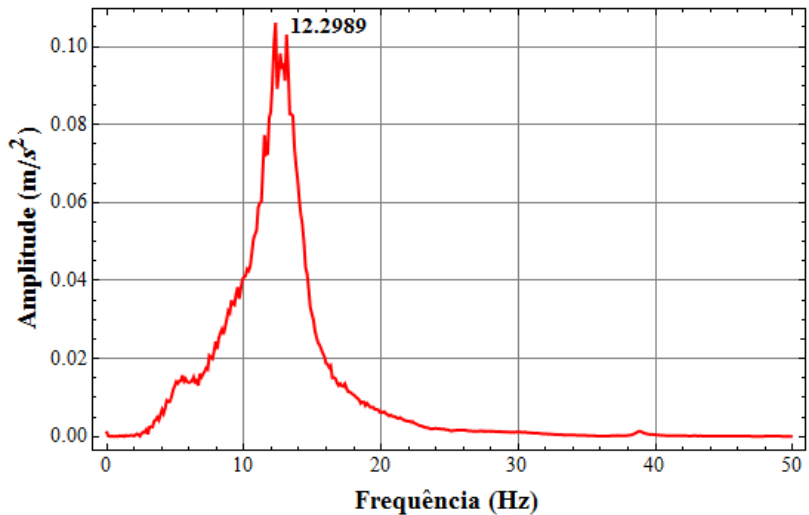


Figura 5.54 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-1 para o Voluntário 5 usando calçado de solado macio.

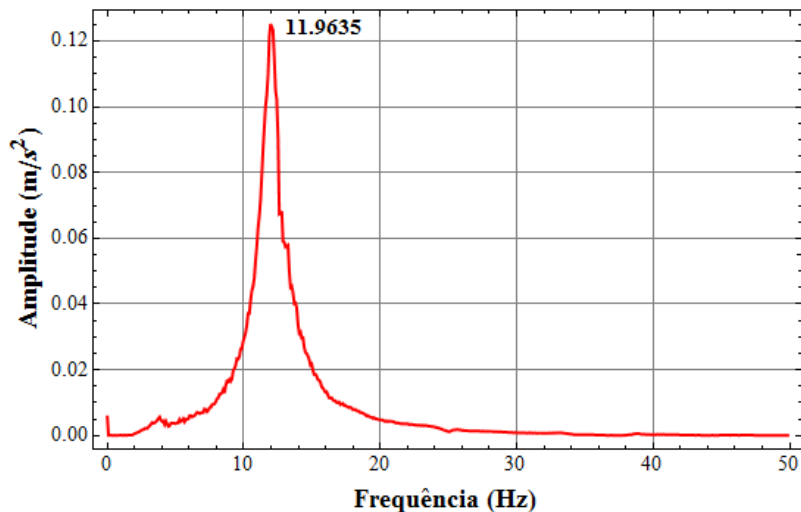


Figura 5.55 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-1 para o Voluntário 5 usando calçado de solado duro (salto alto).

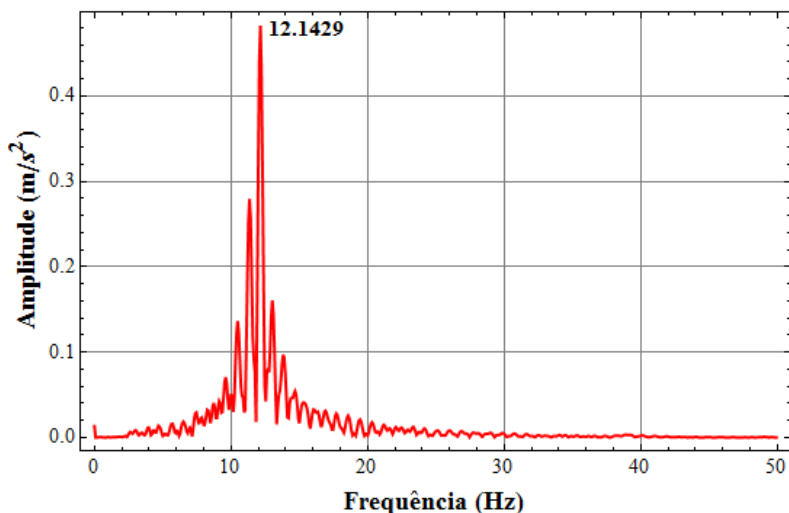


Figura 5.56 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-1 para o triplo impacto do Voluntário 5 usando calçado de solado duro (salto alto).

Analisando as acelerações de resposta, conclui-se que o calçado macio leva a amplitudes maiores, exceto para o Voluntário 3, que

apresentou muita oscilação no início do ensaio, provavelmente por não conseguir ficar parado na ponta dos pés. Isso pode ter levado também às baixas acelerações registradas, já que esse voluntário era o mais pesado. Pelas acelerações de resposta dos outros voluntários, nota-se, que quanto maior o peso do voluntário não necessariamente será maior a amplitude de resposta.

Os espectros de aceleração, apesar da contaminação mais acentuada que alguns apresentaram, indicam uma frequência fundamental em torno dos 12,46 Hz para o protótipo LIAC-1, como indicado no resumo da Tabela 5.11. Deve-se destacar a qualidade do espectro da Figura 5.55, referente ao Voluntário 5 usando calçados de solado duro, apresentando contaminação quase nula. Da mesma forma que nos estudos preliminares, as frequências fundamentais obtidas são referentes ao sistema laje-pessoa, no entanto espera-se que a influência da massa da pessoa nestes ensaios da laje LIAC seja ainda menor.

Tabela 5.11 - Frequência fundamental da laje LIAC-1 para os ensaios de impacto dos calcanhares.

Voluntário	Frequência fundamental (Hz)			
	Um impacto		Três impactos	
	Calçado de solado macio	Calçado de solado duro	Calçado de solado macio	Calçado de solado duro
1	11,61	12,09	12,04	12,41
2	13,03	12,72	12,99	12,49
3	12,86	12,97	12,80	12,16
4	-	-	-	-
5	12,30	11,96	12,16	12,14
6	12,62	-	12,27	-
Média	12,48	12,44	12,45	12,30

Analisando agora o trecho em vibração livre dos gráficos das acelerações de resposta e aplicando-se a técnica do decremento logarítmico, chega-se aos fatores de amortecimento indicados na Tabela 5.12. Fazendo-se a média desses resultados, chega-se a fator de amortecimento do protótipo LIAC-1 $\zeta_{LIAC-1} = 4,62 \%$.

Tabela 5.12 - Fatores de amortecimento para a laje LIAC-1.

Voluntário	Fator de amortecimento (%)			
	Um impacto		Três impactos	
	Calçado de solado macio	Calçado de solado duro	Calçado de solado macio	Calçado de solado duro
1	8,27	1,81	4,83	8,37
2	2,12	7,54	3,29	3,20
3	5,80	4,18	5,43	2,09
4	-	-	-	-
5	3,84	2,32	3,77	3,62
6	4,42	-	9,12	-
Média	4,89	3,96	5,29	4,32

Para o protótipo LIAC-2, algumas das acelerações de resposta e respectivos espectros de aceleração, para este ensaio, são mostradas na Figura 5.57 até a Figura 5.66. As figuras referentes aos ensaios dos outros voluntários encontram-se no Anexo F.

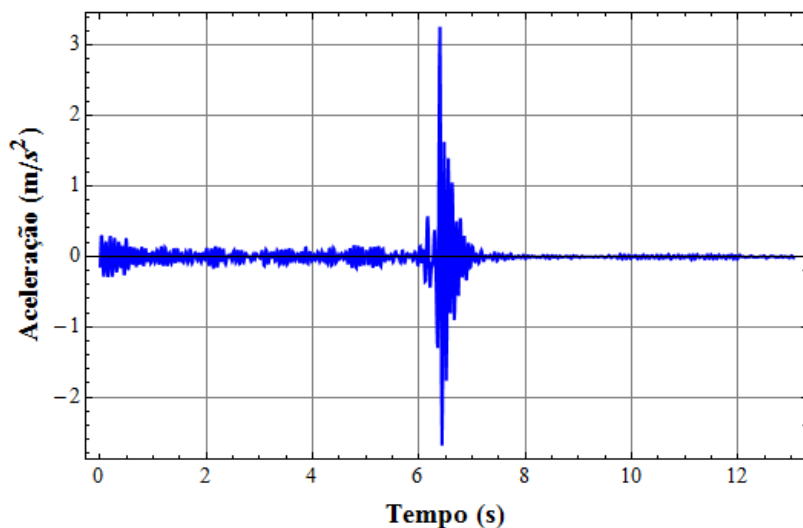


Figura 5.57 - Resposta do protótipo LIAC-2 para o Voluntário 3 usando calçado de solado macio.

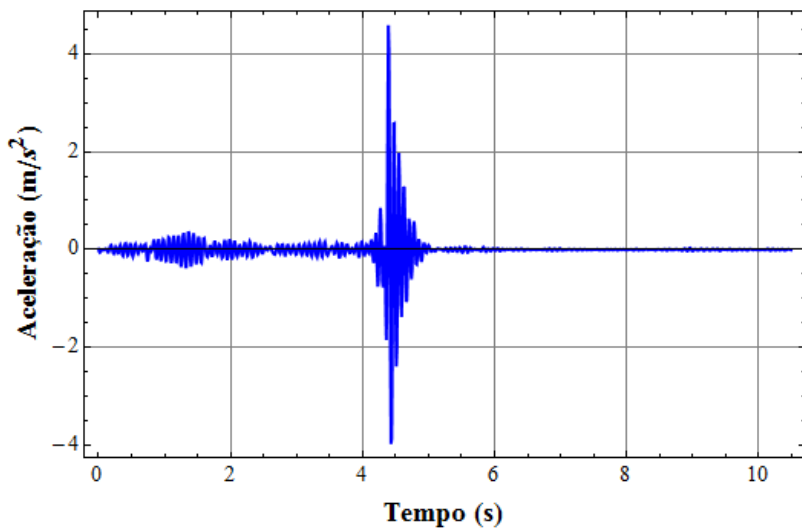


Figura 5.58 - Resposta do protótipo LIAC-2 para o Voluntário 3 usando calçado de solado duro.

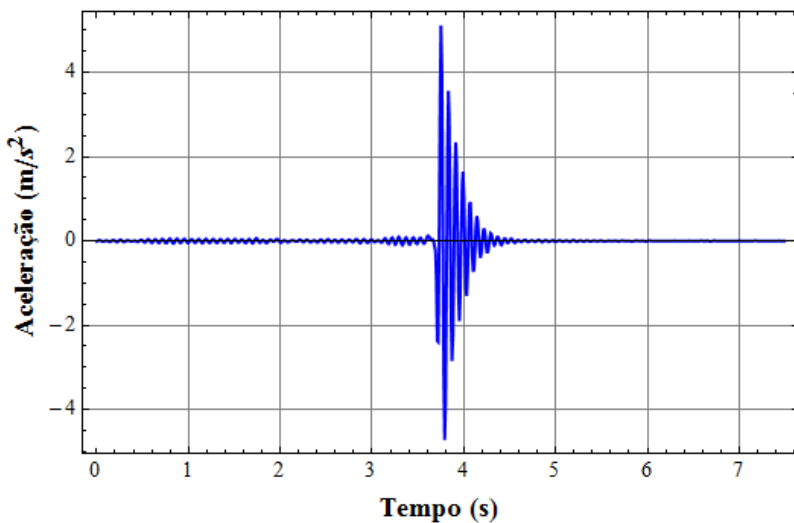


Figura 5.59 - Resposta do protótipo LIAC-2 para o Voluntário 5 usando calçado de solado macio.

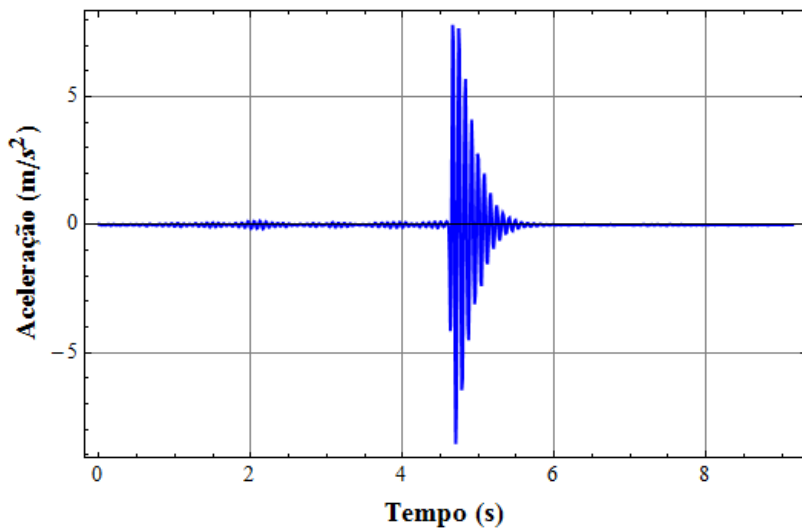


Figura 5.60 - Resposta do protótipo LIAC-2 para o Voluntário 5 usando calçado de solado duro (salto alto).

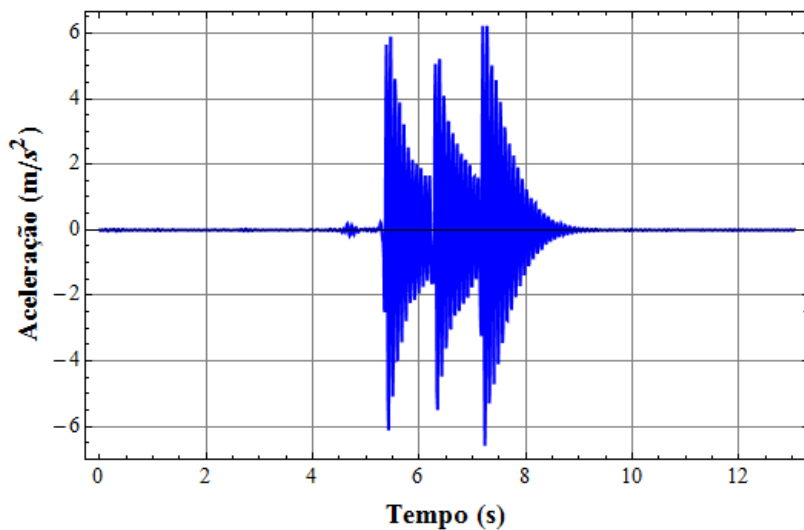


Figura 5.61 - Resposta do protótipo LIAC-2 ao triplo impacto do calcanhar do Voluntário 5 usando calçado de solado duro (salto alto).

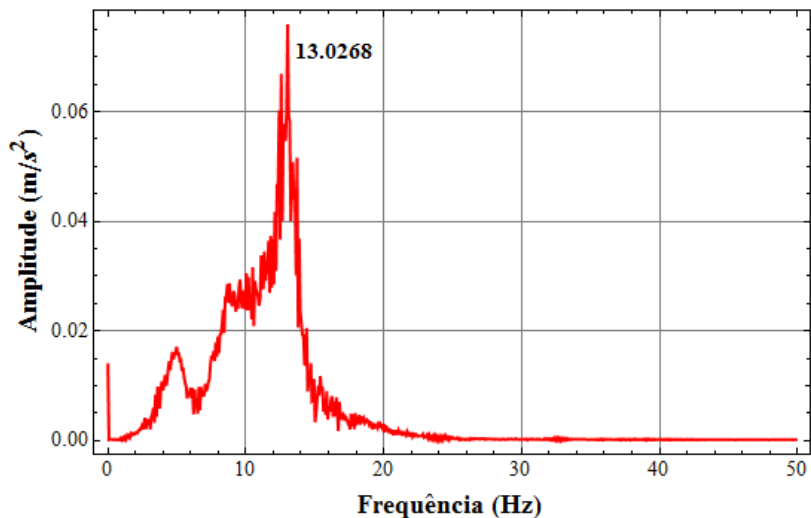


Figura 5.62 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-2 para o Voluntário 3 usando calçado de solado macio.

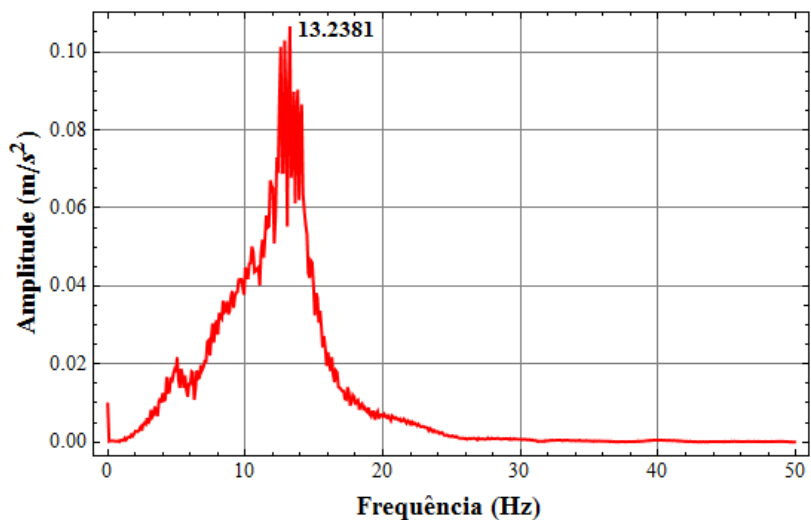


Figura 5.63 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-2 para o Voluntário 3 usando calçado de solado duro.

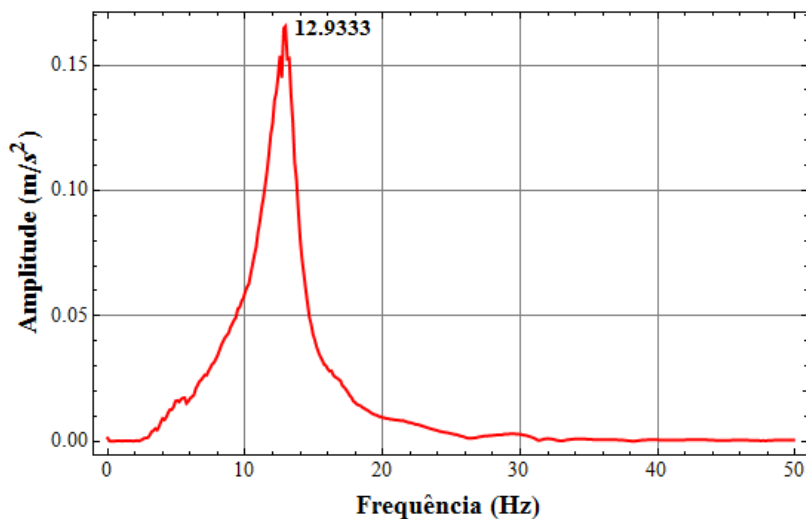


Figura 5.64 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-2 para o Voluntário 5 usando calçado de solado macio.

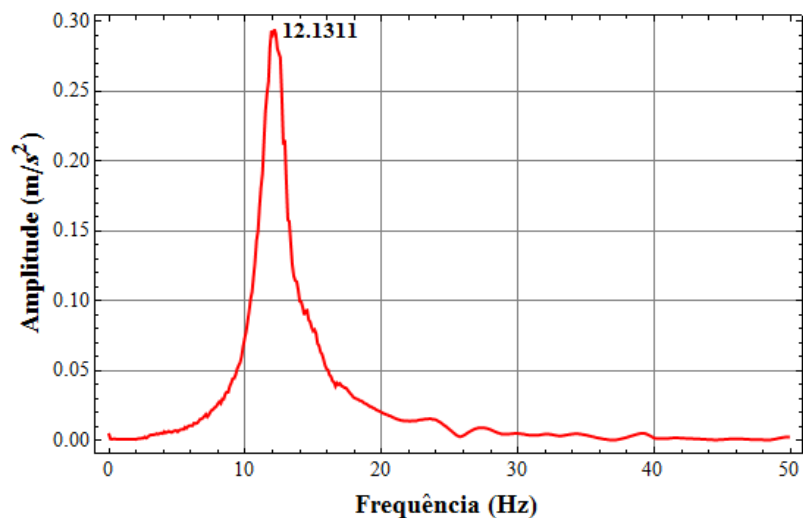


Figura 5.65 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-2 para o Voluntário 5 usando calçado de solado duro (salto alto).

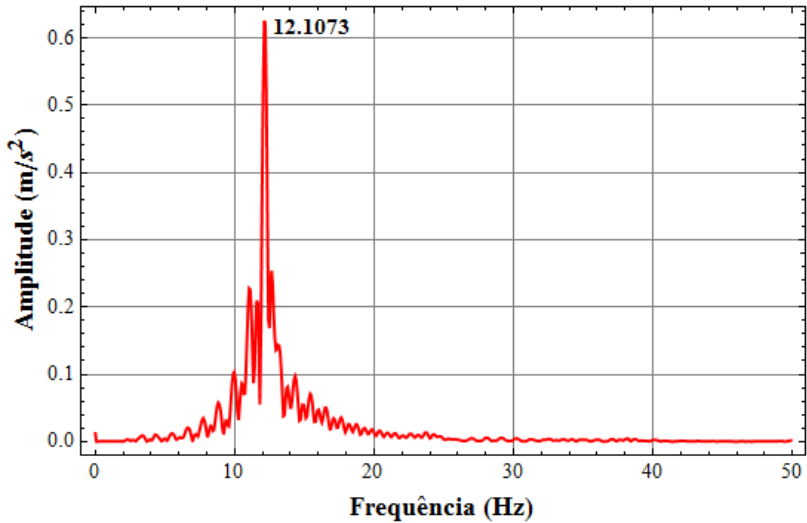


Figura 5.66 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-2 para o triplo impacto do Voluntário 5 usando calçado de solado duro (salto alto).

As acelerações de resposta do protótipo LIAC-2 mostram, com algumas exceções, que o calçado macio leva a maiores amplitudes. Os ensaios onde isso não se verificou apresentaram oscilações iniciais elevadas.

As frequências fundamentais indicadas nos espectros estão resumidas na Tabela 5.13. A partir da média das frequências indicadas nessa tabela chega-se a frequência fundamenal do protótipo LIAC-2 igual a 12,53 Hz. A contaminação que alguns espectros apresentaram pode ser explicado pela dificuldade do voluntário em se manter parado com os pés levantados.

Novamente devem ser destacados os espectros de aceleração e acelerações de resposta, obtidas para o Voluntário 5. Em ambos os protótipos esse voluntário conseguiu produzir as respostas mais claras, provavelmente por conseguir ficar mais tempo na ponta dos pés sem se movimentar.

Pelo trecho em vibração livre das acelerações de resposta chega-se aos fatores de amortecimento, para cada ensaio, indicados na Tabela 5.14. Fazendo-se a média desses fatores obtém-se o fator de amortecimento do protótipo LIAC-2 $\zeta_{LIAC-2} = 5,09 \%$. Assim, obtém-se o fator de amortecimento do sistema de laje mista pela média dos fatores

dos dois protótipos $\zeta = 4,86 \%$. A seguir serão mostrados os resultados dos ensaios dinâmicos do caminhar.

Tabela 5.13 - Frequência fundamental da laje LIAC-2 para os ensaios de impacto dos calcanhares.

Voluntário	Frequência fundamental			
	Um impacto		Três impactos	
	Calçado de solado macio	Calçado de solado duro	Calçado de solado macio	Calçado de solado duro
1	12,86	12,67	11,87	11,98
2	12,79	12,63	12,44	12,94
3	13,03	13,24	12,57	12,69
4	-	12,37	-	11,93
5	12,93	12,13	12,66	12,11
6	12,36	-	12,47	-
Média	12,79	12,61	12,40	12,33

Tabela 5.14 - Fatores de amortecimento para a laje LIAC-2.

Voluntário	Fator de amortecimento (%)			
	Um impacto		Três impactos	
	Calçado de solado macio	Calçado de solado duro	Calçado de solado macio	Calçado de solado duro
1	3,84	8,13	6,67	5,26
2	4,53	5,40	4,58	9,23
3	3,35	4,48	3,12	4,40
4	-	1,79	-	6,37
5	5,76	4,86	3,37	2,98
6	6,00	-	7,70	-
Média	4,70	4,93	5,09	5,65

5.3.2 Ensaios referentes ao caminhar

Os ensaios dinâmicos do caminhar referentes aos protótipos produzidos para este estudo não foram os mesmos realizados nos estudos preliminares. Nos estudos preliminares, os voluntários davam apenas três passos sobre a estrutura, em consequência disso a estrutura não tinha tempo de entrar em ritmo. Nos protótipos, para dar esse tempo

da laje entrar em ritmo, os voluntários deram no total oito voltas sobre a estrutura. A Figura 5.67 mostra a realização deste tipo de ensaio. Os voluntários e calçados utilizados foram os mesmos dos ensaios do impacto dos calcanhares.

Algumas das acelerações de resposta do protótipo LIAC-1 estão ilustradas na Figura 5.68 até a Figura 5.72 e os respectivos espectros de aceleração na Figura 5.73 até Figura 5.77. As figuras referentes aos ensaios dos outros voluntários encontram-se no Anexo F.



Figura 5.67 - Ensaio do caminhar sobre a laje mista do Voluntário 3.

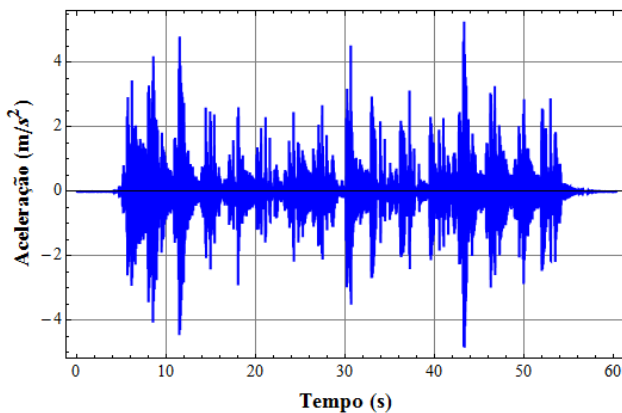


Figura 5.68 - Resposta do protótipo LIAC-1 ao caminhar do Voluntário 1 usando calçado de solado macio.

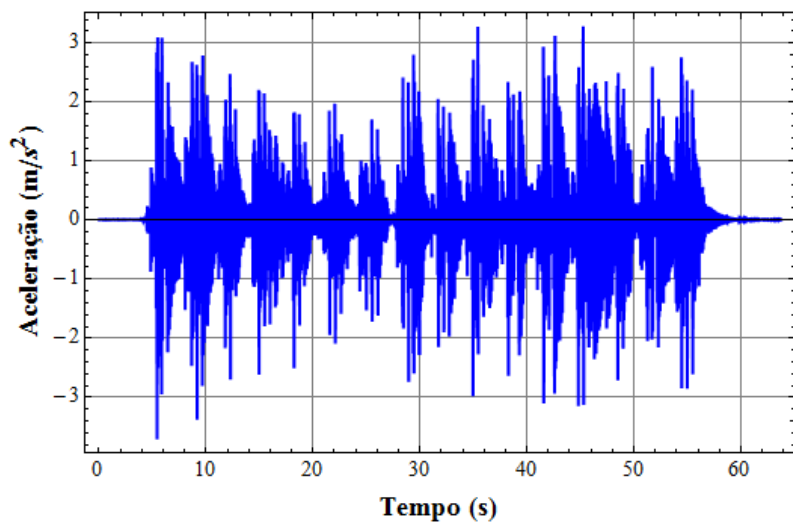


Figura 5.69 - Resposta do protótipo LIAC-1 ao caminhar do Voluntário 1 usando calçado de solado duro.

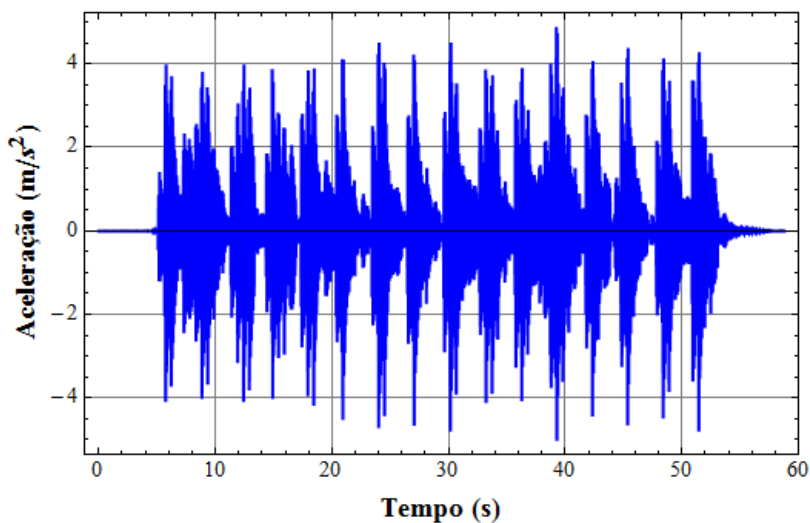


Figura 5.70 - Resposta do protótipo LIAC-1 ao caminhar do Voluntário 5 usando calçado de solado macio.

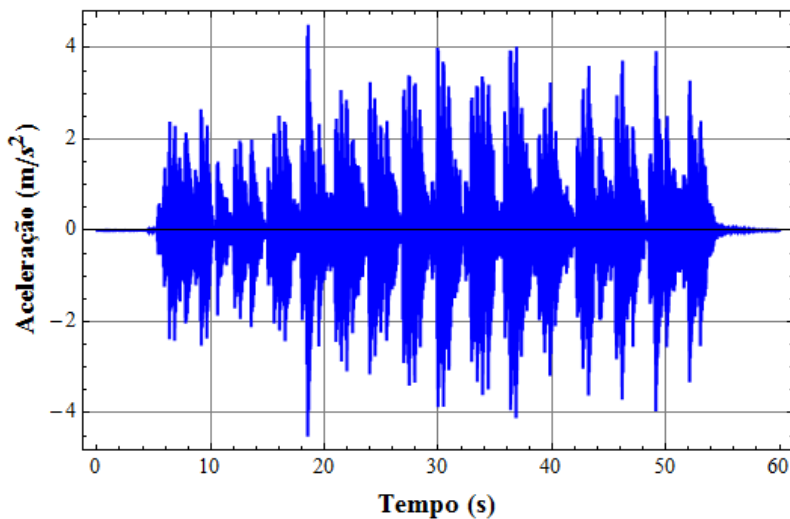


Figura 5.71 - Resposta do protótipo LIAC-1 ao caminhar do Voluntário 5 usando calçado de solado duro (salto alto).

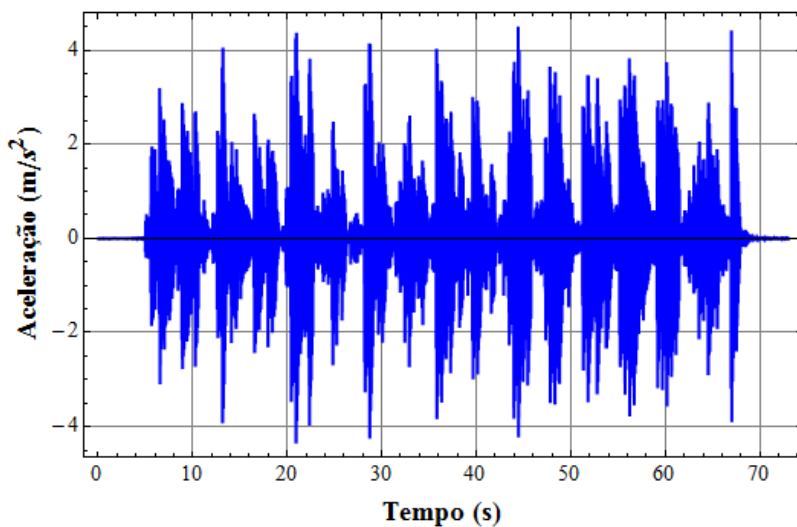


Figura 5.72 - Resposta do protótipo LIAC-1 ao caminhar do Voluntário 5 usando calçado de solado duro (salto agulha).

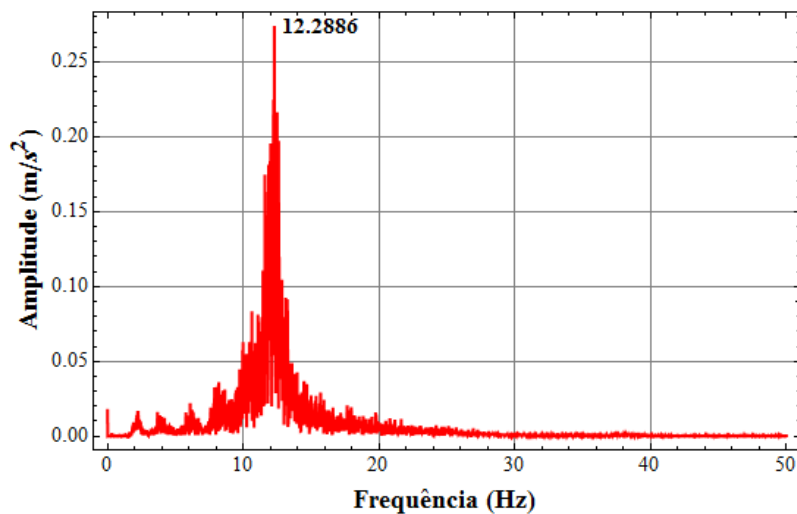


Figura 5.73 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-1 ao caminhar do Voluntário 1 usando calçado de solado macio.

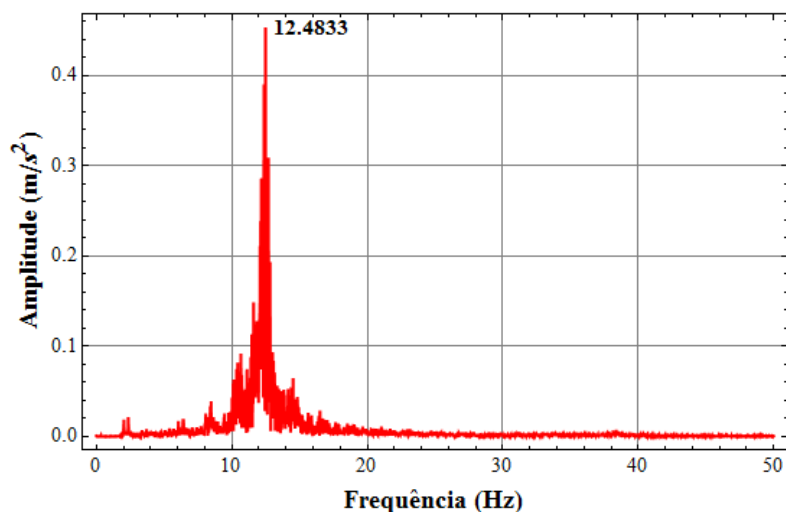


Figura 5.74 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-1 ao caminhar do Voluntário 1 usando calçado de solado duro.

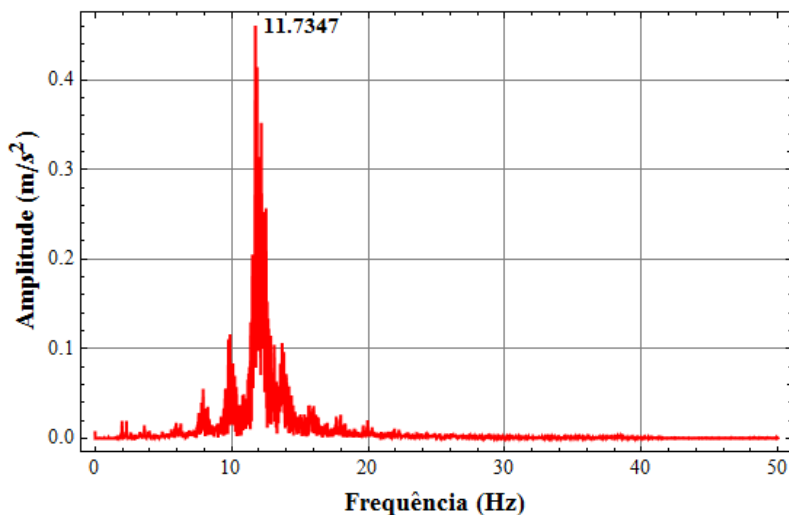


Figura 5.75 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-1 ao caminhar do Voluntário 5 usando calçado de solado macio.

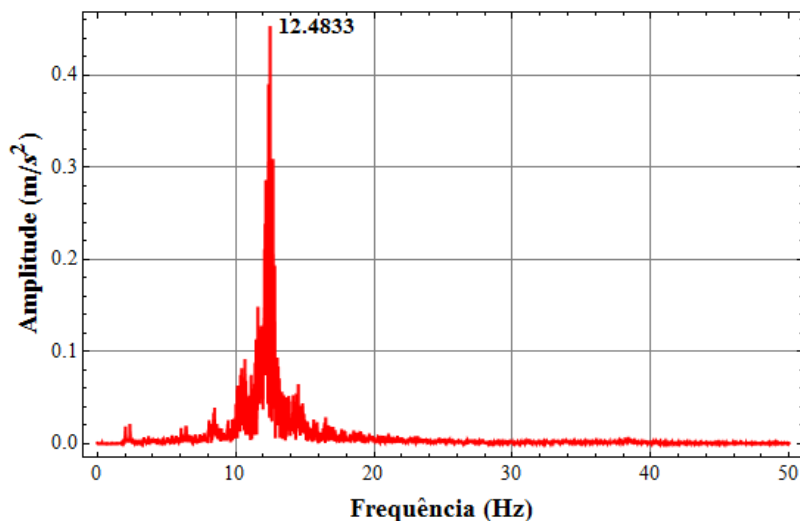


Figura 5.76 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-1 ao caminhar do Voluntário 5 usando calçado de solado duro (salto alto).

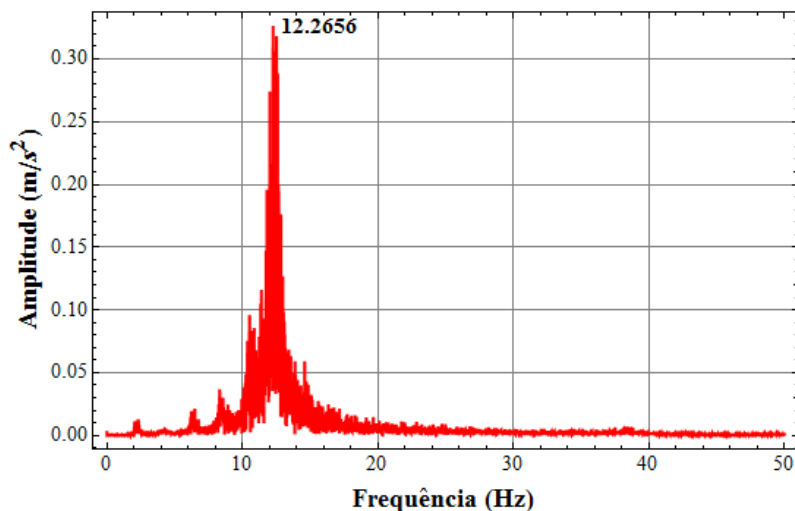


Figura 5.77 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-1 ao caminhar do Voluntário 5 usando calçado de solado duro (salto agulha).

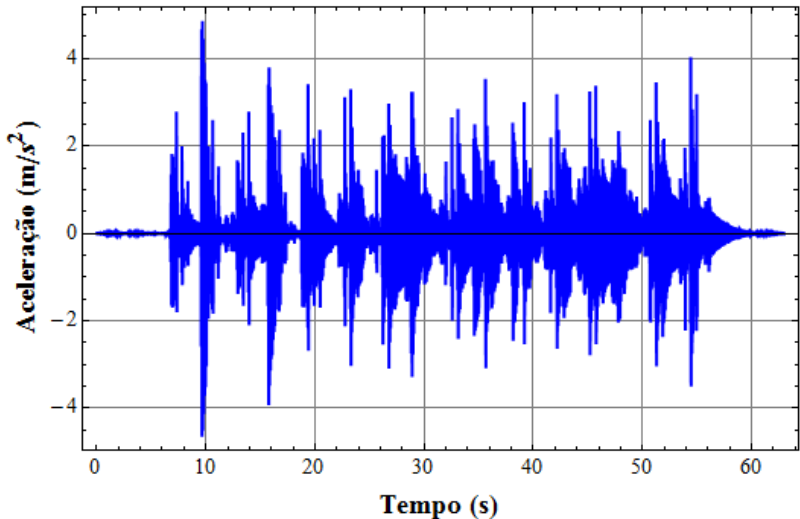
Percebe-se dos gráficos das acelerações que os picos com calçado de solado macio e duro são praticamente os mesmos. Entretanto, os calçados de solado duro apresentam picos mais isolados, enquanto que os calçados de solado macio apresentam em média acelerações maiores. Analisando essas acelerações com relação à sensibilidade humana, empregando-se a escala de Goldman, chega-se aos resultados indicados na Tabela 5.15, os quais indicam todos os ensaios com níveis intoleráveis de vibrações.

Os espectros de aceleração indicam a estrutura respondendo na frequência fundamental e os sinais não apresentam mascaramento, apenas uma pequena contaminação. Esse fato pode ser explicado pelo longo tempo de exposição do protótipo ao carregamento. Aparecem picos em frequências inferiores à fundamental correspondente à frequência de excitação e seus harmônicos.

Para o protótipo LIAC-2, algumas das acelerações de resposta estão mostradas na Figura 5.78 até a Figura 5.81 e os espectros de aceleração, referente a essas acelerações, na Figura 5.82 até a Figura 5.85. As figuras referentes aos ensaios dos outros voluntários encontram-se no Anexo F.

Tabela 5.15 - Sensibilidade humana aos ensaios de caminhar do protótipo LIAC-1.

Ensaio	Calçado	Sensibilidade
Voluntário 1	Solado macio	Intolerável
	Solado duro	Intolerável
Voluntário 2	Solado macio	Intolerável
	Solado duro	Intolerável
Voluntário 3	Solado macio	Intolerável
	Solado duro	Intolerável
Voluntário 4	Solado macio	Intolerável
	Solado duro	Intolerável
Voluntário 5	Solado macio	Intolerável
	Solado duro	Intolerável
Voluntário 6	Solado macio	Intolerável
	Solado duro	Intolerável

**Figura 5.78 - Resposta do protótipo LIAC-2 ao caminhar do Voluntário 1 usando calçado de solado macio.**

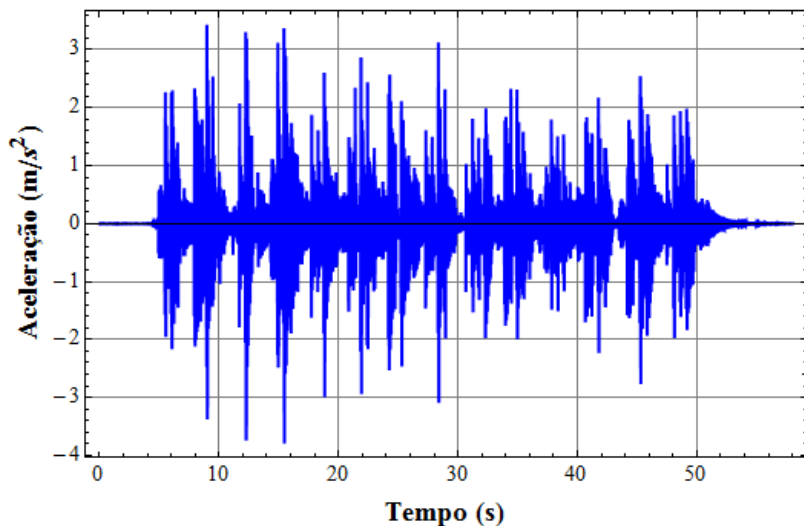


Figura 5.79 - Resposta do protótipo LIAC-2 ao caminhar do Voluntário 1 usando calçado de solado duro.

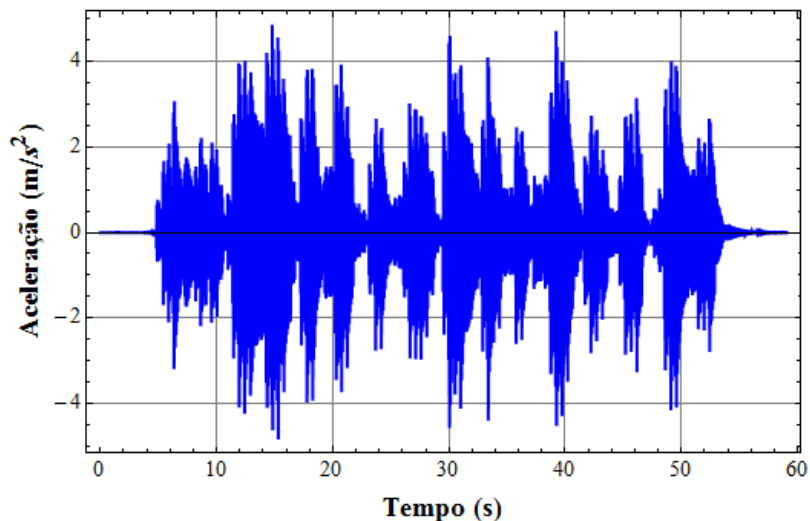


Figura 5.80 - Resposta do protótipo LIAC-2 ao caminhar do Voluntário 5 usando calçado de solado macio.

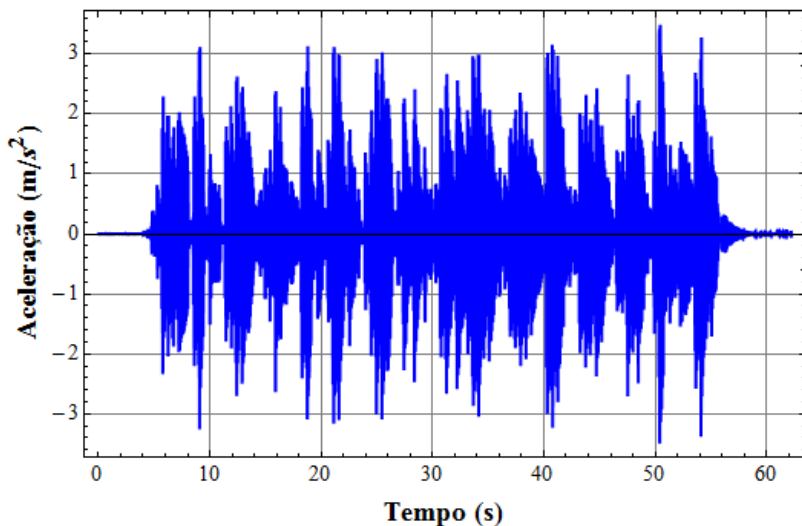


Figura 5.81 - Resposta do protótipo LIAC-2 ao caminhar do Voluntário 5 usando calçado de solado duro (salto alto).

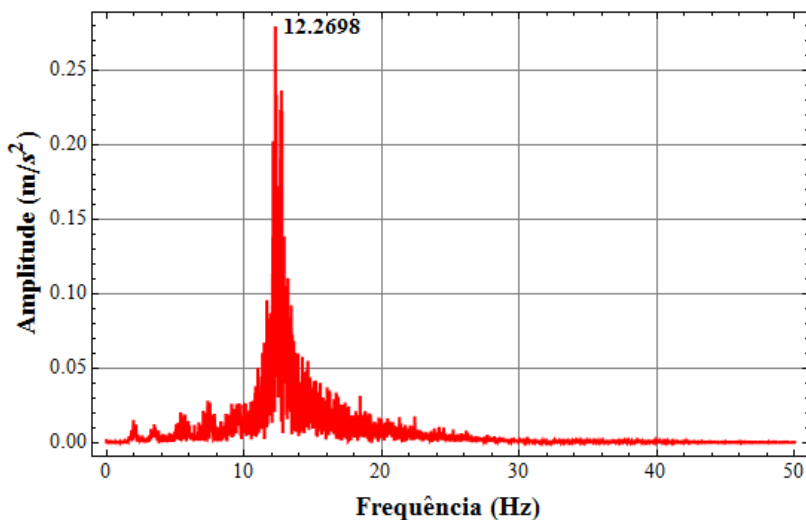


Figura 5.82 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-2 ao caminhar do Voluntário 1 usando calçado de solado macio.

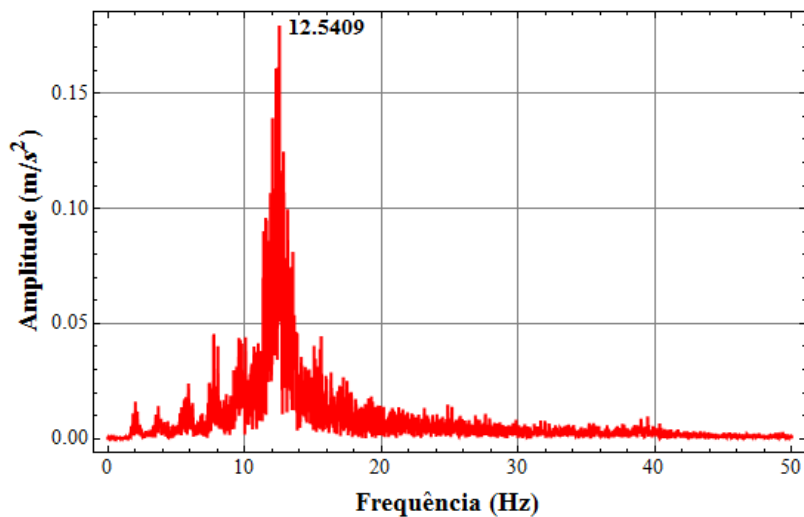


Figura 5.83 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-2 ao caminhar do Voluntário 1 usando calçado de solado duro.

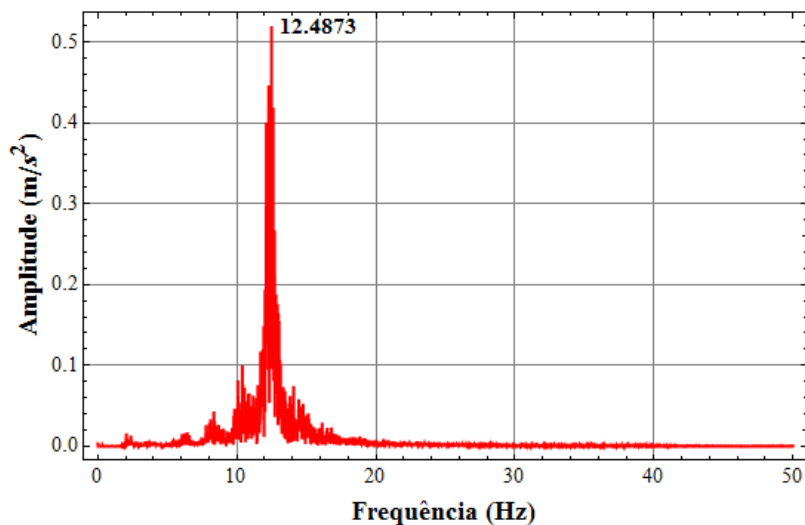


Figura 5.84 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-2 ao caminhar do Voluntário 5 usando calçado de solado macio.

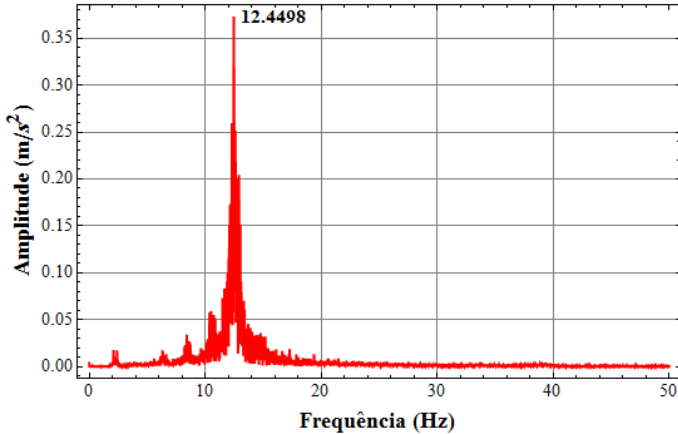


Figura 5.85 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-2 ao caminhar do Voluntário 5 usando calçado de solado duro.

As acelerações de resposta do protótipo LIAC-2 indicam que os calçados de solado macio levam a maiores amplitudes. Com relação à sensibilidade às vibrações, a Tabela 5.16 traz um resumo dos resultados obtidos a partir da escala de Goldman, que indicaram níveis intoleráveis para todos os ensaios.

Tabela 5.16 – Sensibilidade humana aos ensaios de caminhar do protótipo LIAC-2.

Ensaio	Calçado	Sensibilidade
Voluntário 1	Solado macio	Intolerável
	Solado duro	Intolerável
Voluntário 2	Solado macio	Intolerável
	Solado duro	Intolerável
Voluntário 3	Solado macio	Intolerável
	Solado duro	Intolerável
Voluntário 4	Solado macio	Intolerável
	Solado duro	Intolerável
Voluntário 5	Solado macio	Intolerável
	Solado duro	Intolerável
Voluntário 6	Solado macio	Intolerável
	Solado duro	Intolerável

Como no caso do protótipo LIAC-1, os sinais dos espectros não apresentaram mascaramento, apenas uma pequena contaminação, confirmando-se que um maior tempo de exposição da estrutura ao carregamento leva a resultados mais claros. Esses espectros indicam ainda que a laje mista responde principalmente na frequência fundamental e os picos em frequências inferiores são referentes aos harmônicos do carregamento.

Para finalizar os ensaios dinâmicos, no item a seguir serão apresentados os resultados dos protótipos submetidos ao carregamento de pular.

5.3.3 Ensaios referentes ao pular

O ensaio dinâmico para o carregamento de pular segue o mesmo procedimento daquele realizado nos estudos preliminares, ou seja, os voluntários pulam no centro dos protótipos, com uma frequência aproximada de 3 Hz. Para conseguir essa frequência serão dados 30 pulos em 10 segundos.

A única diferença destes ensaios para aqueles do estudo preliminar está no fato de não haver dois tipos de pulo. Executaram-se somente os pulos com a ponta dos pés. A Figura 5.86 mostra a realização dos ensaios.



Figura 5.86 - Ensaio do pular sobre a laje mista do Voluntário 5.

A partir da Figura 5.87 até a Figura 5.90 estão mostrados alguns resultados das acelerações de resposta para o protótipo LIAC-1. Os espectros de aceleração referentes a essas respostas estão ilustrados na Figura 5.91 até a Figura 5.94. As figuras referentes aos ensaios dos outros voluntários encontram-se no Anexo F.

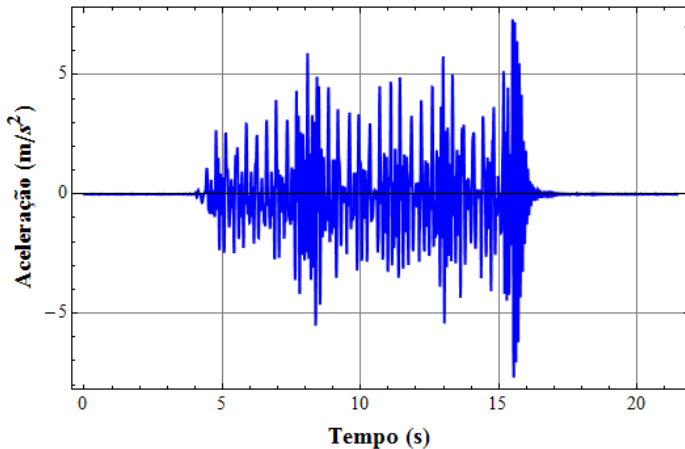


Figura 5.87 - Resposta do protótipo LIAC-1 ao pular do Voluntário 3 com calçado de solado macio.

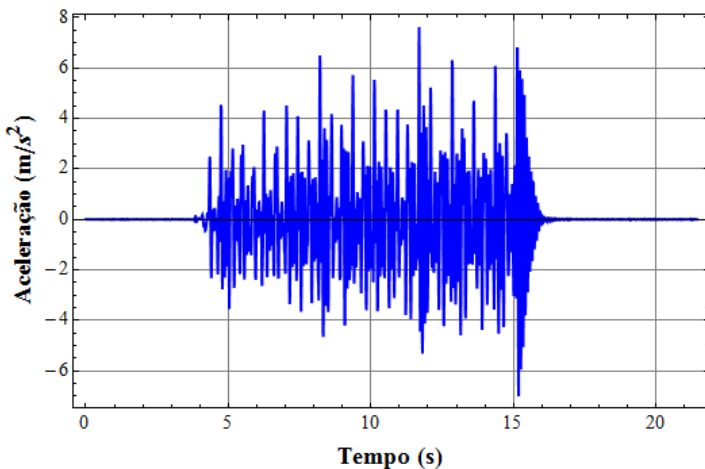


Figura 5.88 - Resposta do protótipo LIAC-1 ao pular do Voluntário 3 com calçado de solado duro.

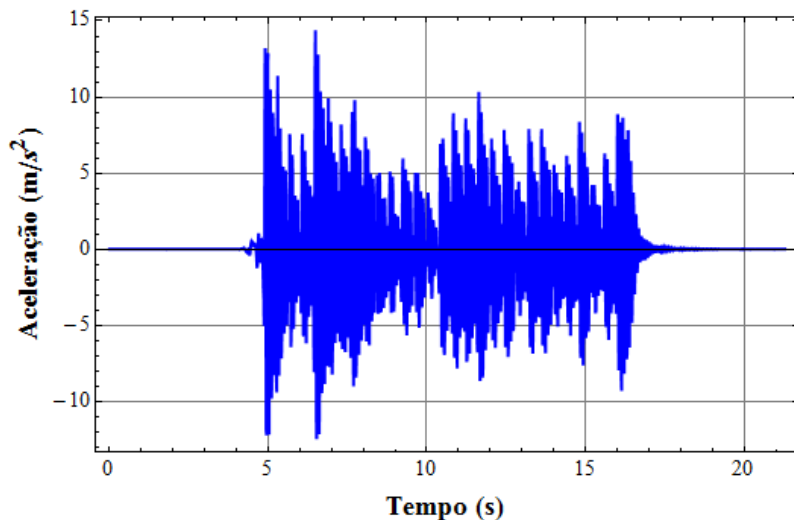


Figura 5.89 - Resposta do protótipo LIAC-1 ao pular do Voluntário 5 com calçado de solado macio.

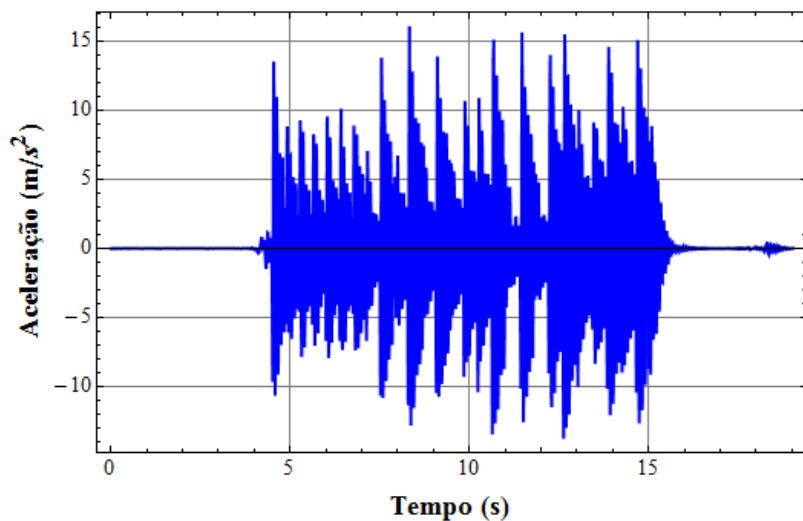


Figura 5.90 - Resposta do protótipo LIAC-1 ao pular do Voluntário 5 com calçado de solado duro (salto alto).

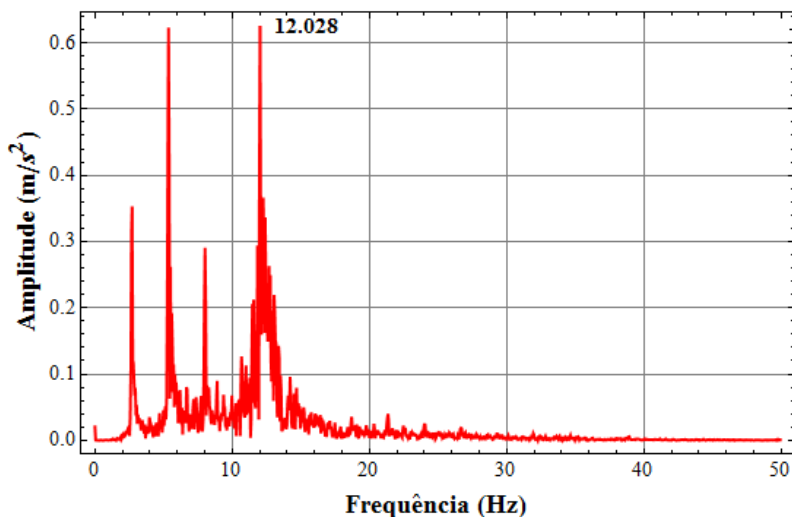


Figura 5.91 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-1 ao pular do Voluntário 3 usando calçado de solado macio.

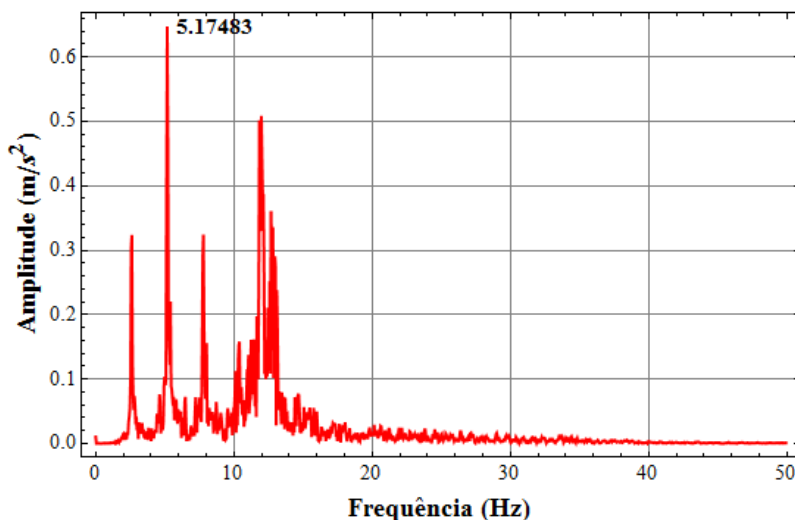


Figura 5.92 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-1 ao pular do Voluntário 3 usando calçado de solado duro.

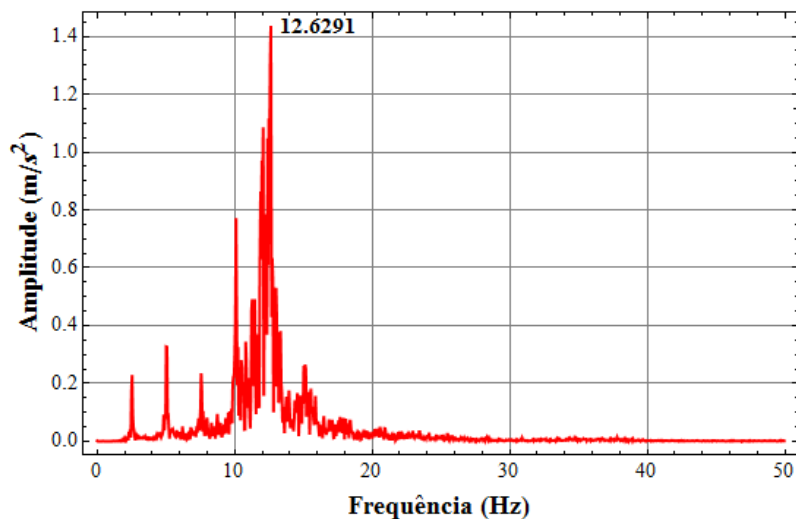


Figura 5.93 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-1 ao pular do Voluntário 5 usando calçado de solado macio.

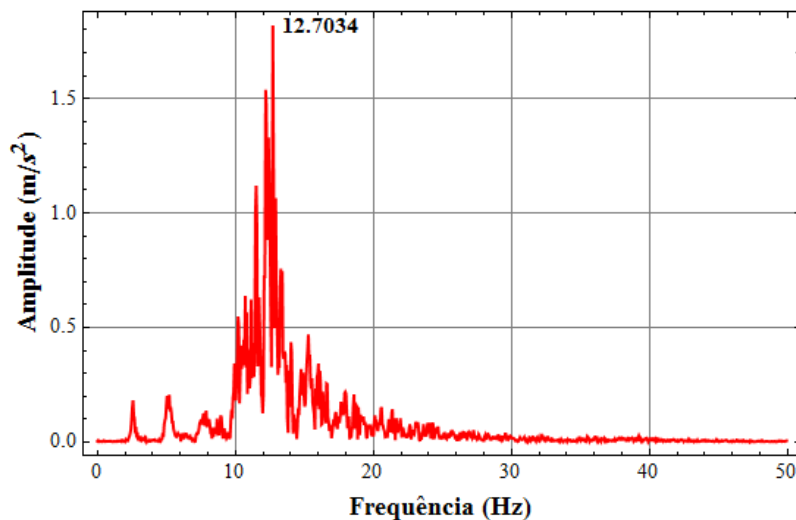


Figura 5.94 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-1 ao pular do Voluntário 5 usando calçado de solado duro (salto alto).

Analisando-se os gráficos de acelerações de resposta, chega-se facilmente a conclusão de que não é fácil manter-se a frequência de 3 Hz dos pulos, Figura 5.87, Figura 5.89 e Figura 5.89. Com exceção dos resultados do Voluntário 3, os gráficos com calçados de solado macio apresentaram média de acelerações superior se comparado com os calçados de solado duro. Em termos de sensibilidade, a Tabela 5.17 traz as respostas dos ensaios, que indicaram níveis intoleráveis de vibração.

Tabela 5.17 - Sensibilidade humana aos ensaios de pular do protótipo LIAC-1.

Ensaio	Calçado	Sensibilidade
Voluntário 1	Solado macio	Intolerável
	Solado duro	Intolerável
Voluntário 2	Solado macio	Intolerável
	Solado duro	Intolerável
Voluntário 3	Solado macio	Intolerável
	Solado duro	Intolerável
Voluntário 4	Solado macio	Intolerável
	Solado duro	Intolerável
Voluntário 5	Solado macio	Intolerável
	Solado duro	Intolerável
Voluntário 6	Solado macio	Intolerável
	Solado duro	Intolerável

Os espectros de aceleração para esses ensaios apresentaram uma particularidade: não só a frequência fundamental da estrutura foi excitada, aparecendo em geral três picos bem definidos de amplitudes. Esses picos referem-se à frequência de excitação e seus harmônicos. Os dois picos, com frequência inferior a fundamental, apareceram também nos ensaios do caminhar, mas com amplitudes muito menores. Para os Voluntários 3 e 6, um desses picos, com frequência inferior à fundamental, apresentou amplitude maior do que a obtida para a frequência fundamental.

A seguir, apresentam-se alguns resultados obtidos para o protótipo LIAC-2. As acelerações de resposta estão na Figura 5.95 até a Figura 5.98 e os respectivos espectros na Figura 5.99 até a Figura 5.102.

As figuras referentes aos ensaios dos outros voluntários encontram-se no Anexo F.

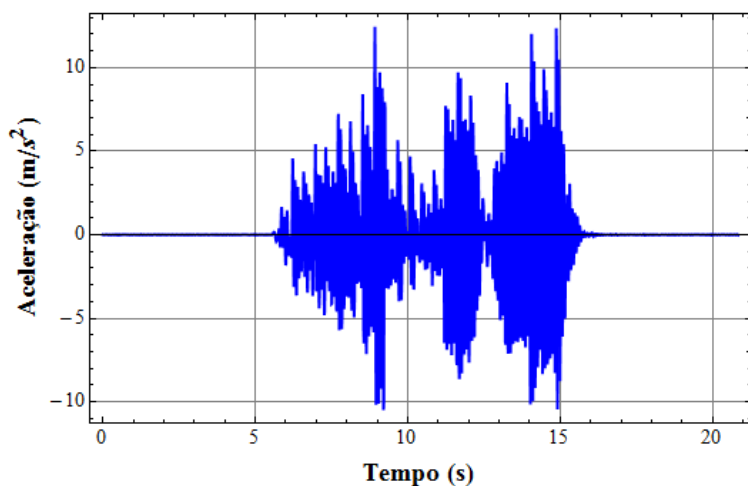


Figura 5.95 - Resposta do protótipo LIAC-2 ao pular do Voluntário 2 com calçado de solado macio.

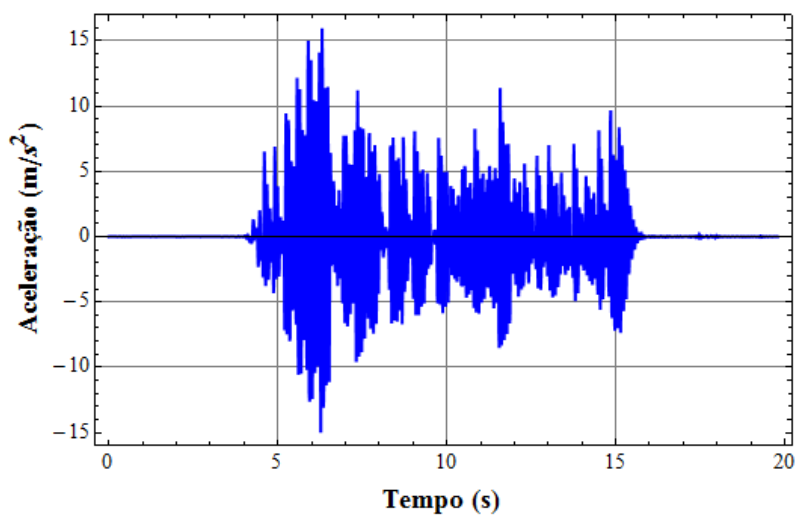


Figura 5.96 - Resposta do protótipo LIAC-2 ao pular do Voluntário 2 com calçado de solado duro.

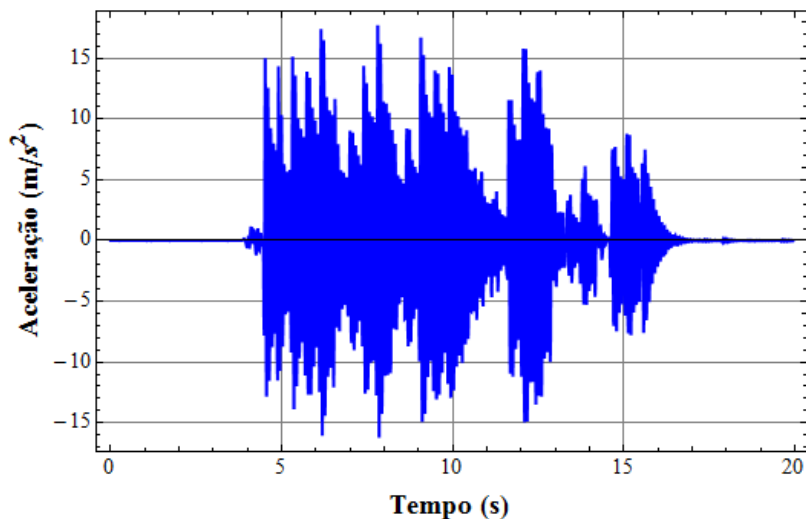


Figura 5.97 - Resposta do protótipo LIAC-2 ao pular do Voluntário 5 com calçado de solado macio.

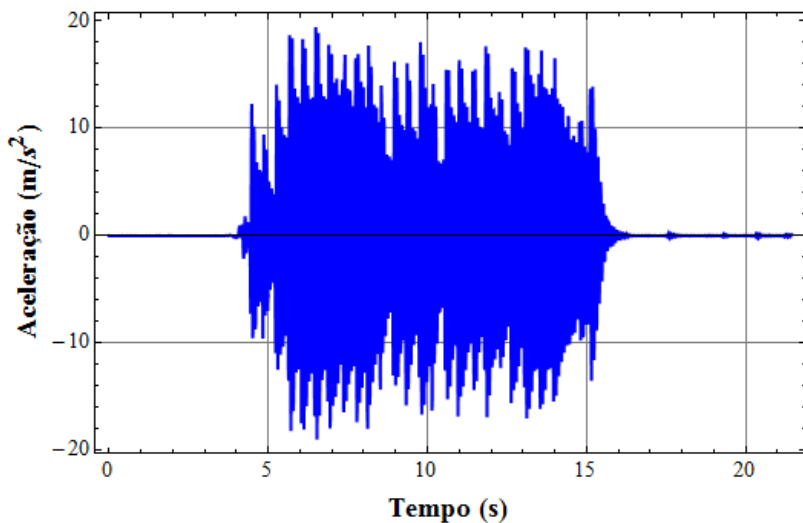


Figura 5.98 - Resposta do protótipo LIAC-2 ao pular do Voluntário 5 com calçado de solado duro (salto alto).

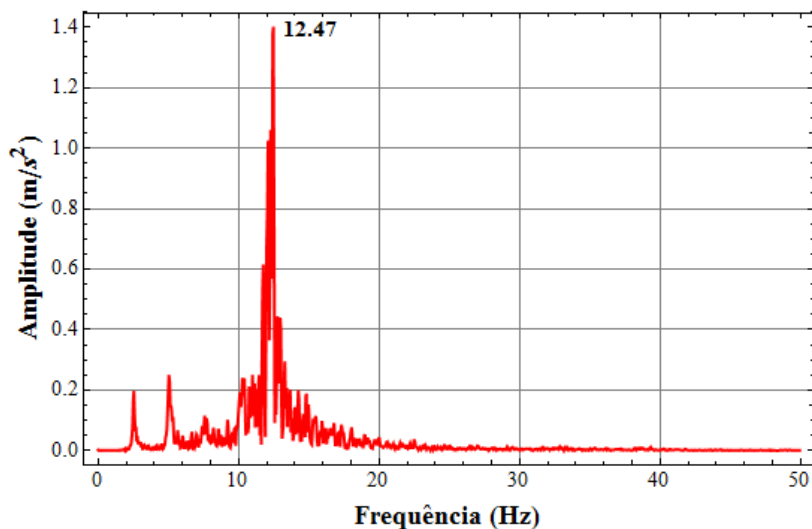


Figura 5.99 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-2 ao pular do Voluntário 2 usando calçado de solado macio.

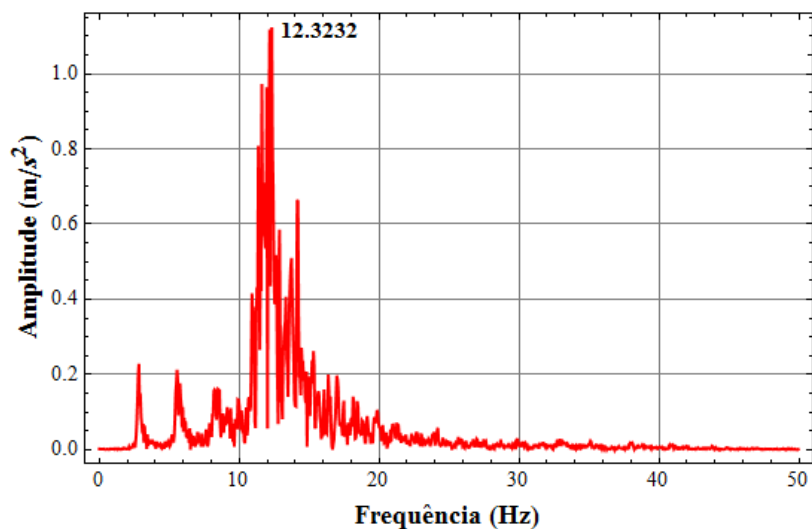


Figura 5.100 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-2 ao pular do Voluntário 2 usando calçado de solado duro.

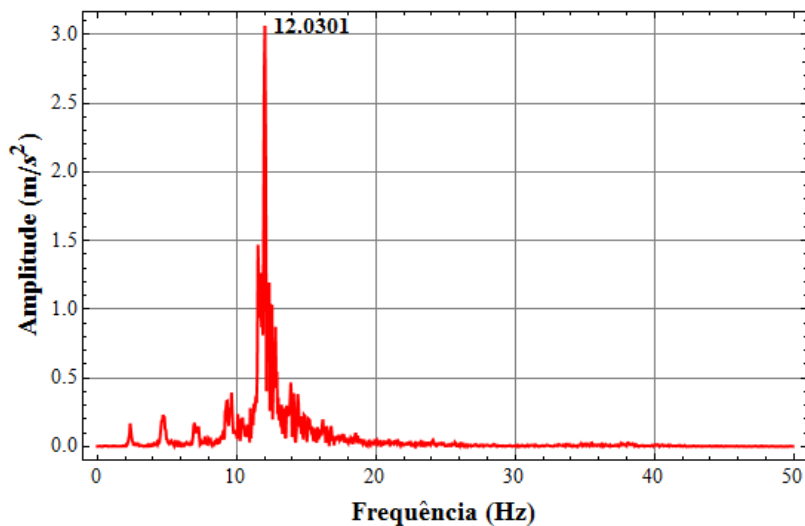


Figura 5.101 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-2 ao pular do Voluntário 5 usando calçado de solado macio.

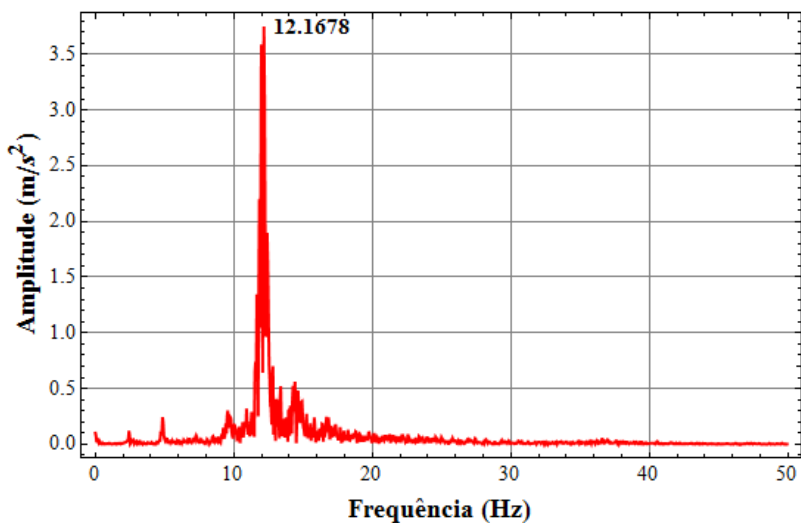


Figura 5.102 - Espectro de aceleração do protótipo LIAC-2 ao pular do Voluntário 5 usando calçado de solado duro (salto alto).

Os gráficos das acelerações deste protótipo mostram que nenhum dos voluntários conseguiu manter os pulsos constantes durante os 10 segundos, exceto o Voluntário 5 com calçado de solado duro (Figura 5.98). As médias das acelerações, considerando todos os voluntários, não apresentaram grandes diferenças entre os dois tipos de calçados. Avaliando-se os níveis de vibração com relação à sensibilidade humana, a partir da escala de Goldman, todos os ensaios indicaram níveis intoleráveis, Tabela 5.18.

Tabela 5.18 - Sensibilidade humana aos ensaios de pular do protótipo LIAC-2.

Ensaio	Calçado	Sensibilidade
Voluntário 1	Solado macio	Intolerável
	Solado duro	Intolerável
Voluntário 2	Solado macio	Intolerável
	Solado duro	Intolerável
Voluntário 3	Solado macio	Intolerável
	Solado duro	Intolerável
Voluntário 4	Solado macio	Intolerável
	Solado duro	Intolerável
Voluntário 5	Solado macio	Intolerável
	Solado duro	Intolerável
Voluntário 6	Solado macio	Intolerável
	Solado duro	Intolerável

Nos espectros de aceleração surgiram, novamente picos em frequências inferiores à fundamental, correspondentes à frequência de excitação e seus harmônicos. Apenas no ensaio do Voluntário 5, cujo espectro está mostrado na Figura 5.102, eses picos são bem pequenos.

5.3.4 Considerações finais dos ensaios dinâmicos

Nos ensaios dinâmicos do impacto dos calcanhares, para ambos os protótipos, obteve-se a frequência fundamental da estrutura em torno de 12 Hz. Além disso, para o protótipo LIAC-1, o fator de amortecimento obtido foi de $\zeta_{LIAC-1} = 4,62 \%$, enquanto que para o protótipo LIAC-2, esse fator foi de $\zeta_{LIAC-2} = 5,02 \%$. Fazendo-se a média desses dois valores, encontra-se o fator de amortecimento $\zeta = 4,86 \%$

para o sistema de laje mista aqui estudado. Esse valor médio será utilizado nos modelos numéricos para a simulação da dissipação de energia da estrutura. Também será usado no Capítulo 6 nas aplicações do sistema de laje mista para passarelas com vãos maiores.

Para ambos os protótipos, muitos ensaios apresentaram oscilações altas no início do ensaio. Isso contribui para agravar os fenômenos de mascaramento e contaminação dos espectros de aceleração, já que não foi aplicado nenhum tipo de filtro nos dados. Apenas nos resultados dos ensaios do Voluntário 5 esses fenômenos foram menos acentuados.

Nas leituras realizadas para o carregamento de caminhar, para os dois protótipos, não se pode dizer qual calçado leva a maiores acelerações, diferentemente dos estudos de Varela (2004), onde os voluntários com calçados de solado macio entraram mais em ritmo com a estrutura.

Como os ensaios do caminhar expuseram a estrutura a um período relativamente longo de carregamento, os espectros de aceleração indicaram com mais clareza a frequência de resposta em torno dos 12 Hz. Esses espectros indicaram apenas uma pequena contaminação.

Para os ensaios de pular, praticamente todos os voluntários não conseguiram manter o ritmo da ação, com exceção novamente do Voluntário 5. Nesses ensaios, os espectros de aceleração apresentaram picos de resposta em frequências abaixo da fundamental, referentes à frequência de excitação e seus harmônicos.

No item a seguir, a laje mista será analisada numericamente por um modelo de EF, utilizando-se o programa SAP2000 (2009). No modelo serão utilizados os conhecimentos e dados obtidos até o momento.

5.4 Análise numérica da laje mista LIAC

O modelo numérico de EF para análise dinâmica é o mesmo utilizado no capítulo anterior para a verificação do comportamento estático da laje mista.

As propriedades dos materiais e as condições de contorno do modelo são as mesmas apresentadas para o modelo estático. A diferença é que será acrescentado o fator de amortecimento da estrutura, $\zeta=4,9\%$ (valor médio obtido dos ensaios de calcanhares).

O carregamento referente ao caminhar foi simulado por meio da função definida pela Equação (3.3) com três harmônicos, considerando o

peso médio dos voluntários, $P = 635$ N. Já para o carregamento de pular empregou-se a Equação (3.1), também com três harmônicos, considerando-se novamente o peso médio dos voluntários.

Igualmente ao estudo preliminar, os espectros de aceleração apresentados para a laje LIAC não foram extraídos diretamente do SAP2000 (2009), pois o programa não informa quais unidades está utilizando e apresenta respostas muito diferentes. Dessa forma, empregou-se o algoritmo da *FFT* utilizado para transformar as acelerações obtidas pelo programa para o domínio da frequência.

Nos próximos itens serão mostrados os resultados da análise numérica, inicialmente mostrando-se as frequências naturais e os modos de vibração da laje mista, seguindo-se da resposta da estrutura para os carregamentos de caminhar e pular.

5.4.1 Frequências naturais da estrutura e modos de vibração

As frequências naturais da estrutura foram obtidas a partir da análise modal para os vinte primeiros modos de vibração, por meio do programa SAP2000 (2009). Esses resultados estão mostrados na Tabela 5.19. Dessa tabela conclui-se que a frequência fundamental da estrutura vale $11,63$ Hz, valor muito próximo daquele estimado analiticamente e do obtido experimentalmente.

Como no estudo preliminar, os fatores de participação modal apresentados são para o deslocamento vertical u_z . Novamente, os valores indicados como 0, na verdade são valores muito baixos, inferiores a potência E-08. A partir desses fatores, definiram-se os doze primeiros modos para as análises seguintes, pois os demais modos pouco acrescentam para a resposta total. Os três primeiros modos de vibração da laje LIAC estão ilustrados na Figura 5.103 até a Figura 5.105.

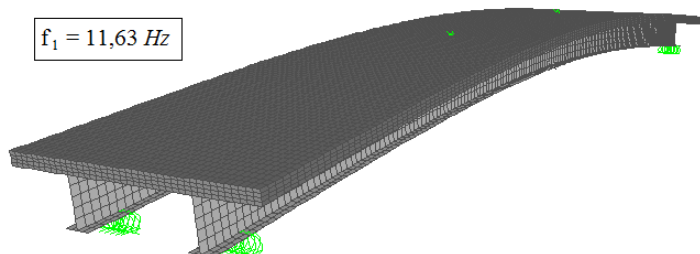


Figura 5.103 - Primeiro modo de vibração da laje mista LIAC.

Tabela 5.19 - Características dinâmicas da laje mista LIAC.

Modos de Vibração	Frequência natural (Hz)	Fator de participação modal	Descrição da configuração deformada da estrutura
1° Modo	11,631	-0,527035	uma meia onda em torno do eixo y
2° Modo	26,003	0	torção em torno do eixo x
3° Modo	41,078	0	duas meias ondas em torno do eixo y
4° Modo	54,174	0	torção assimétrica no eixo x
5° Modo	65,212	-0,0003	translação da mesa inferior do perfil no eixo y
6° Modo	66,225	0	translação da mesa inferior do perfil no eixo y
7° Modo	67,951	0	torção assimétrica no eixo x
8° Modo	69,834	0	translação assimétrica da mesa inferior do perfil no eixo y
9° Modo	73,636	0	translação assimétrica da mesa inferior do perfil no eixo y
10° Modo	78,219	0	translação assimétrica da mesa inferior do perfil no eixo y
11° Modo	81,141	-0,078757	translação dos perfis no eixo y
12° Modo	81,991	0,169349	translação dos perfis no eixo y
13° Modo	94,326	0	translação assimétrica da mesa inferior do perfil no eixo y
14° Modo	95,625	0	translação no eixo y
15° Modo	96,026	0	translação assimétrica da mesa inferior do perfil no eixo y
16° Modo	101,14	0	torção assimétrica no eixo x
17° Modo	109,59	0,00157	translação da mesa inferior do perfil no eixo y
18° Modo	111,54	0	translação da mesa inferior do perfil no eixo y
19° Modo	124,53	0	três meias ondas em torno do eixo y
20° Modo	138,16	0	translação assimétrica da mesa inferior do perfil no eixo y

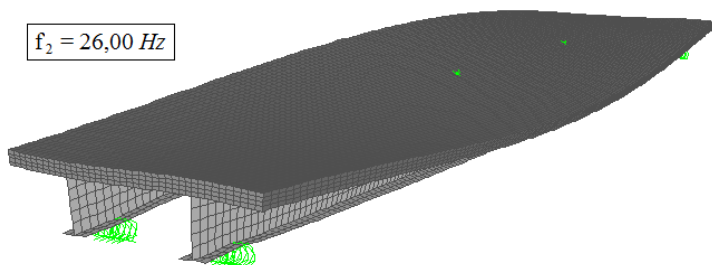


Figura 5.104 - Segundo modo de vibração da laje mista LIAC.

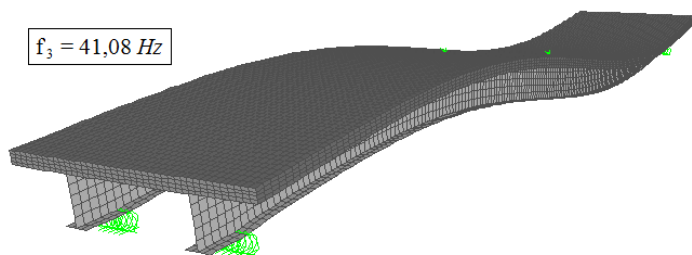


Figura 5.105 - Terceiro modo de vibração da laje mista LIAC.

As acelerações de resposta e os espectros de aceleração obtidos para este modelo numérico submetido aos carregamentos de caminhar e pular são apresentadas nos próximos itens. Os gráficos são referentes a um nó no centro da mesa inferior dos perfis, no meio do vão, mesma posição das leituras dos ensaios.

5.4.2 Análise numérica do caminhar

Para a laje mista LIAC, a função do caminhar foi aplicada em oito pontos, ilustrados na Figura 5.106, novamente com um intervalo de 0,5 s. Assim, a função é aplicada no ponto do Passo 1 em 0 s, no Passo 2 em 0,5 s e assim sucessivamente até o Ponto 7 em 3,5 s, quando volta-se a aplicar a função em ordem decrescente dos passos, ou seja, no Passo 6 em 4 s, no Passo 5 em 4,5 s e assim sucessivamente até o Passo 0. Repete-se esse processo até simular-se as oito voltas realizadas nos ensaios.

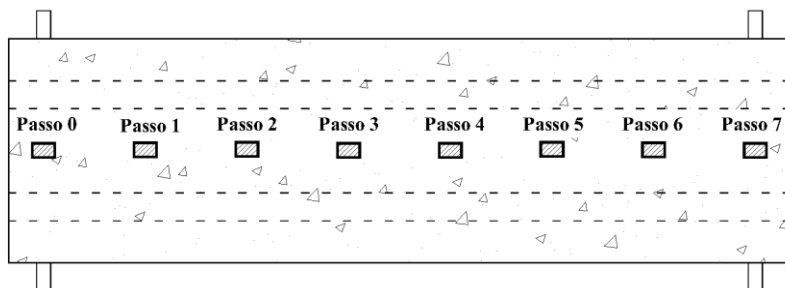


Figura 5.106 - Posição dos passos no modelo numérico da laje mista LIAC.

O ponto analisado para este modelo foi no centro da mesa inferior do perfil pultrudado, no meio do vão da laje, ou seja, na mesma posição dos acelerômetros durante os ensaios. A Figura 5.107 mostra as acelerações de resposta para esse ponto e a Figura 5.108 ilustra o respectivo espectro de aceleração.

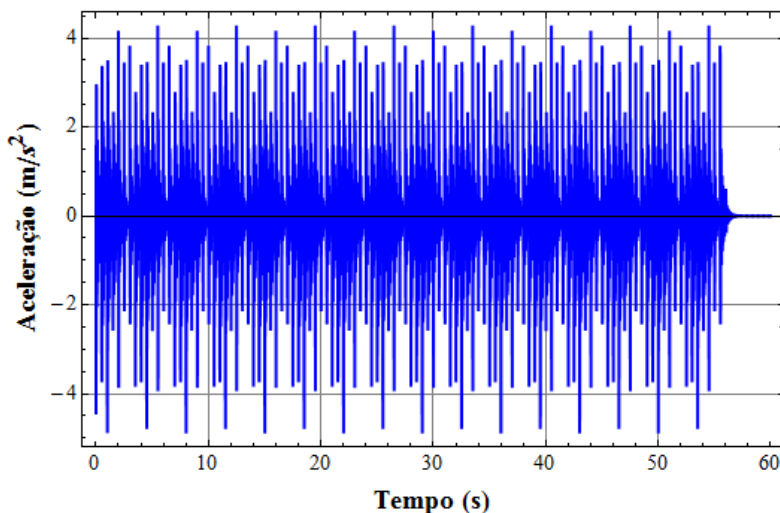


Figura 5.107 - Resposta obtida do modelo numérico da laje LIAC ao caminhar.

As acelerações mostradas na Figura 5.107 tem uma configuração semelhante daquelas obtidas experimentalmente, apresentando picos entre 3 e 4 m/s^2 . Já o espectro de aceleração indica que a estrutura

responde basicamente na frequência fundamental, 12 Hz , com amplitude próxima a $0,70 \text{ m/s}^2$. Esse valor de amplitude é bem próximo ao obtido nos ensaios do protótipo LIAC-1 do Voluntário 3 com calçado duro e do Voluntário 6 com calçado macio e do protótipo LIAC-2 do Voluntário 5 com calçado macio.

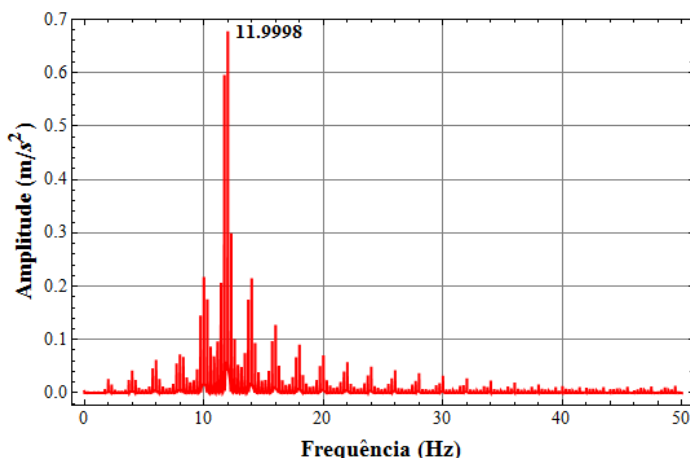


Figura 5.108 - Espectro de aceleração obtido do modelo numérico da laje LIAC ao caminhar.

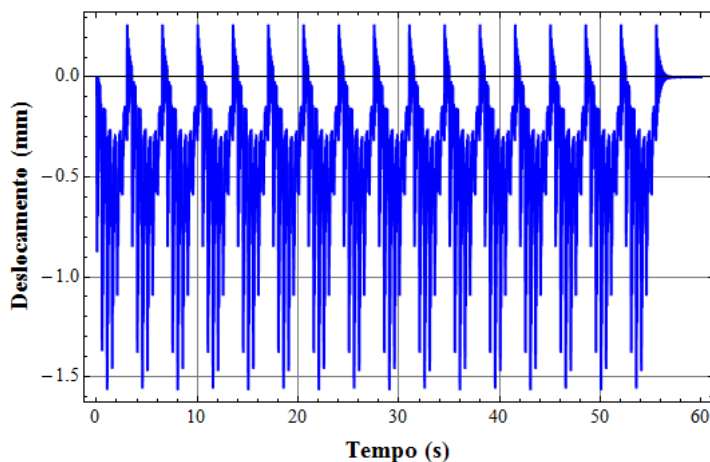


Figura 5.109 - Deslocamento obtido do modelo numérico da laje LIAC ao caminhar.

Analisando-se os deslocamentos, o carregamento de caminhar causou um deslocamento vertical máximo (direção z) igual a 1,567 mm. Considerando que a pessoa em pé, parada no centro da laje, leva a um deslocamento vertical estático igual a 0,689 mm, levando a uma relação entre o deslocamento devido a carga dinâmica e o deslocamento devido a carga estática $D = 2,27$. O limite $L/350$ indicado pela NBR-6118 leva a um deslocamento máximo igual a 11,43 mm, ou seja, o valor obtido para o caminhar é bem inferior. A Figura 5.109 mostra a variação do deslocamento para o mesmo ponto onde foram analisadas as acelerações.

5.4.3 Análise numérica do pular

Neste modelo de laje, o carregamento de pular foi, novamente, aplicado em duas áreas, referentes às áreas dos calçados, no centro do modelo numérico, na mesma posição de ensaio. O ponto analisado foi o mesmo da análise do caminhar. As acelerações de resposta para esse ponto estão mostradas na Figura 5.110 e a Figura 5.111 mostra o respectivo espectro de aceleração.

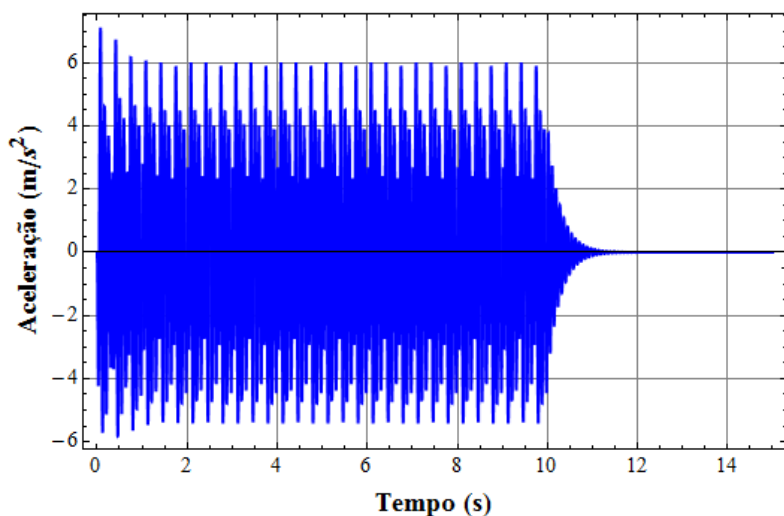


Figura 5.110 - Resposta obtida do modelo numérico da laje LIAC ao pular.

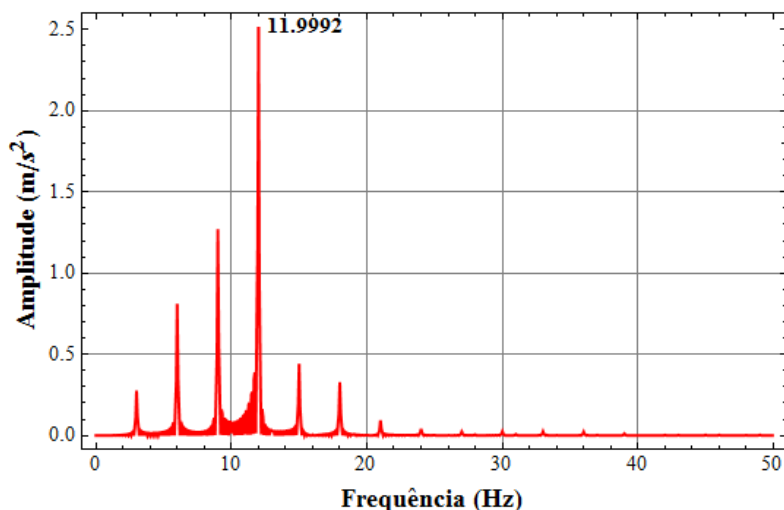


Figura 5.111 - Espectro de aceleração obtido do modelo numérico da laje LIAC ao pular.

Estas acelerações do pular apresentaram picos máximos em torno de 8 m/s^2 e média próxima a 5 m/s^2 . O espectro de aceleração indica, novamente, que a laje responde principalmente na frequência fundamental, com amplitude de resposta próxima a $3,0 \text{ m/s}^2$. Esse valor é o dobro do valor apresentado nos ensaios do protótipo LIAC-1 e muito próximo dos valores do protótipo LIAC-2 para os ensaios do Voluntário 5, tanto com calçado de solado macio quanto com calçado de solado duro, Figura 5.101 e Figura 5.102.

Para os deslocamentos, Figura 5.112, esse carregamento apresentou deslocamento vertical máximo igual a 3,95 mm. Comparando-se esse valor com o deslocamento estático produzido pela pessoa parada no centro da laje, 0,689 mm, chega-se a uma relação $D=5,73$.

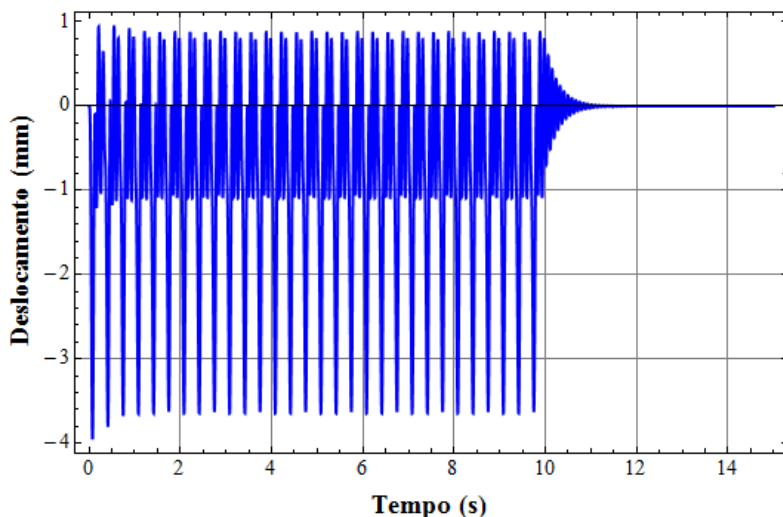


Figura 5.112 - Deslocamento obtido do modelo numérico da laje LIAC ao pular.

5.5 Comparação dos resultados e considerações finais

Neste capítulo, procurou-se caracterizar o comportamento dinâmico da fatia representativa da laje mista. Para tanto, foram realizados ensaios de impacto dos calcanhares para obtenção da frequência natural e amortecimento da estrutura. Também foi avaliado o comportamento da laje quando submetida a carregamentos dinâmicos exercidos por pessoas, como o caminhar e o pular.

No estudo preliminar, foram realizados ensaios em um protótipo da laje mista confeccionado por Santos Neto (2006), para o ensaio de fluência, denominado LIAL. Esse protótipo também foi avaliado por um modelo numérico de elementos finitos (EF). O valor da frequência fundamental obtida da análise de EF ficou próximo ao obtido experimentalmente, sendo muito superior ao limite indicado pela NBR-6118 (2003), indicando que a laje apresenta grande rigidez. No entanto a análise das vibrações com relação à sensibilidade humana indicou que a laje apresentou amplitudes de aceleração muito elevadas, com níveis intoleráveis.

A análise das vibrações com relação à sensibilidade humana indicou que a laje possui acelerações muito elevadas, com níveis intoleráveis.

No modelo numérico de EF da LIAL, os resultados para deslocamentos apresentaram grandes valores para a relação resposta dinâmica/resposta estática, $D = 2,47$ para o caminhar e $D = 4,29$ para o pular. Apesar dessas relações elevadas, os deslocamentos foram muito pequenos em relação ao limite $L/350$, usual para carregamento em serviço.

Em seguida mostrou-se o estudo para a laje mista LIAC, para a qual também realizaram-se análises experimentais e numéricas. Por meio dos espectros de aceleração obtidos dos ensaios do impacto dos calcanhares dos protótipos da laje LIAC, pode-se concluir que a frequência fundamental desta estrutura está em torno dos 12 Hz. Essa frequência indica que essa laje é menos rígida do que a laje LIAL pelo fato do vão ser maior, apesar de ter uma seção transversal com maior inércia. Contudo, esse valor de frequência ainda é superior ao limite máximo indicado pela NBR-6118 (2003), $f = 5,4$ Hz.

Teixeira e Pfeil (2000) observaram em seus estudos que a relação entre a frequência da atividade e a frequência fundamental da estrutura é o fator mais importante na resposta dinâmica da mesma, onde a redução da frequência da atividade em apenas 5%, quando em ressonância com a estrutura, diminui a resposta dinâmica em cerca de 80%. Isso indica que ambas as lajes mostradas no presente estudo, LIAL e LIAC, possuem uma “margem” de segurança muito boa, em termos de amplificações, quando submetidas aos carregamentos dinâmicos provenientes dos pedestres.

Os resultados experimentais e numéricos das acelerações para o caminhar estão mostrados resumidamente na Tabela 5.20 e para o pular na Tabela 5.21.

Analisando os resultados mostrados na Tabela 5.20, nota-se que o ensaio no protótipo LIAC-1 do Voluntário 5 com calçado de solado macio apresentou resultados mais próximos aos resultados obtidos do modelo numérico. Para uma melhor visualização desse resultado, a Figura 5.113 traz um trecho das acelerações desse ensaio juntamente com o resultado numérico. No trecho mostrado na figura, percebe-se que a configuração das acelerações ao longo do tempo são semelhantes, sendo que os resultados do ensaio possuem picos de aceleração um pouco superiores.

Tabela 5.20 - Resumo dos resultados para aceleração de resposta da laje LIAC ao caminhar (m/s^2).

Voluntário	Protótipo LIAC-1						Protótipo LIAC-2						Numérico	
	Calçado Macio			Calçado Duro			Calçado Macio			Calçado Duro			Pico (m/s^2)	Média (m/s^2)
	Pico (m/s^2)	Média (m/s^2)		Pico (m/s^2)	Média (m/s^2)		Pico (m/s^2)	Média (m/s^2)		Pico (m/s^2)	Média (m/s^2)			
1	5,0	2,0		3,2	2,0		5,0	2,5		3,4	1,8			
2	4,0	2,0		3,6	1,6		3,2	1,2		3,2	1,6			
3	6,0	2,5		6,0	3,0		5,5	2,5		4,5	2,5			
4	-	-		-	-		-	-		3,5	1,5		4,2	3,6
5	4,5	3,5		4,5	3,0		5,0	3,5		3,4	2,0			
6	5,5	3,0		-	-		3,4	2,0		-	-			

Tabela 5.21 - Resumo dos resultados para aceleração de resposta da laje LIAC ao pular (m/s^2).

Voluntário	Protótipo LIAC-1				Protótipo LIAC-2				Numérico	
	Calçado Macio		Calçado Duro		Calçado Macio		Calçado Duro		Pico	Média
	Pico	Média	Pico	Média	Pico	Média	Pico	Média		
1	10,0	5,0	7,0	3,5	14,0	7,0	17,0	10,0		
2	14,0	8,0	15,0	8,0	11,0	7,0	16,0	7,0		
3	7,0	3,0	7,0	3,5	11,0	4,0	9,0	4,0	7,5	5,0
4	-	-	-	-	-	-	6,0	3,5		
5	14,0	7,0	16,0	10,0	17,0	10,0	18,0	14,0		
6	4,5	3,0	-	-	11,0	4,5	-	-		

A partir dos resultados mostrados na Tabela 5.21, percebe-se que os ensaios de pular não mostraram uma aproximação tão boa quanto os ensaios de caminhar, em relação aos resultados numéricos. Na maioria dos casos, os ensaios apresentaram picos e médias de aceleração muito superiores aos valores numéricos, sendo os valores de ensaio mais próximos os dos Voluntários 1 e 3 com calçado duro no protótipo LIAC-1. A Figura 5.114 mostra um trecho de comparação entre as acelerações do Voluntário 1 e o resultado numérico.

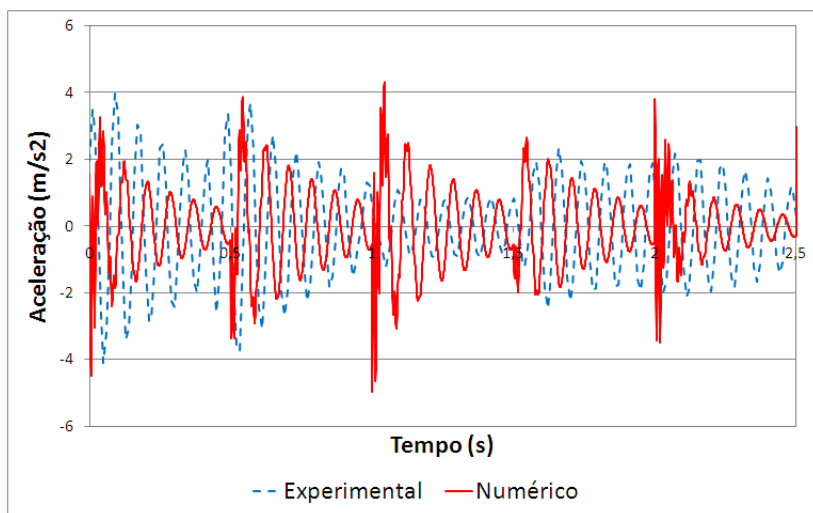


Figura 5.113 - Comparação das acelerações do caminhar para o protótipo LIAC-1, do Voluntário 5 com calçado macio, com os resultados numéricos.

Analisando ainda os resultados mostrados na Tabela 5.20 e na Tabela 5.21, não se pode dizer conclusivamente qual dos tipos de calçado leva a maiores amplitudes de resposta. Diferente do observado por Varela (2004) em seus estudos, onde o calçado com solado macio levou os voluntários a uma maior interação com a estrutura.

Pode ser observado ainda, na Figura 5.113 e Figura 5.114, que igual ao ocorrido nos ensaios preliminares, as acelerações obtidas nos ensaios não são constantes como na análise numérica, devido ao fato dos voluntários não conseguirem manter o ritmo da carga durante muito tempo.

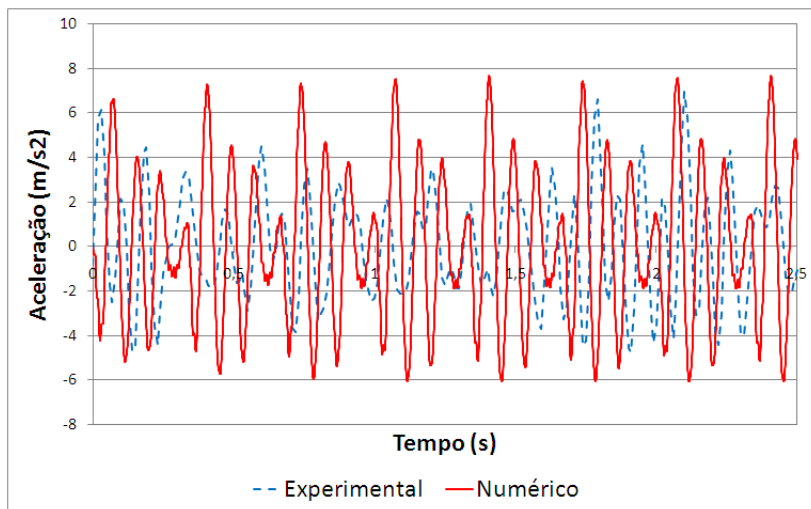


Figura 5.114 - Comparação das acelerações do pular para o protótipo LIAC-1, do Voluntário 1 com calçado duro, com os resultados numéricos.

Em termos da verificação do nível de vibrações para avaliação da sensibilidade humana, a laje mista LIAC também apresentou índices considerados intoleráveis.

Os resultados de deslocamentos do modelo numérico de EF da laje LIAC apresentaram grandes valores para a relação resposta dinâmica/resposta estática, $D = 2,27$ para o caminhar e $D = 5,73$ para o pular. Entretanto, esses fatores não levaram a grandes deslocamentos, 1,487 mm para o caminhar e 3,71 mm para o pular, em comparação com o limite máximo segundo a NBR-6118 (2003), $L/350 = 11,43$ mm. Novamente indicando a grande rigidez desse sistema de laje.

Contudo, esses valores elevados para a relação resposta dinâmica/resposta estática indicam a necessidade de cautela durante o dimensionamento de lajes, principalmente quando houver grande incidência de pedestres transitando e/ou pulando, podendo causar não somente desconforto aos usuários, mas também a perda da capacidade resistente da estrutura.

No próximo capítulo será apresentado o início de um estudo numérico para avaliação do comportamento dinâmico do sistema de laje mista para fatias maiores da laje.

6 APLICAÇÃO DO SISTEMA DE LAJE MISTA

O emprego em passarelas da fatia representativa do sistema de laje mista, estudada até o momento, na direção longitudinal dos perfis fica limitado para pequenos vãos, inferior a 4,65 m como visto no dimensionamento.

Para vãos maiores, uma solução é empregar-se a laje mista como tabuleiro no sentido transversal da direção principal da passarela, apoiada sobre longarinas, com os perfis funcionando como transversinas. Apesar das vibrações da superestrutura serem mais importantes do que as do tabuleiro, por apresentarem frequências baixas, faz-se necessário a análise de fatias de tabuleiro maiores do que 0,80 m.

Além disso, passarelas com vãos superiores a 10 m ficam difíceis de analisar com o modelo numérico de EF utilizado nas análises anteriores, no qual os perfis são modelados com elementos de casca e a capa de concreto é modelada com elementos sólidos, pois consome muito tempo para processamento e visualização das respostas.

Neste sentido, apresenta-se neste capítulo o início de um estudo sobre o emprego do sistema de laje mista para grandes vãos, por meio de um modelo numérico simplificado, utilizando-se elementos de viga para modelar os perfis e elementos de casca para modelar o concreto.

Inicialmente, mostram-se as respostas para um modelo numérico da fatia representativa, aqui denominado modelo LM-1 Faixa, comparando-se os resultados com o modelo numérico do capítulo anterior, considerado como possuindo respostas “exatas”.

Confirmando-se uma boa aproximação dos resultados, o modelo simplificado será utilizado para analisar outras três lajes: LM-2 Faixas, com quatro perfis; LM-3 Faixas, com seis perfis; e LM-5 Faixas, com 10 perfis.

6.1 Modelo de laje LM-1 Faixa

O modelo numérico simplificado aqui apresentando, Figura 6.1, é composto por uma malha de elementos de casca para modelar a capa de concreto, com 5cm x 5 cm de dimensão, e os elementos de barra, usados para modelar os perfis, possuem consequentemente 5 cm de comprimento e seção transversal I.

No programa SAP 2000 (2009), os eixos dos elementos de barras são lançados coincidindo com as faces dos elementos de casca, criando-se em seguida um ponto nesses elementos referente ao centróide da seção, deslocando-o de modo que a seção transversal da laje possua a mesma inércia do modelo refinado (elementos sólidos e de casca). Dessa forma, não há necessidade de se considerar barras com eixos deslocados, passando pelo centróide da seção, e elementos rígidos conectando estas aos elementos de casca.

As propriedades elásticas usadas para o concreto são as mesmas empregadas nos modelos anteriores, ou seja, $f_{ck} = 30$ MPa e $E_c = 26$ GPa. Para os perfis, foi considerado o módulo de elasticidade obtido dos ensaios, considerando-se o material isotrópico equivalente, $E_{PRFV} = 26,21$ GPa e para se obter uma rigidez equivalente à $G_{PRFV} \times A_{perfil}$, alterou-se a área do perfil para $1852,93 \text{ mm}^2$ (pois utilizando o coeficiente de Poisson estimado pela Teoria Clássica da Laminação, Capítulo 2 e Anexo C, $\nu = 0,341$, na entrada de dados do programa SAP2000 para material isotrópico, resulta em um módulo de cisalhamento $G \neq G_{PRFV}$).

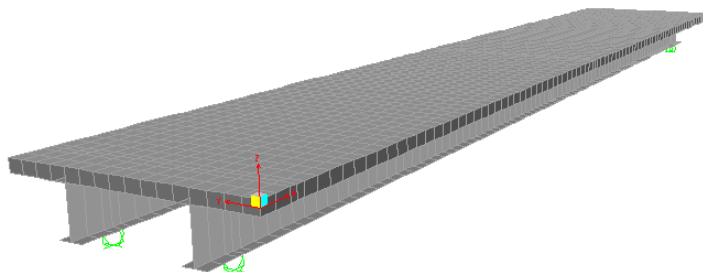


Figura 6.1 - Modelo numérico simplificado da laje LM-1 Faixa.

As condições de contorno consideradas são semelhantes ao modelo anterior, com restrições de translação no eixo z (vertical) nos apoios, formando um vão livre de 4 m, e restrição de translação no x e y e rotação em torno do eixo z em dois pontos equidistantes 0,45 m na direção x do centro da laje, na capa de concreto.

6.1.1 Frequências naturais e modos de vibração

As frequências naturais da estrutura utilizando-se este modelo simplificado foram obtidas por meio da análise modal para os vinte primeiros modos de vibração, como mostra a Tabela 6.1. Dessa tabela, conclui-se que a frequência fundamental vale 11,79 Hz. Os três primeiros modos de vibração estão ilustrados na Figura 6.2 até a Figura 6.4.

A Tabela 6.1 se diferencia da Tabela 5.19 a partir do segundo modo de vibração, contudo o valor da frequência fundamental apresenta uma ótima aproximação.

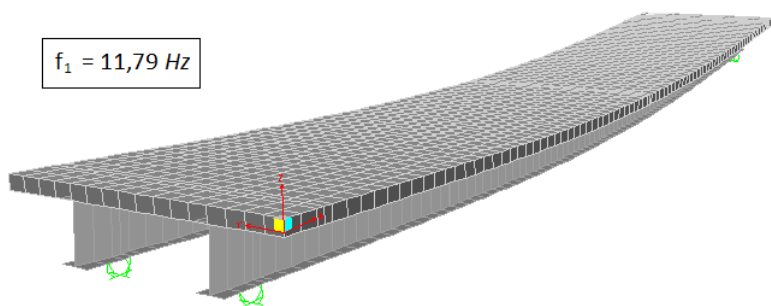


Figura 6.2 - Primeiro modo de vibração da laje LM-1 Faixa.

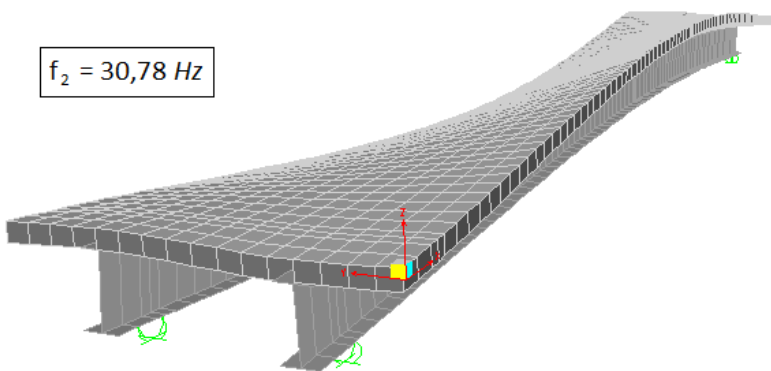


Figura 6.3 - Segundo modo de vibração da laje LM-1 Faixa.

Tabela 6.1 - Frequências naturais e modos de vibração da laje LM-1 Faixa.

Modos de Vibração	Frequência natural (Hz)	Fator de participação modal	Descrição da configuração deformada da estrutura
1° Modo	11,788	0,530674	uma meia onda em torno do eixo y
2° Modo	30,777	0	torção em torno do eixo x
3° Modo	45,865	0	duas meias ondas em torno do eixo y
4° Modo	70,62	0	torção assimétrica em torno do eixo x
5° Modo	87,741	0	translação no eixo y
6° Modo	95,388	0	translação no eixo y
7° Modo	99,866	-0,169815	três meias ondas em torno do eixo y
8° Modo	124,29	0	torção assimétrica em torno do eixo x
9° Modo	168,14	0	quatro meias ondas em torno do eixo y
10° Modo	189,62	0	torção assimétrica em torno do eixo x
11° Modo	209,87	-0,02698	uma meia onda em torno do eixo x
12° Modo	218,57	0	torção assimétrica em torno do eixo x
13° Modo	236,7	0,065961	rotação assimétrica em torno dos eixos x e y
14° Modo	252,99	0,067449	rotação assimétrica em torno dos eixos x e y
15° Modo	260,56	0	rotação assimétrica em torno dos eixos x e y
16° Modo	275,52	0	rotação assimétrica em torno dos eixos x e y
17° Modo	320,83	0,017137	rotação assimétrica em torno dos eixos x e y
18° Modo	327,02	0	translação no eixo x e rotação assimétrica em torno do eixo y
19° Modo	329,77	0	translação no eixo y dos perfis e rotação assimétrica em torno do eixo x e y
20° Modo	334,26	0	cinco meias ondas em torno do eixo y

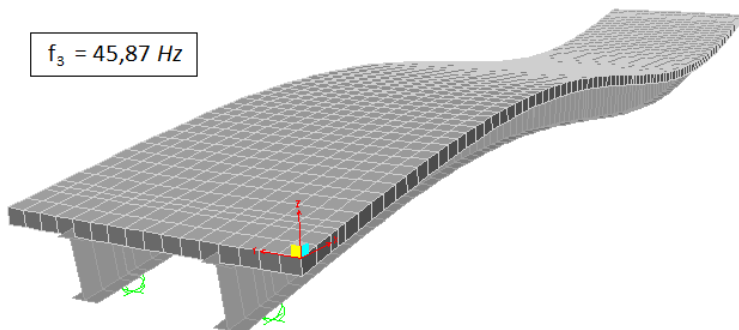


Figura 6.4 - Terceiro modo de vibração da laje LM-1 Faixa.

A seguir apresenta-se a resposta deste modelo quando submetido aos carregamentos de caminhar e pular, considerando-se o amortecimento médio obtido experimentalmente dos dois protótipos ensaiados, $\xi = 4,9 \%$. Essas cargas são aplicadas na direção longitudinal da laje, da mesma forma que o apresentado no Capítulo 5. Os espectros apresentados foram obtidos empregando-se o algoritmo da *FFT* nos valores das acelerações obtidas do SAP2000 (2009), não se utilizando os espectros fornecidos diretamente do programa.

6.1.2 Resposta do modelo ao caminhar de pessoas

A função do caminhar é a mesma empregada no capítulo anterior e foi aplicada nos mesmos oito pontos ilustrados na Figura 5.106, simulando-se as oito voltas realizadas nos ensaios.

Analisou-se um ponto no centro da capa de concreto, no meio do vão da laje. A resposta da estrutura foi obtida pelo método de integração numérica da análise modal, utilizando-se os 20 modos de vibração. A Figura 6.5 mostra as acelerações de resposta para esse ponto, apresentando picos máximos em torno de 15 m/s^2 e média próxima a 5 m/s^2 . Já a Figura 6.6 ilustra o respectivo espectro dessa aceleração, indicando pico na frequência fundamental com amplitude igual a $0,75 \text{ m/s}^2$. Esse valor de amplitude é semelhante ao indicado pelo modelo numérico com elementos sólidos e de casca (Capítulo 5).

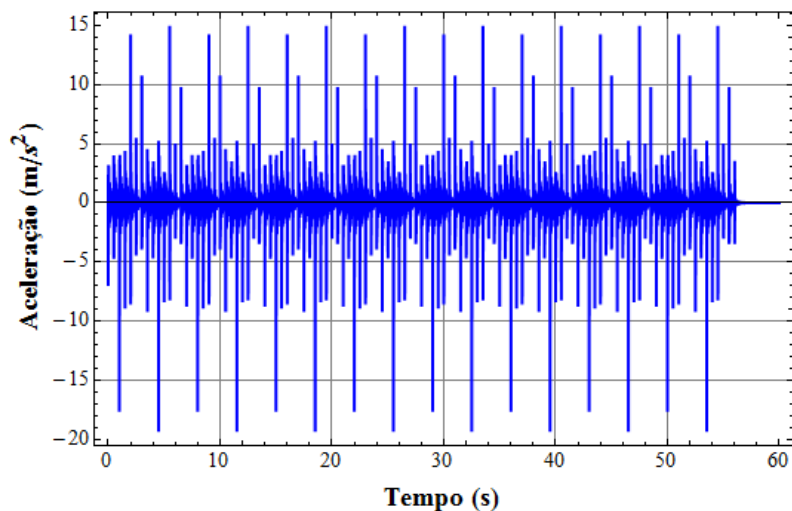


Figura 6.5 - Resposta do modelo numérico simplificado da laje LM-1 Faixa ao caminhar.

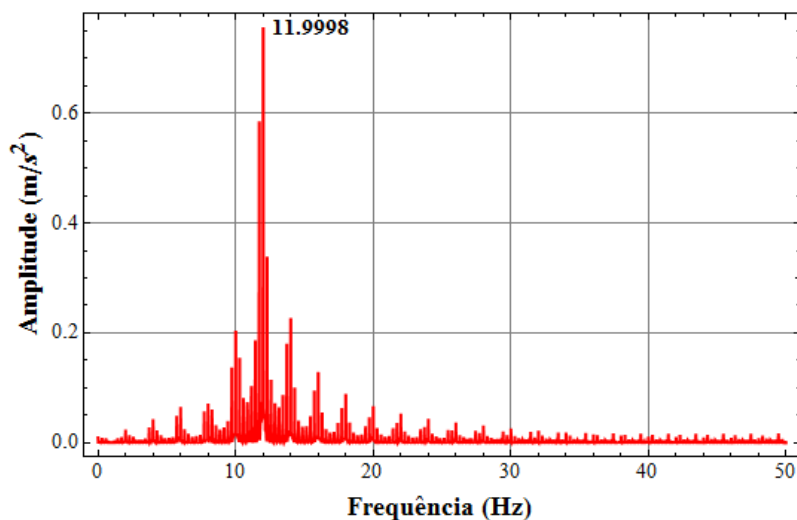
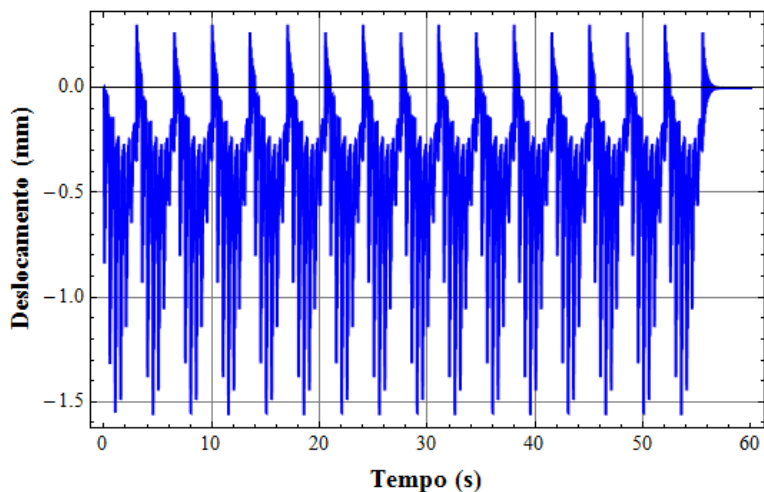


Figura 6.6 - Espectro de aceleração do modelo numérico simplificado da laje LM-1 Faixa ao caminhar.

O deslocamento deste ponto, ao longo do tempo, é mostrado na Figura 6.7. O carregamento produziu um deslocamento vertical total

igual a 1,564 mm. Comparando-se esse valor com o deslocamento estático referente à pessoa em pé no centro da laje, 0,674 mm, chega-se a uma relação $D = 2,32$.



**Figura 6.7 - Deslocamento do modelo numérico simplificado da laje LM-1
Faixa ao caminhar.**

6.1.3 Resposta do modelo ao carregamento de pular

O carregamento foi aplicado da mesma forma do que no modelo refinado, ou seja, aplicado em duas áreas, referentes às áreas dos calçados, no centro do modelo numérico, na mesma posição de ensaio. O ponto analisado foi o mesmo para o carregamento do caminhar e as acelerações de resposta para esse ponto são mostradas na Figura 6.8 e o respectivo espectro de aceleração na Figura 6.9. Essas acelerações possuem picos próximos a $6,50 \text{ m/s}^2$, valor semelhante ao obtido a partir do modelo numérico com elementos sólidos e de casca. Já o espectro mostra amplitudes em frequências inferiores à fundamental, referentes à frequência de excitação e seus harmônicos. Contudo, a maior amplitude encontra-se na frequência fundamental e é igual a $2,80 \text{ m/s}^2$. Esse valor é semelhante ao obtido no modelo numérico com elementos sólidos e de casca.

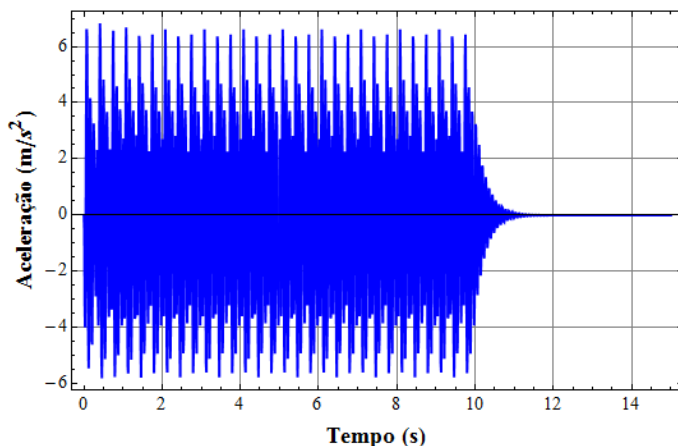


Figura 6.8 - Resposta do modelo numérico simplificado da laje LM-1 Faixa ao pular.

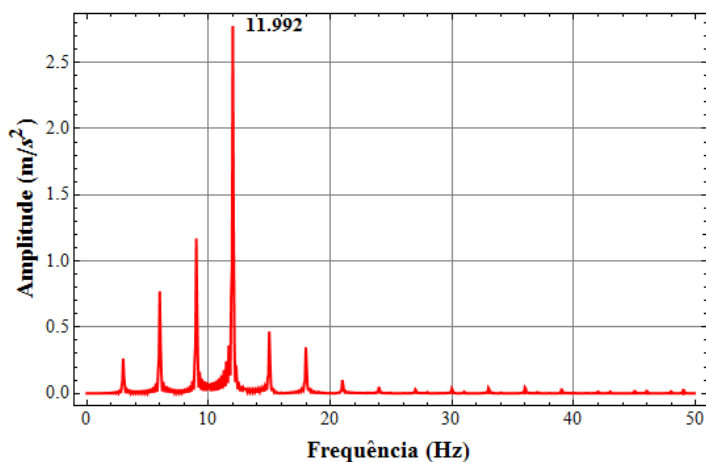


Figura 6.9 - Espectro de aceleração do modelo numérico simplificado da laje LM-1 Faixa ao pular.

O deslocamento vertical máximo produzido por este carregamento foi de 3,79 mm, ou seja, relação entre carregamento dinâmico e estático $D = 5,62$. A variação do deslocamento ao longo do tempo pode ser vista na Figura 6.10.

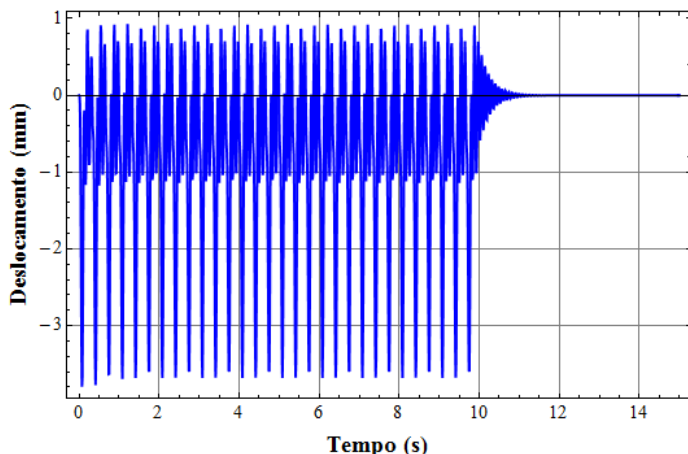


Figura 6.10 - Deslocamento do modelo numérico simplificado da laje LM-1 Faixa ao pular.

6.1.4 Considerações complementares sobre o modelo simplificado

O modelo numérico simplificado, utilizando elementos de casca fina para modelar a capa de concreto e elementos de barra com seção I para modelar os perfis, apresentou frequência fundamental igual a 11,79 Hz, valor muito semelhante ao obtido por meio do modelo numérico com elementos sólidos para o concreto e de casca para os perfis (modelo refinado), para o qual obteve-se 11,36 Hz.

Para os demais modos de vibração as frequências apresentaram diferenças. Entretanto, como visto nos ensaios dos protótipos da fatia representativa, a estrutura responde basicamente no primeiro modo de vibração, tornando válido o uso deste modelo simplificado para a obtenção da frequência fundamental da laje.

Mesmo apresentando esta diferença para os modos superiores, a resposta obtida, tanto para o carregamento do caminhar quanto do pular, ficou muito próxima da resposta do modelo refinado, com menos de 1 % de diferença.

A diferença significativa entre os dois modelos está no fato do modelo simplificado ter um tempo de processamento cerca de 10 vezes menor e visualização dos resultados aproximadamente 100 vezes menor.

Por tudo isso, pode-se concluir que este modelo simplificado consegue representar de maneira satisfatória o comportamento do

sistema de laje mista. Por conseguinte, este modelo será utilizado para o estudo da laje mista com mais faixas da fatia representativa, como será visto a partir do próximo item.

6.2 Modelo da Laje LM-3 Faixas

O modelo denominado LM-3 Faixas representa uma laje com 3 faixas da fatia representativa, Figura 6.11. Neste caso, a direção principal da passarela passa a ser a direção transversal ao eixo longitudinal dos perfis e o sistema de laje mista funcionaria como tabuleiro apoiado sobre vigas longarinas.

As propriedades elásticas dos materiais, bem como as condições de contorno utilizadas neste modelo são as mesmas utilizadas no modelo LM-1 Faixa. Essas condições de contorno implicam que a laje continuará sendo considerada bi-apoiada, com apoios somente nos perfis. Dessa forma, a laje possui dimensão 4,0 m x 2,4 m.

Como no modelo LM-1 Faixa, os espectros para este modelo foram obtidos empregando-se o algoritmo da *FFT* nos valores das acelerações obtidas do SAP2000 (2009), não se utilizando os espectros fornecidos diretamente do programa.

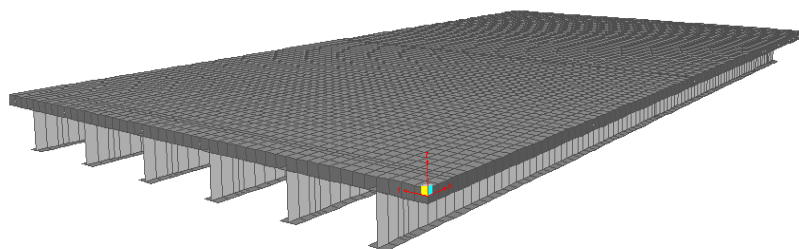


Figura 6.11 - Modelo numérico da laje mista LM-3 Faixas.

6.2.1 Frequências naturais e modos de vibração

As frequências naturais para esta laje para os vinte primeiros modos de vibração estão mostradas na Tabela 6.2. Observando essa tabela, nota-se que a frequência fundamental pouco se alterou com a adição de mais faixas, apresentando valor igual a 11,8 Hz. Contudo, houve aparecimento de modos de vibração com frequências

intermediárias se compararmos com os valores da Tabela 6.1 (por exemplo o segundo e terceiro modos mostrados na Tabela 6.2).

Como exemplos da configuração deformada dos modos de vibração, estão mostrados na Figura 6.12 até a Figura 6.14 os três primeiros modos de vibração.

Observando-se os fatores de participação modal, mostrados na Tabela 6.2, nota-se que houve um grande aumento na participação do primeiro modo de vibração, sendo o responsável por praticamente toda a resposta do sistema.

Nos dois próximos itens será mostrada a resposta da estrutura aos carregamentos de caminhar e pular. Para tanto, o amortecimento para esta laje será considerado o mesmo da LM-1 Faixa, pois, apesar de não terem sido feitos ensaios experimentais com protótipos de laje com essa dimensão, a frequência fundamental pouco se alterou e o modo de vibração correspondente, é responsável por mais de 90% da resposta da estrutura.

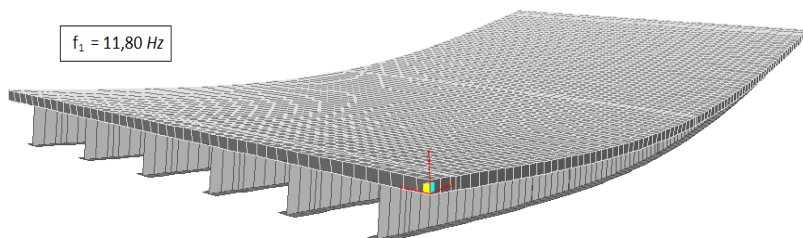


Figura 6.12 - Primeiro modo de vibração da laje LM-3 Faixas.

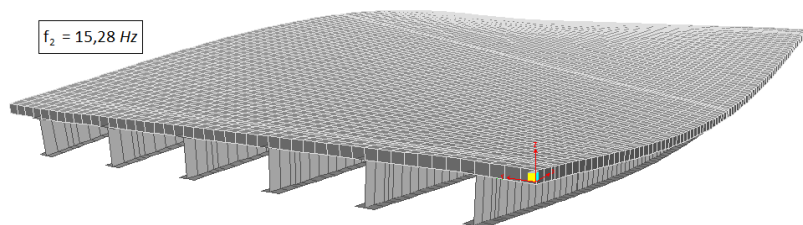


Figura 6.13 - Segundo modo de vibração da laje LM-3 Faixas.

Tabela 6.2 - Frequências naturais e modos de vibração da laje LM-3 Faixas.

Modos de Vibração	Frequência natural (Hz)	Fator de participação modal	Descrição da configuração deformada da estrutura
1° Modo	11,8	0,918996	uma meia onda em torno do eixo y
2° Modo	15,277	0	torção em torno do eixo x
3° Modo	32,381	-0,014557	torção assimétrica no eixo x
4° Modo	45,998	0	duas meias ondas em torno do eixo y
5° Modo	49,574	0	três meias ondas em torno do eixo y
6° Modo	64,341	0	rotação assimétrica em torno dos eixos x e y
7° Modo	70,032	0	torção assimétrica em torno do eixo x
8° Modo	96,777	0	rotação assimétrica em torno dos eixos x e y
9° Modo	100,45	0,291984	quatro meias ondas em torno do eixo y
10° Modo	103,61	0	rotação assimétrica em torno dos eixos x e y
11° Modo	116,62	-0,023258	cinco meias ondas em torno do eixo y
12° Modo	128,91	0	torção em torno do eixo x
13° Modo	144,31	0	rotação assimétrica em torno dos eixos x e y
14° Modo	150,69	0	rotação assimétrica em torno dos eixos x e y
15° Modo	170,15	0	seis meias ondas em torno do eixo y
16° Modo	170,17	0	rotação assimétrica no y e translação assimétrica no eixo y
17° Modo	172,6	0	sete meias ondas em torno do eixo y
18° Modo	184,76	0	rotação assimétrica em torno dos eixos x e y
19° Modo	191,11	-0,003571	rotação assimétrica em torno dos eixos x e y
20° Modo	198,96	0	translação no eixo y

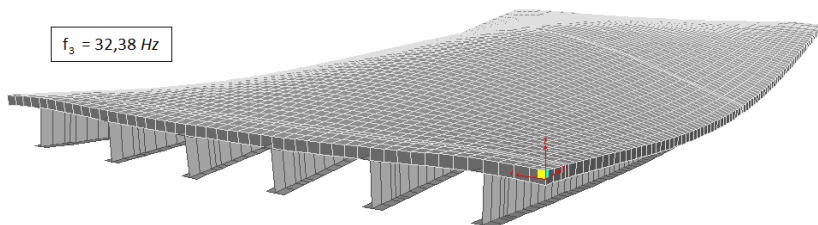


Figura 6.14 - Terceiro modo de vibração da laje LM-3 Faixas.

6.2.2 Resposta do modelo ao caminhar de pessoas

Como o objetivo deste modelo é simular o sistema de laje mista aplicado como tabuleiro, a função do caminhar foi aplicada na direção transversal dos perfis, Figura 6.15, sendo a mesma função empregada no capítulo anterior.

As acelerações de resposta e deslocamentos foram tomados para um ponto no centro da laje, entre as linhas 3 e 4 de perfis. Novamente foram utilizados os 20 modos de vibração para a superposição modal.

A resposta da estrutura, em termos de acelerações, no ponto analisado, é mostrada na Figura 6.16 e o espectro correspondente na Figura 6.17.

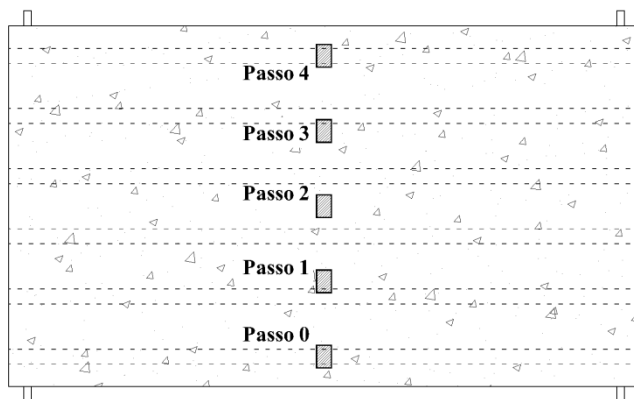


Figura 6.15 - Posição da aplicação do carregamento de caminhar na laje LM-3 Faixas.

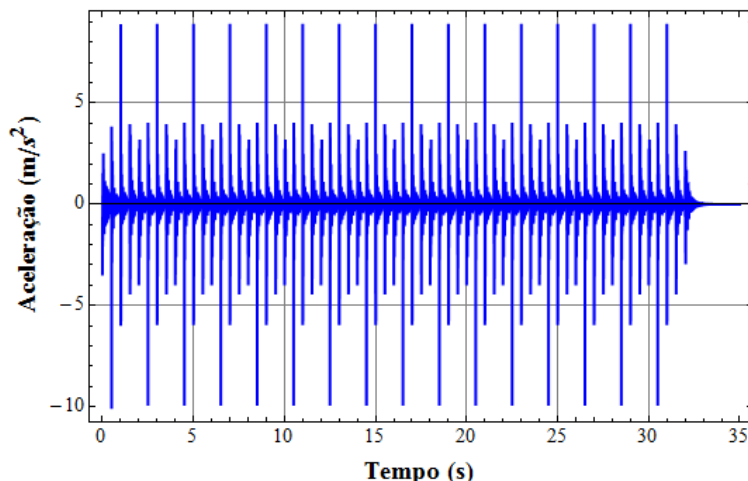


Figura 6.16 - Resposta da laje LM-3 Faixas ao caminhar.

Analisando as acelerações indicadas na Figura 6.16, observa-se que a média das mesmas está em torno dos 4 m/s^2 e que aparecem picos próximos a 9 m/s^2 . Já o espectro indica a estrutura respondendo em várias frequências, com amplitude máxima na frequência fundamental com o valor próximo a 0,38 m/s^2 .

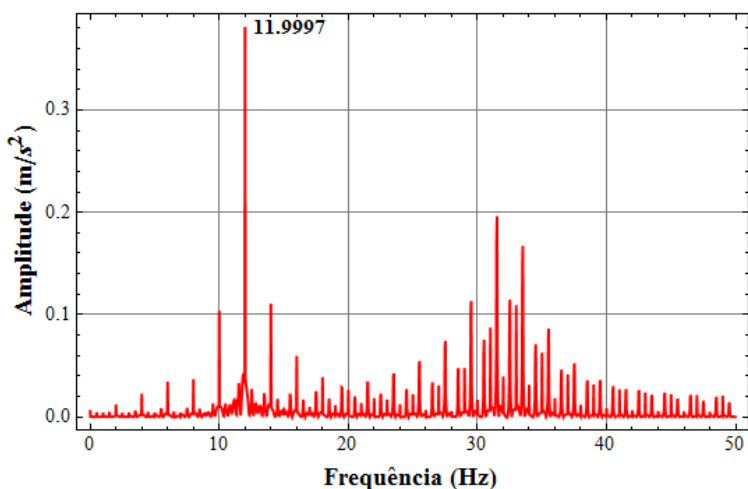


Figura 6.17 - Espectro de aceleração da laje LM-3 Faixas ao caminhar.

O deslocamento vertical ao longo do tempo, para o ponto analisado, é mostrado na Figura 6.18, apresentando valor máximo igual a 0,673 mm. O valor do deslocamento para a pessoa parada no mesmo ponto vale 0,277 mm. Isso indica que o caminhar resultou leva a uma relação carregamento dinâmico/estático $D = 2,43$.

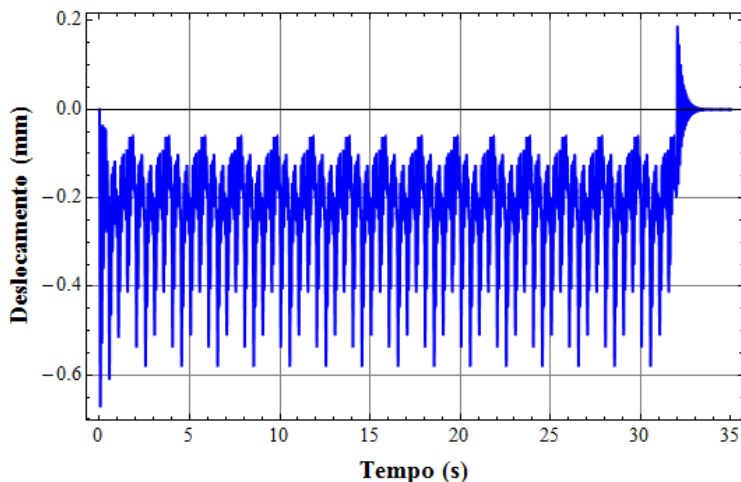


Figura 6.18 - Deslocamento da laje LM-3 Faixas ao caminhar.

6.2.3 Resposta do modelo ao carregamento de pular

Novamente o carregamento de pular foi aplicado no centro da laje em duas áreas, referentes às áreas dos calçados, para apenas uma pessoa. As acelerações de resposta são mostradas na Figura 6.19 e o respectivo espectro de aceleração na Figura 6.20, ambos para o mesmo ponto analisado no carregamento do caminhar (centro da laje no topo da capa de concreto).

As acelerações possuem picos máximos próximos a 2 m/s^2 . Já o espectro mostra picos de amplitudes com frequências inferiores à fundamental, referentes a frequência de excitação. A maior amplitude vale $0,90 \text{ m/s}^2$ e está associada a frequência fundamental.

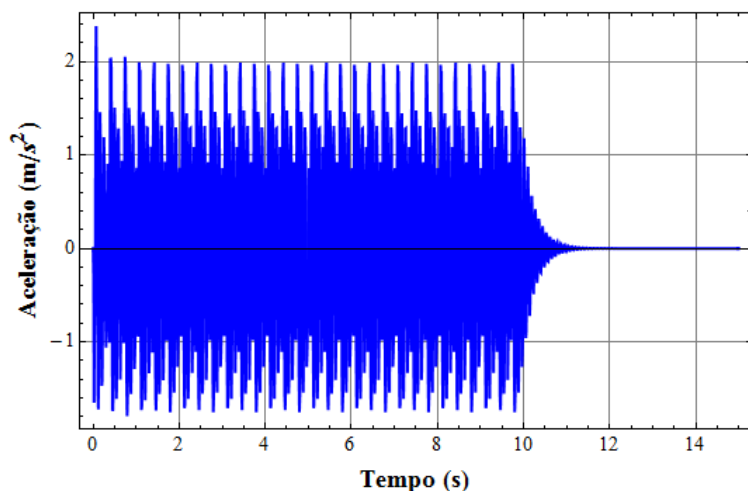


Figura 6.19 - Resposta da laje LM-3 Faixas ao pular.

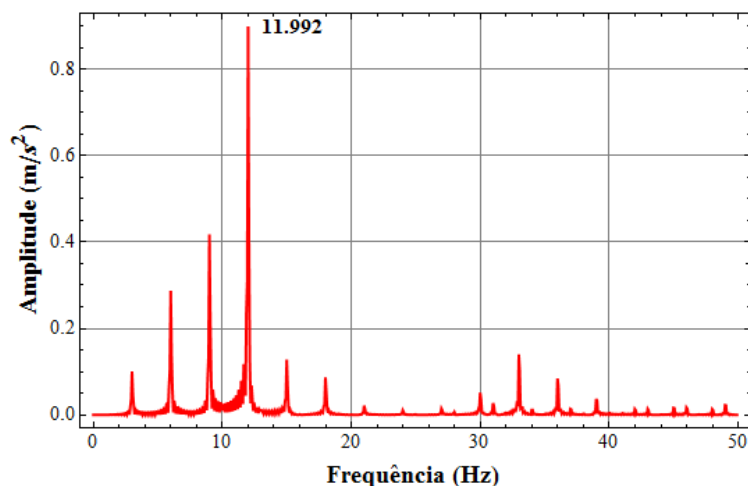


Figura 6.20 - Espectro de aceleração da laje LM-3 Faixas ao pular.

Os deslocamentos verticais para este carregamento estão mostrados na Figura 6.21. O pico máximo foi de 1,438 mm, apresentando uma relação $D = 5,19$. Analisando as acelerações e os deslocamentos, nota-se que eles possuem as mesmas configurações daqueles para a laje LM-1 Faixa.

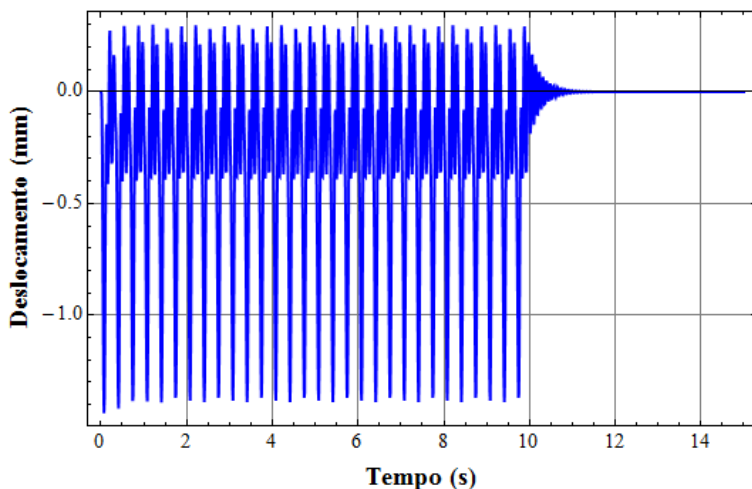


Figura 6.21 - Deslocamento da laje LM-3 Faixas ao pular.

6.3 Modelo da Laje LM-5 Faixas

O modelo LM-5 Faixas representa uma laje com 5 faixas da fatia representativa, Figura 6.22, sendo formada por 10 perfis. As propriedades elásticas dos materiais e as condições de contorno utilizadas são as mesmas utilizadas no modelo LM-1 Faixa. Assim, a laje possui dimensão 4,0 m x 4,0 m.

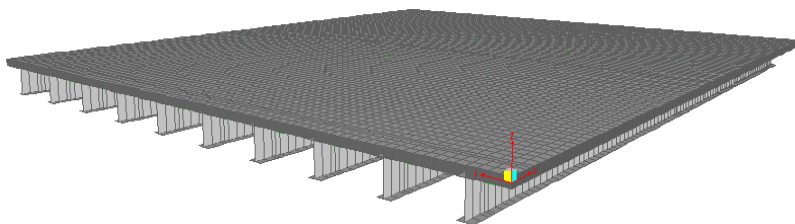


Figura 6.22 - Modelo numérico da laje mista LM-5 Faixas.

6.3.1 Frequências naturais e modos de vibração

Os vinte primeiros modos de vibração da laje LM-5 Faixas apresentam as frequências naturais mostradas na Tabela 6.3. Nota-se que a frequência fundamental pouco se alterou em relação aos resultados dos modelos com 1 faixa e com 3 faixas, apresentando o valor 11,81 Hz . As configurações deformadas dos três primeiros modos de vibração estão representadas na Figura 6.23 até a Figura 6.25.

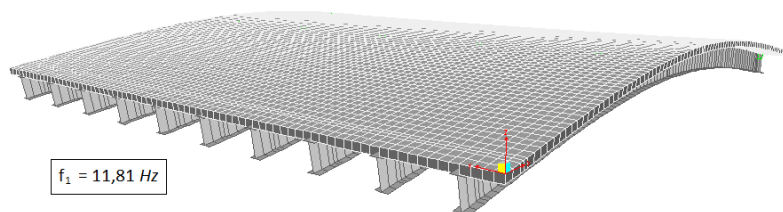


Figura 6.23 - Primeiro modo de vibração da laje LM-5 Faixas.

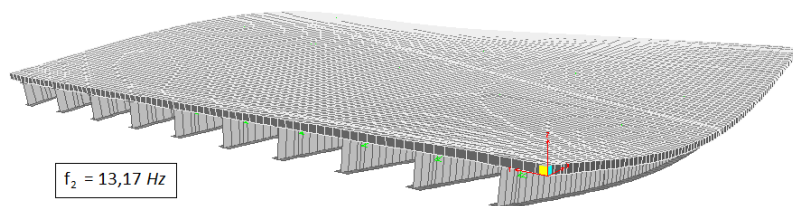


Figura 6.24 - Segundo modo de vibração da laje LM-5 Faixas.

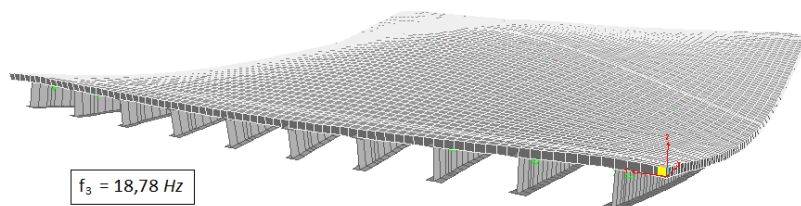


Figura 6.25 - Terceiro modo de vibração da laje LM-5 Faixas.

Tabela 6.3 - Frequências naturais e modos de vibração da laje LM-5 Faixas.

Modos de Vibração	Frequência natural (Hz)	Fator de participação modal	Descrição da configuração deformada da estrutura
1° Modo	11,809	-1,186197	uma meia onda em torno do eixo y
2° Modo	13,168	0	torção em torno do eixo x
3° Modo	18,775	-0,028808	torção assimétrica no eixo x
4° Modo	31,172	0	duas meias ondas em torno do eixo y
5° Modo	46,049	0	três meias ondas em torno do eixo y
6° Modo	47,355	0	rotação assimétrica em torno dos eixos x e y
7° Modo	51,368	-0,005084	torção assimétrica em torno do eixo x
8° Modo	52,362	0	rotação assimétrica em torno dos eixos x e y
9° Modo	62,412	0	rotação assimétrica em torno dos eixos x e y
10° Modo	79,227	0	torção assimétrica no eixo x
11° Modo	79,27	0	rotação assimétrica em torno dos eixos x e y
12° Modo	100,62	0,375635	quatro meias ondas em torno do eixo y
13° Modo	101,7	0	rotação assimétrica em torno dos eixos x e y
14° Modo	103,91	0	rotação assimétrica em torno dos eixos x e y
15° Modo	106,23	-0,040537	cinco meias ondas em torno do eixo y
16° Modo	114,55	-0,002079	rotação assimétrica em torno do eixo y e translação assimétrica no eixo y
17° Modo	114,96	0	seis meias ondas em torno de y
18° Modo	129,26	-0,011153	rotação assimétrica em torno dos eixos x e y
19° Modo	136,53	0	rotação assimétrica em torno dos eixos x e y
20° Modo	150,16	0	translação no eixo y

6.3.2 Resposta do modelo ao caminhar de pessoas

Os locais de aplicação da função do caminhar estão indicados na Figura 6.26. São simulados 7 passos no sentido transversal dos perfis, num total de 8 voltas.

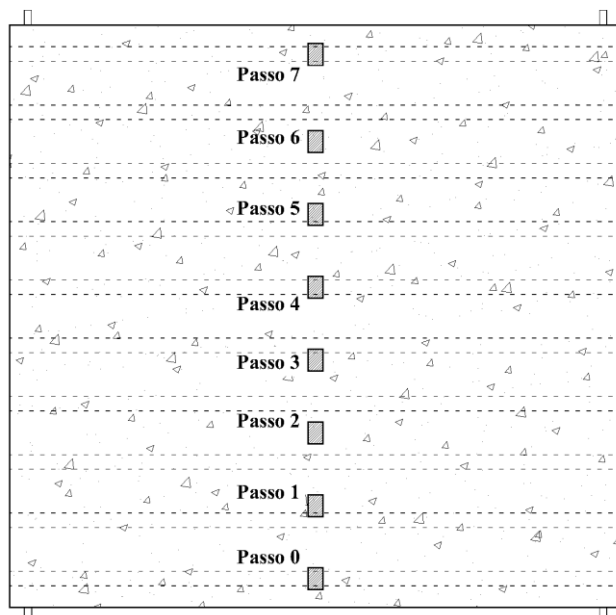


Figura 6.26 - Posição da aplicação do carregamento de caminhar na laje LM-5 Faixas.

As acelerações foram analisadas para um ponto no centro da laje, entre as linhas 5 e 6 dos perfis, e são mostradas na Figura 6.27. Os picos das acelerações ficaram em torno dos 6 m/s^2 , enquanto que a média ficou em torno dos 4 m/s^2 . O espectro de aceleração referente às acelerações é apresentado na Figura 6.28. Esse espectro indica que a resposta da estrutura possui componentes em várias frequências, com amplitude máxima, na frequência fundamental, igual a $0,24 \text{ m/s}^2$.

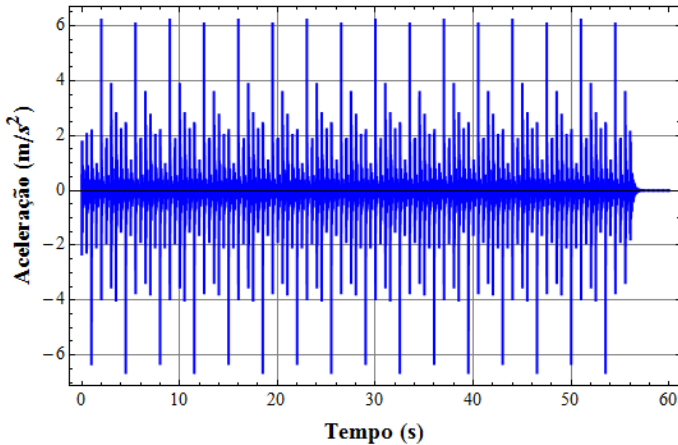


Figura 6.27 - Resposta da laje LM-5 Faixas ao caminhar.

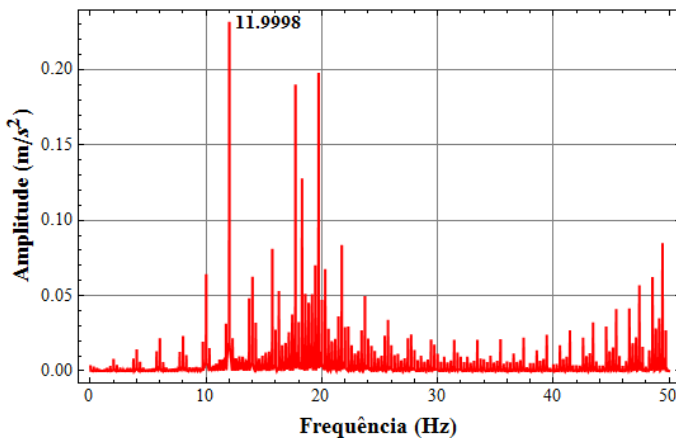


Figura 6.28 - Espectro de aceleração da laje LM-5 Faixas ao caminhar.

O deslocamento ao longo do tempo para o ponto analisado é representado na Figura 6.29, e apresenta valor máximo igual a 0,455 mm. O deslocamento máximo produzido pela pessoa parada em pé no centro da laje vale 0,244 mm, resultando em uma relação $D= 1,86$.

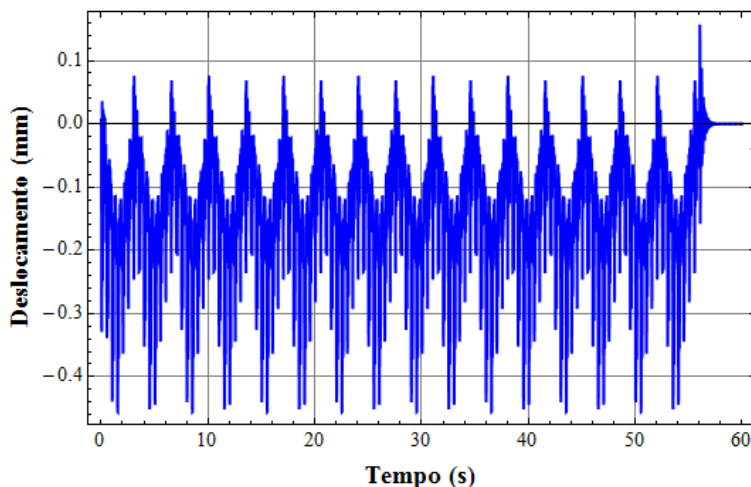


Figura 6.29 - Deslocamento da laje LM-5 Faixas ao caminhar.

6.3.3 Resposta do modelo ao carregamento de pular

Para este modelo também foi aplicado o carregamento de pular no centro da laje, considerando-se apenas uma pessoa pulando. A Figura 6.30 apresenta as acelerações de resposta da laje e a Figura 6.31 o respectivo espectro de resposta para um ponto no centro da laje, no topo da capa de concreto. As acelerações apresentaram picos próximos a $1,50 \text{ m/s}^2$ com a média ficando em torno de $1,2 \text{ m/s}^2$. Os espectros novamente indicam amplitudes em frequências inferiores à fundamental referentes à frequência de excitação, com amplitude máxima, localizada na frequência fundamental, igual a $0,54 \text{ m/s}^2$.

Em termos de deslocamento, o ponto analisado apresentou a variação como ilustra a Figura 6.32. O deslocamento vertical máximo obtido foi de $1,136 \text{ mm}$, resultando em um fator de amplificação $D=4,66$.

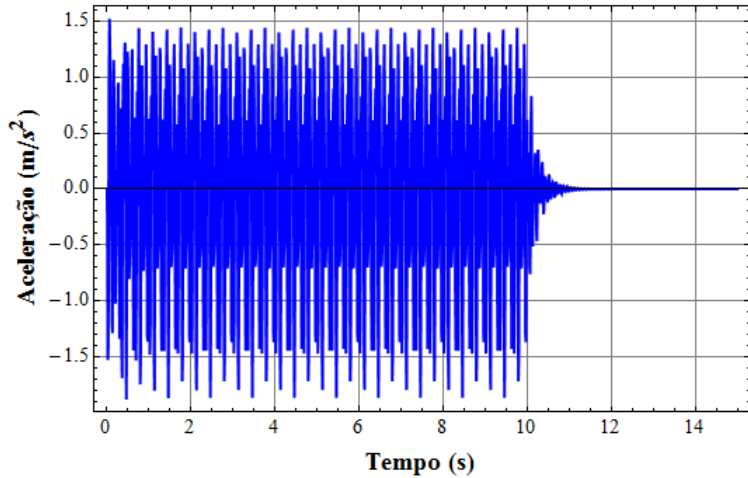


Figura 6.30 - Resposta da laje LM-5 Faixas ao pular.

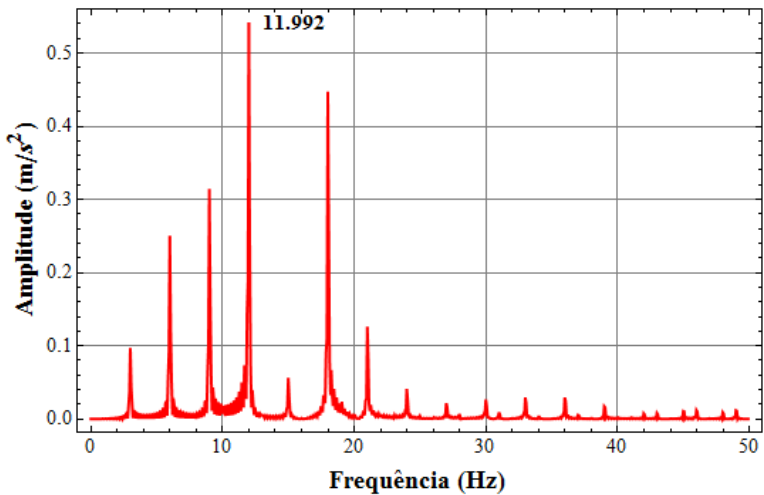


Figura 6.31 - Espectro de aceleração da laje LM-5 Faixas ao pular.

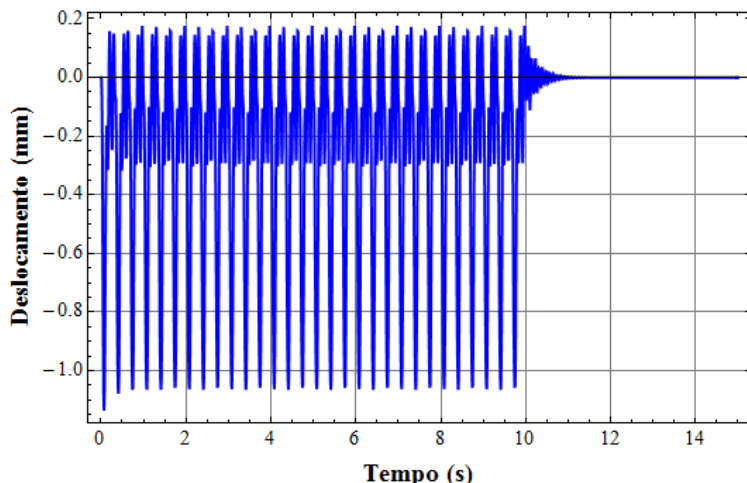


Figura 6.32 - Deslocamento da laje LM-5 Faixas ao pular.

Para este carregamento, as configurações das acelerações e deslocamentos de resposta deste modelo são semelhantes aos dois modelos anteriores, apresentando picos menores.

6.4 Considerações finais

No presente capítulo apresentou-se um modelo numérico simplificado para a análise do sistema de laje mista submetido a carregamentos dinâmicos, de maneira a agilizar o processamento e a visualização dos resultados, visando a aplicação em passarelas de grandes vãos.

Inicialmente foi modelada a fatia representativa da laje estudada no capítulo anterior, apresentando resultados muito semelhantes àqueles obtidos com o modelo numérico com elementos sólidos e de casca, com diferença de menos de 1%.

Em seguida a laje mista foi modelada considerando-a como tabuleiro de passarela. Dessa forma o carregamento do caminhar foi aplicado no sentido transversal dos perfis. Apesar disso, a laje continuou sendo bi-apoiada e apresentando frequência natural próxima dos 11,80Hz.

As acelerações de resposta de todos os modelos para os dois carregamentos indicam níveis intoleráveis para a sensibilidade humana a vibrações.

Foram modeladas duas lajes: uma três vezes a fatia representativa, com dimensão de 4,0 m x 2,40 m; e outra cinco vezes essa fatia, com dimensão de 4,0 m x 4,0 m. O deslocamento vertical máximo obtido para o carregamento de pular, foi igual a 1,438 mm e 1,136 mm, respectivamente. Esses valores são muito inferiores ao limite indicado pela NBR-6118, $L/350 = 11,43$ mm.

Apesar destes deslocamentos serem muito inferiores ao limite estabelecido por norma, vale salientar que foram aplicados carregamentos referentes a apenas uma pessoa. Caso seja feita a análise para carregamentos com mais pessoas, essas respostas provavelmente serão diferentes e apresentarão maiores deslocamentos.

7 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O objetivo principal deste trabalho de mestrado foi avaliar o desempenho estrutural do sistema de laje mista composta de concreto e perfis de PRFV, que está em desenvolvimento na Universidade Federal de Santa Catarina, verificando o nível de vibrações induzidas por solicitações dinâmicas de cargas móveis, com ênfase no caminhar e pular dos pedestres.

Para alcançar esse objetivo, estudou-se inicialmente a rigidez dos perfis pultrudados, onde as principais conclusões são apresentadas no item 7.1. Na sequência foi avaliado o comportamento da laje mista submetida a carregamentos estáticos no ensaio de flexão a quatro pontos, sendo as conclusões mostradas no item 7.2.

As conclusões do estudo do comportamento dinâmico do sistema quando submetido a carregamentos provenientes de atividades humanas, estão apresentadas no item 7.3.

Para finalizar, no item 7.4, são apresentadas algumas recomendações para trabalhos futuros.

7.1 Conclusões sobre a rigidez dos perfis de PRFV

A rigidez dos perfis pultrudados de PRFV, de seção I de abas curtas, foi avaliada por dois métodos diferentes, um numérico e um experimental. No método numérico utilizou-se o método dos elementos finitos (MEF) para modelar o perfil de PRFV, discretizando as paredes do perfil por elementos de casca fina, estimando-se suas propriedades pela Teoria Clássica da Laminação (TCL) e pela Regra da Misturas, considerando um material ortotrópico equivalente.

No método experimental adotou-se uma metodologia proposta por Bank (1989), baseada na Teoria de Viga de Timoshenko (TVT), em que os módulos de elasticidade longitudinal, E , e de cisalhamento, G , do perfil de PRFV são obtidos a partir de ensaios de flexão a três pontos em perfis, variando-se o vão, considerando material isotrópico equivalente. Foram utilizados quatro corpos de prova, cada um ensaiado com quatro vãos diferentes, a partir dos quais obtiveram-se valores médios para os módulos de elasticidade.

Para os quatro diferentes vãos utilizados, comparou-se a rigidez do perfil de PRFV obtida numericamente com a rigidez obtida

experimentalmente dos corpos de prova, obtendo-se uma ótima correlação. Mostrou-se assim que o MEF, em conjunto com a TCL na obtenção das propriedades, pode ser utilizado para modelar vigas de perfil de PRFV e estimar sua rigidez à flexão. No entanto, para o dimensionamento de vigas, é mais prático utilizar-se a TVT e módulos de elasticidade E e G equivalentes para material isotrópico. Assim sendo, propôs-se neste trabalho um método alternativo para extrair módulos E e G equivalentes a material isotrópico, a partir das análises numéricas de elementos finitos dos perfis sob flexão a três pontos (considerando material ortotrópico), variando-se o vão, ou seja, aplicando-se a mesma metodologia usada no método experimental. Os valores de E e G extraídos assim das análises numéricas foram muito próximos aos valores médios obtidos experimentalmente.

Apesar de cumpridos todos os objetivos da avaliação da rigidez dos perfis I de abas curtas utilizados neste trabalho, é importante salientar que os mesmos apresentaram vários problemas de ruptura localizada e instabilidade local, nos ensaios experimentais realizados, por apresentarem espessuras da mesa e da alma muito finas. Ressalta-se que estes problemas não ocorreram com os perfis I de abas largas e espessura maior (do mesmo fabricante) utilizados anteriormente por Santos Neto (2006).

7.2 Conclusões sobre o comportamento da laje mista à flexão

A fatia representativa da laje mista com perfis I de abas curtas (LIAC) foi dimensionada inicialmente no estado limite de serviço (ELS) e posteriormente verificada no estado limite último (ELU), chegando-se a um fator de segurança superior ao utilizado usualmente por pesquisadores quando se trata de ruptura frágil. Portanto essa laje com perfis I de abas curtas tem seu dimensionamento governado pelo ELU, diferente da laje com perfis I de abas largas, estudada por Santos Neto (2006), que teve seu dimensionamento governado pelo ELS (o que é mais usual em estruturas formadas por materiais compostos avançados).

Dois protótipos da fatia representativa da laje mista, de dimensões $0,80\text{m} \times 4,50\text{ m}$ (vão de $4,25\text{ m}$), foram confeccionados e ensaiados sob flexão a quatro pontos, medindo-se os deslocamentos verticais por meio de LVDT's apenas na fase inicial, elástica, da laje. O comportamento estrutural da laje mista também foi avaliado teórica e numericamente, pela TVT e MEF, respectivamente. As retas *carga total versus*

deslocamento vertical no meio do vão obtidas do método analítico e numérico apresentaram uma ótima aproximação das curvas obtidas experimentalmente, no regime elástico inicial.

Os dois protótipos da laje mista tiveram rupturas distintas. O protótipo LIAC-1 apresentou ruptura por cisalhamento na interface concreto/perfil. Já o protótipo LIAC-2 apresentou ruptura por cisalhamento da ligação mesa/alma do perfil de PRFV. Ambas as rupturas confirmam as rupturas mais críticas estimadas pela método analítico e foram semelhantes às rupturas dos protótipos de laje mista (com perfis I de abas largas) ensaiados por Santos Neto (2006), de dimensões 0,80 m × 2,80 m (vão de 2,55 m).

7.3 Conclusões sobre o desempenho dinâmico do sistema de laje mista submetido a cargas móveis

O estudo do comportamento dinâmico do sistema de laje mista teve início com um estudo preliminar em um protótipo de laje mista, com perfis I de abas largas (LIAL), de dimensões 0,80 m × 2,80 m (vão de 2,55 m), confeccionado por Santos Neto (2006) para o ensaio de fluência.

A frequência fundamental foi estimada inicialmente considerando-se a laje LIAL como uma viga, por meio de um procedimento baseado em série de Fourier (Clough e Penzien, 2003). As frequências naturais e respectivos modos de vibração também foram avaliados numericamente, por meio de um modelo de elementos finitos. Em seguida, os ensaios para obtenção das características dinâmicas da estrutura, impacto dos calcanhares, e para avaliação do comportamento da laje submetida a carregamentos de caminhar e pular, foram realizados por três voluntários. As respostas, em termos de aceleração ao longo do tempo, foram medidas por meio de dois acelerômetros, colocados na base dos perfis, no meio do vão da laje, e os espectros de aceleração foram obtidos por meio da transformada rápida de Fourier (FFT). O valor de frequência fundamental obtido numericamente foi próximo ao obtido experimentalmente, a partir do espectro de resposta, enquanto que o valor estimado analiticamente resultou em uma aproximação apenas satisfatória. Os resultados indicam assim a validade do procedimento experimental e do modelo numérico para obtenção da frequência fundamental.

Os resultados do modelo numérico de EF para as acelerações de resposta do caso de carregamento caminhar apresentaram valores muito superiores aos resultados experimentais. Essa diferença poderia ser explicada ou pela interação pessoa-laje, em que a pessoa atua como um amortecedor de massa sintonizado, diminuindo assim as amplitudes de resposta da estrutura, ou pelo fato do vão da laje ser muito pequeno e a pessoa o atravessar em apenas três passos, não havendo assim tempo da pessoa *entrar em ritmo com a laje*, não sendo assim representativa a função utilizada para descrever o carregamento de caminhar. Já para o caso de pular as amplitudes de aceleração obtidas numérica e experimentalmente têm a mesma ordem de grandeza.

Os espectros de aceleração do modelo numérico indicaram frequência fundamental muito semelhante ao valor obtido experimentalmente, frequência essa muito superior ao limite da NBR-6118 (2003) para controle de vibrações em lajes.

Para a sensibilidade humana a vibrações, ambos os ensaios de caminhar e pular apresentaram índices considerados intoleráveis.

Os deslocamentos obtidos no modelo numérico deste estudo preliminar apresentaram grandes valores para a relação carregamento dinâmico/estático. Contudo, esses valores de deslocamento são bem inferiores ao limite indicado pela NBR-6118 (2003).

Após os estudos preliminares, foram mostrados os resultados dos ensaios dinâmicos para a laje mista com perfis I de abas curtas (LIAC), elaborada para o presente trabalho. Foram utilizados dois protótipos de uma fatia representativa da laje mista (os mesmos que foram posteriormente ensaiados estaticamente à flexão a quatro pontos, até a ruptura). A frequência fundamental obtida do modelo numérico de EF e também a obtida dos ensaios experimentais apresentou ótima correlação em comparação com o valor estimado, sendo esse valor superior ao limite indicado pela NBR-6118 (2003), ressaltando que esta laje LIAC tem vão maior(4,0 m) do que a estudada anteriormente, LIAL (2,55m).

As acelerações de resposta do modelo numérico de EF para o carregamento de caminhar apresentaram uma ótima correlação com os resultados experimentais, tanto em termos de amplitudes de aceleração como de frequências naturais observadas nos espectros de aceleração. Já para carregamento de pular essa correlação não foi tão boa em relação às amplitudes de aceleração, pois os ensaios apresentaram picos de resposta muito superiores.

Para esta laje LIAC, as acelerações obtidas dos ensaios levam a vibrações consideradas intoleráveis, com relação à sensibilidade humana.

Em termos de deslocamentos, o modelo numérico de EF da laje LIAC apresentou grandes amplificações devido aos impactos provocados pelos carregamentos dinâmicos do caminhar e do pular. Contudo, os deslocamentos ficaram dentro dos limites estabelecidos por norma.

A partir das frequências fundamentais e dos deslocamentos máximos obtidos para as duas lajes analisadas (com perfis I de abas curtas e largas) pode-se concluir que este sistema de laje mista concreto/perfis de PRFV apresenta grande rigidez não somente para cargas estáticas, mas também para carregamentos dinâmicos. No entanto, em relação à sensibilidade humana a vibrações induzidas por atividades de caminhar e pular as lajes apresentaram índices considerados intoleráveis.

Em seguida mostrou-se um estudo inicial deste sistema de laje mista aplicado a passarelas de vãos maiores, onde essas lajes passam a ser empregadas na direção transversal ao comprimento da passarela, apoiadas sobre longarinas, com os perfis funcionando como transversinas. Para essa análise foi proposto um modelo numérico de EF simplificado, em que a capa de concreto é modelada por elementos de casca e os perfis I de PRFV por elementos de barra, para uso em projeto. Este modelo apresentou bons resultados na análise da fatia representativa da laje mista (LIAC), com diferenças próximas a 1 % em relação à frequência fundamental e aos deslocamentos, em comparação aos resultados do modelo numérico mais refinado, em que foram utilizados elementos sólidos para a capa de concreto e de casca para as paredes do perfil I de PRFV.

Utilizando-se este modelo numérico simplificado, foram avaliadas duas outras lajes com vãos maiores, sendo que a frequência fundamental pouco se modificou. Além disso, percebeu-se uma acentuação da participação do modo de vibração associado a essa frequência na resposta total da estrutura.

7.4 Recomendações para trabalhos futuros

A seguir são listadas algumas recomendações para trabalhos futuros para complementar o desenvolvimento deste sistema de laje:

- Estudo de otimização da seção transversal de perfis pultrudados de PRFV, que apresente rigidez necessária às condições de projeto, não seja suscetível a rupturas localizadas e efeitos de instabilidade local e, ao mesmo tempo, seja econômica (área mínima).
- Estudo do desempenho dinâmico do sistema de laje mista com vãos maiores;
- Estudo de amortecedores de massa sintonizados (AMS) para redução das vibrações do sistema de laje mista;
- Estudo do comportamento da laje mista submetida a cargas excêntricas (cisalhamento) e cargas concentradas (punção);
- Estudo da durabilidade dos perfis e da resina utilizada na ligação concreto/perfis frente a agentes agressivos;
- Estudo de viabilidade econômica do sistema de laje mista concreto/perfis de PRFV.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (ACI). **ACI 318-05**. Building Code Requirements for Structural Concrete. ACI Committee 318, USA, 2005.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (ACI). **ACI 440.R-96**. State-of-the-Art Report on Fiber Reinforced Plastic (FRP) – Reinforcement for Concrete Structures. ACI Committee 440, Detroit, USA, 1996, 65p.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS (ASTM). **ASTM-C215**. Standard Test Method for Fundamental Transverse, Longitudinal, and Torsional Resonant Frequencies of Concrete Specimens. West Conshohocken, USA, 2002.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE POLIÉSTER EXPANDIDO (ABRAPEX). Disponível em <<http://www.abrapex.com.br/>>. Acesso: março de 2009.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6118**: Projeto e execução de obras de concreto armado. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 7188**. Carga Móvel em Ponte Rodoviária e Passarela de Pedestre. Rio de Janeiro, 1982.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 14859-1**. Laje pré-fabricada – Requisitos. Parte 1: Lajes unidirecionais. Rio de Janeiro, 2002.

AGARWAL, B. D. BROUTMAN, L. J. **Analysis and Performance of Fiber Composites**. 2 ed. John Wiley & Sons Inc: New York, 1990

ALVES, N. K. C. ROITMAN, N. MAGLUTA, C. Dynamic response under human movements. **Materials and Structures**, v. 32, p. 31-37, jan./fev. 1999.

BACHMANN, H. Case studies of structures with human-induced vibrations. **Journal of Structural Engineering**, v. 118, n. 3, p. 631-647, mar. 1992.

BAKIS, C., E.; BANK, L., C.; BROWN, V., L.; COSENZA, E.; DAVALOS, J., F.; LESKO, J., J.; MACHIDA, A.; RIZKALLA, S., H.; TRIANTAFILLOU, T., C. Fiber-Reinforced Polymer Composites for Construction – State-of-the-Art Review. **Journal of Composites for Construction**, v. 6, n. 2, p. 73-87. ASCE, 2002.

BANK, L. C. – **Flexural and Shear Moduli of Full-Section Fiber Reinforced Plastic (FRP) Pultruded Beams**. Journal of Testing and Evaluation, JTEVA, v. 17, n. 1, p. 40-45. 1989.

CANALLI, Isabel Canalli. **Estudo do comportamento de estrutura mista de concreto e perfil pultrudado de PRFV sob flexão**. 2010. Dissertação de Mestrado (Engenharia Civil). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

CSE–Composites. Disponível em <<http://www.csecomposites.com.br/>>. Acesso: março de 2009.

CLOUGH, R. W. PENZIEN, J. **Dynamics of structures**. 3 ed. New York: McGraw-Hill, 2003.

DAVID, D. TRISTÃO, G. JULIANI, M. A. BECOCCI, L. **Análise experimental e computacional de pisos submetidos a carregamentos dinâmicos**. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 50., 2008, Salvador. Anais. CD-ROM.

DESKOVIC, N.; TRIANTAFILLOU, T., C.; MEIER, U. Innovative Design of FRP Combined with Concrete: Short-Term Behavior. **Journal of Structural Engineering**, v. 121, n. 7, p. 1069-1078, 1995.

EBRAHIMPOUR, A. HAMAM, A. SACK, R. L. PATTEN, W. N. Measuring and modeling dynamics loads imposed by moving crowds. **Journal of Structural Engineering**, v. 122, n. 12, p.1468-1474, dez. 1996.

KAW, A. K. **Mechanics of composite materials**. New York: CRC Press LLC, 1997.

LA ROVERE, H. L. SANTOS NETO, A. B. S. **Composite concrete/FRP slab: design for crosswalk deck applications**. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON SCIENCE AND TECHNOLOGY OF COMPOSITE MATERIALS, 4., 2007, Rio de Janeiro. Anais. CD-ROM.

LIMA, Silvio S. SANTOS, Sergio Hampshire C. **Análise dinâmica das estruturas**. Ciência Moderna: Rio de Janeiro, 2008.

LOPES, E. D. C. SILVA, N. M. F. SILVA, J. G. S. TAVARES, M. E. N. **Resposta dinâmica de pisos de concreto armado quando submetidos a atividades humanas rítmicas**. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 50., 2008, Salvador. Anais. CD-ROM.

LOTTI, R. S. MACHADO, A. W. MAZZIEIRO, E. T. LANDRE JUNIOR, J. Aplicabilidade científica do método dos elementos finitos. **Revista Dental Press Ortodon Ortop Facial**, v.11, n.2, p.35-43, mar./abr. 2006.

MELLO, A. V. A. SILVA, J. G. S. ANDRADE, S. A. L. VELLASCO, P. C. G. S. LIMA, L. R. O. Estudo do conforto humano em pisos mistos (aço-concreto). **Revista Escola de Minas**, Ouro Preto, n. 60, p. 409-418., abr./jun 2007.

MELO FILHO, Eloi. **Investigações sobre a análise da agitação marítima**. 1982. Tese de Doutorado (Engenharia Oceânica). Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

MENDONÇA, P., T., R. **Materiais compostos e estruturas sanduíche: projeto e análise**. Barueri: Manole, 2005.

MOSALLAM, A., S. – **Polymer Composites: Architectural and Civil Construction Materials for the 21st Century**. In: Int. Conference on Composites in Architecture and Civil Engineering. 19-21 November. São Paulo. Brazil. 2002.

PRESS, W. H. FLANNERY, B. P. TEUKOLSKY, S. A. VETTERLING, W. T. **Numerical recipes**. The art of scientific computing. New York: Cambridge University Press, 1988.

ROBERTS, T. M., AL-UBAIDI, H. – **Flexural and Torsional Properties of Pultruded Fiber Reinforced Plastic I-Profiles**. Journal of Composites for Construction, ASCE, v.6, n.1, p. 28-34, 2002.

SANTOS NETO, A. B. S. **Desenvolvimento de um sistema de laje mista de concreto com perfis pultrudados de materiais compostos avançados**. 2006. Tese de Doutorado (Engenharia Civil). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

SAP 2000 PLUS. **Integrated Finite Elements Analysis and Design of Structures**. Computers and Structures, Inc. Berkeley, California, USA. Version 11, 2009.

SAUL, W. E. TUAN, C. Y. Review of live loads due to human movements. **Journal of Structural Engineering**, v. 112, n. 5, p. 995-1004, mai. 1986.

SEIBLE, F. KARBHARI, V. M. **Advanced Composites for Civil Engineering Applications in the U.S.** Proceedings of the first International Conference on Composites in Infrastructure, ICCI 96, Tucson, Arizona, Jan. 1996, pp. 21-37.

TEIXEIRA, A. M. A. J. PFEIL, M. S. Ação dinâmica de pessoas em movimento de andar sobre passarelas. In: CONGRESSO DE ENGENHARIA CIVIL, IV, Juiz de Fora, v. 1. Interciência: Rio de Janeiro, 2000. Anais.

TIMOSHENKO, S., P.; GERE, J., E. **Mecânica dos Sólidos**. v. 1. LTC – Livros Técnicos e Científicos: Rio de Janeiro, 1994.

VARELA, W. D. **Modelo teórico-experimental para análise de vibrações induzidas por pessoas caminhando sobre lajes de edifícios**. 2004. Tese de doutorado (Engenharia Civil) – COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.

VARELA, W. D. BATTISTA, R. C. **Um modelo para estimativa realista das vibrações em estruturas induzidas por pessoas caminhando**. In: JORNADAS SUDAMERICANAS DE INGENIERIA ESTRUCTURAL, 33., 2008, Santiago/Chile. Anais. CD-ROM.

VENÂNCIO, Daniel Vieira. **Efeito da adição de fibras de polipropileno no comportamento estrutural de lajes mistas de materiais compostos avançados sob ação de carga concentrada**. 2010. Dissertação de mestrado (Engenharia Civil) – UFSC, Florianópolis.

ZIVANOVIC, S. PAVIC, A. REYNOLDS, P. Vibration serviceability of footbridges under human-induced excitation: a literature review. **Journal of Sound and Vibration**, 2004.

ANEXOS

Anexo A: Revisão bibliográfica sobre Materiais Compostos

O composto PRF é constituído basicamente por duas fases. A primeira, que consiste das fibras (fase dispersa) é o componente estrutural, apresentando grande resistência e elevado módulo de elasticidade. A segunda, contínua, que é a matriz de resina polimérica (fase contínua) é o componente matricial, sendo macia e tendo características sinérgicas. Essa última, sendo relativamente dúctil, envolve completamente a primeira fase, permitindo a boa transferência de tensões entre as fibras. A seguir apresentam-se uma breve revisão sobre a composição, processos de fabricação e formas de obtenção das propriedades dos PRF.

Fibras (fase dispersa)

Kaw (1997) define as fibras como sendo um longo filamento contínuo do material, com relação de dimensões de no mínimo 10/1 e com diâmetro da ordem de 10 μm .

Nos compostos avançados, as fibras representam as componentes de resistência e rigidez, sendo o tipo de fibra, sua concentração, seu comprimento e a forma como se dispõem no interior da matriz os principais critérios de seleção.

A resistência à tração e o módulo de elasticidade apresentam seus valores máximos na direção principal das fibras (direção longitudinal) e reduzem progressivamente quando o ângulo em análise afasta-se dessa direção. A Figura A.1 apresenta a classificação quanto aos tipos de fibras mais utilizadas nos PRF, bem como suas características. (SANTOS NETO, 2006).

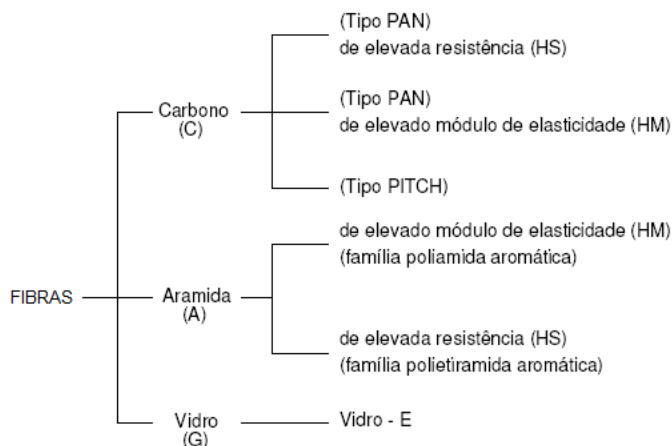


Figura A.1 - Classificação das fibras contínuas.

Fonte: Santos Neto (2006)

A Figura A.2 traz um gráfico comparativo do comportamento de diversos materiais. Observa-se nesse gráfico que as fibras exibem um comportamento perfeitamente elástico até a ruptura, sem a presença de tensão residual e deformação plástica, ao contrário dos metais.

A quantidade de fibra empregada e sua disposição alteram significativamente a resistência mecânica de um PRF. Quanto à disposição as fibras podem ser classificadas em unidirecionais, bidirecionais e aleatórias.

A disposição unidirecional, Figura A.3 (c), fornece máxima resistência e rigidez na direção longitudinal das fibras, contudo apresentam deficiências na direção transversal. Já a disposição bidirecional apresenta boa resistência nas duas direções, porém menor do que a disposição unidirecional na direção longitudinal. A disposição aleatória, Figura A.3 (b), não apresenta direção preferencial de resistência.

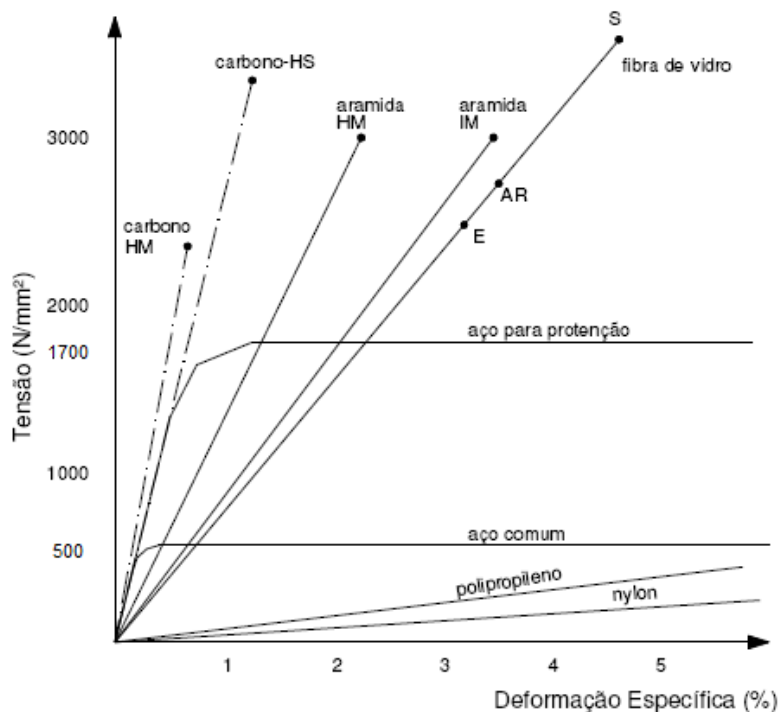


Figura A.2 - Diagrama tensão-deformação de algumas fibras.

Fonte: Committee ACI 440R (1996).

As lâminas (filamentos imersos em uma matriz, Figura A.3) formadas por fibras curtas, com disposição aleatória, podem ser consideradas como tendo comportamento isotrópico. Já as lâminas formadas por filamentos contínuos, disposição unidirecional, são consideradas como tendo comportamento ortotrópico.

As fibras dispostas em filamentos contínuos são as mais indicadas para utilização em sistemas estruturais, pois possibilitam uma orientação específica com o objetivo de melhorar o desempenho estrutural. Além disso, nos elementos estruturais é necessário às vezes uma determinada espessura, a qual é obtida com a utilização de camadas de lâminas, formando um laminado, Figura A.4.

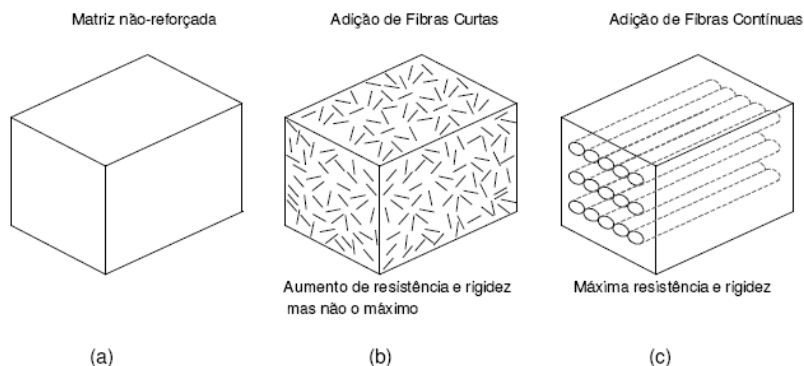


Figura A.3 - Concepção dos materiais compostos.

Fonte: Kim *apud* Santos Neto (2006)

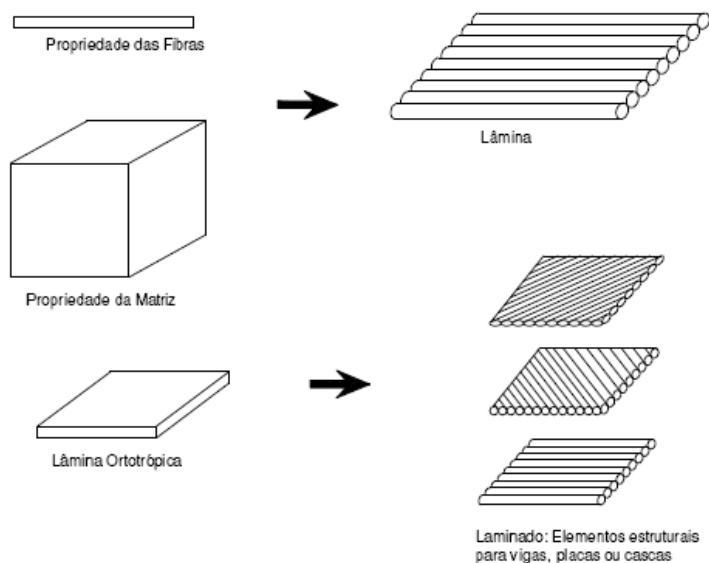


Figura A.4 - Compostos reforçados com fibras contínuas.

Fonte: Kim *apud* Santos Neto (2006)

As propriedades mecânicas finais também dependem da quantidade de fibra empregada, chamada de Fração Volumétrica, entendida como a relação em volume da quantidade de fibra presente na matriz. Blass (1988) informa que a disposição unidirecional permite

concentrar até 90% de material em determinado volume, a bidirecional permite no máximo 75% e a aleatória permite concentração menor do que 50%.

Das inúmeras fibras mostradas na Figura A.2, a fibra de vidro é a predominante para muitas aplicações na engenharia civil, sendo suas principais propriedades:

- elevada relação resistência mecânica/peso;
- comportamento elástico-linear perfeito;
- baixo coeficiente de dilatação e elevada condutividade térmica;
- não absorvem umidade;
- notável estabilidade dimensional;
- excelentes características elétricas;
- excelente resistência à corrosão;
- baixo custo.

Apesar de todas essas vantagens, Agarwal e Broutman (1990) citam algumas desvantagens das fibras de vidro, como o baixo módulo de elasticidade e a pobre resistência à abrasão, os quais diminuem sua resistência mecânica.

As fibras de vidro possuem dois tipos principais, o *E-glass* e o *S-glass*. O tipo *E-glass* compreende cerca de 90% da produção comercial de fibra de vidro e é muito utilizado em moldes para instalações elétricas, bem como em decoração e aplicações em estruturas. Já o tipo *S-glass* possui altas concentrações de sílica, o que representa alta resistência, elevada resistência a fadiga e ótimo desempenho a altas temperaturas, sendo utilizado principalmente no setor aeronáutico.

Outro fator que influencia nas propriedades finais do material é a forma de processamento das fibras, descritas na Tabela A.1.

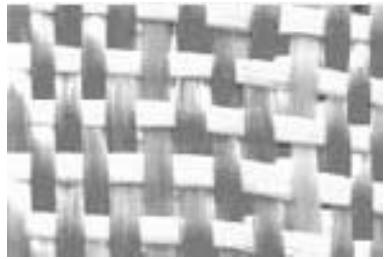
As fibras contínuas na forma de mantas e fios fornecem reforços apenas na direção que estão dispostas. Já as fibras na forma de tecidos fornecem reforços em duas direções e as fibras curtas produzem reforços aleatórios.

Tabela A.1 - Descrição resumida de algumas formas de fibras de vidro

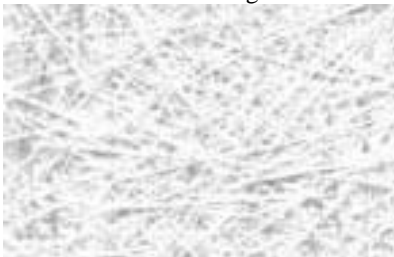
Designação	Descrição	Orientação das Fibras	Figuras
Filamentos (<i>Rovings</i>)	Conjunto de filamentos contínuos de diâmetros de 9 ou 13 mm. (450 – 3600 m/g)	Unidirecional	A.5 (a)
Filamentos entrelaçados (<i>Woven Roving</i>) [i]	Entrelaçamento direcionado de dois filamentos ou faixa de fibras. (600 – 800 g/m ²)	Bidirecional 0/90° 0/+45° 0/-45°	A.5 (b)
Manta de fios picados (<i>Chopped-strand mat</i>)	Disposição aleatória de fios picados, em comprimentos de 25 a 50 mm. (250 a 920 g/m ²)	Multidirecional	A.5 (c)
Manta de fios contínuos (<i>Continuous-strand mat</i>)	Consiste de fios contínuos depositados e entrelaçados na forma de espiral.	Multidirecional	A.5 (d)
Manta fina ou véu (<i>Surfacing mat or veil</i>)	Aglomerado fino, composto de uma camada de filamentos contínuos	Bidirecional	A.5 (e)
Tecido (<i>Cloth</i>) [i]	Tecido obtido por contínuos filamentos de fios, fabricado por processo têxtil convencional. (150 – 400 g/m ²)	Unidirecional, bidirecional ou multidirecional	A.5 (f)



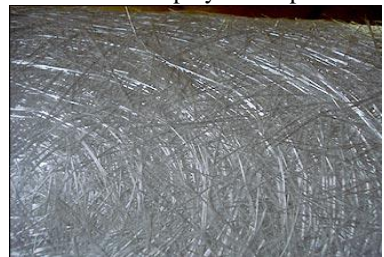
(a) Filamentos (*Rovings*)
www.owenscorning.com.br



(b) Manta de fios entrelaçados
www.cosplayers.net/pt



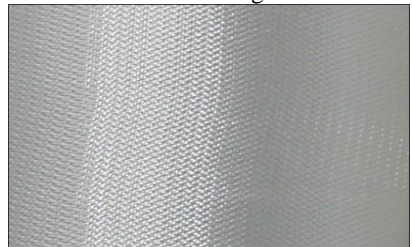
(c) Manta de fios picados
www.cosplayers.net/pt



(d) Manta de fios contínuos
www.owenscorning.com.br



(e) Manta fina ou véu
www.nauticurso.com.br



(f) Tecido
www.asalit.com.br

Figura A.5 - Formas de fibras de vidro.

Matriz (fase contínua)

As fibras não são capazes de transmitir esforços entre si. É necessário então o uso de uma matriz (resina) para formar um composto por adesão. Agarwal e Broutman (1990) dizem que uma das funções da matriz é envolver a fibra permitindo assim que os esforços sejam transmitidos ao longo do elemento.

Segundo o Committee ACI 440R (1996) as propriedades da matriz influenciam na resistência ao cisalhamento interlaminar no plano do composto, nas propriedades mecânicas transversais, tais como: módulo de elasticidade transversal, módulo de cisalhamento e resistência à tração perpendicular às fibras. Além disso, representa o suporte físico contra a instabilidade das fibras sob ação de esforços de compressão. É a matriz que protege as fibras contra a abrasão e a agressividade ambiental.

Pode-se dizer que a matriz é uma fase, ou seja, uma molécula sintética (polímero) que pode ser definida quimicamente como uma molécula gigante formada por unidades químicas simples repetidas. Essas matrizes poliméricas são classificadas segundo sua estrutura e comportamento como resinas termoplásticas e resinas termofixas, Figura A.6.

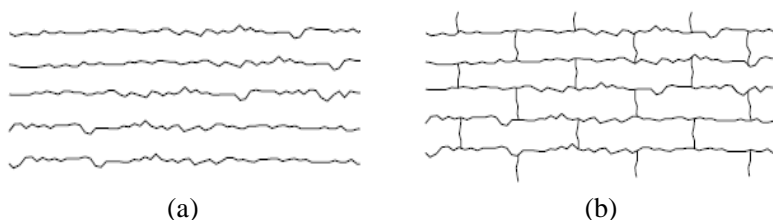


Figura A.6 - Polímeros termoplásticos (a) e termofixos (b).

Fonte: Santos Neto (2006)

Um polímero termoplástico pode ser considerado como uma longa cadeia de moléculas dispostas paralelamente, Figura A.6 (a), mantidas na mesma posição relativa entre si por atrações eletrostáticas. A partir de certa temperatura (temperatura de amolecimento) é possível moldar o polímero em qualquer forma. Em função disso são altamente empregados nos processos de injeção plástica, além de possuírem propriedades recicláveis. Como exemplos dessas resinas podem-se citar o polietileno, o poliestireno, o polipropileno e o náilon.

Já um polímero termofixo pode ser considerado como uma grande molécula na qual cada cadeia molecular é ligada quimicamente a sua vizinha, Figura A.6 (b). Desta maneira, as resinas termofixas entram em processo de cura quando aquecidas (polimerização) e não são recicláveis e a partir de certa temperatura passam a se decompor. O epóxi, o poliéster, o viniléster e a poliamida são exemplos desse tipo de resina.

Kim *apud* Santos Neto (2006) relaciona, a partir destas diferenças básicas, algumas vantagens para os dois tipos de resina. As termofixas utilizam em sua composição matéria-prima com menores custos, apresentam melhor resistência química e resistência à deformação lenta. Já as termoplásticas permitem rapidez no processamento e reaproveitamento dos resíduos.

Para aplicação em estruturas, as resinas termofixas são as mais utilizadas por apresentarem propriedades finais mais desejáveis, Tabela A.2.

Tabela A.2 - Propriedades das resinas termofixas e termoplásticas.

Propriedade	Unidade	Resinas Termofixas		Resinas termoplásticas	
		Epóxi	Poliéster	*(1)	Náilon
Massa específica	Kg/m ³	1100-1400	1200-1500	900	1140
Módulo de elasticidade	GPa	3-6	2-4,5	1,0-1,4	1,4-2,8
Coeficiente de Poisson	-	0,38-0,4	0,37-0,39	0,3	0,3
Resistência à tração	MPa	35-100	40-90	-	-
Resistência à compressão	MPa	100-200	90-250	-	-
Tensão de escoamento	MPa	-	-	25-38	60-75
Limite de deformação	%	1-6	2	>300	40-80
Condutividade térmica	WoC/m	0,1	0,2	0,2	0,2
Coeficiente de dilatação térmica	10-6/oC	60	100-200	110	90
Temperatura de distorção	oC	50-300	50-110	-	-
Temperatura de amolecimento	oC	-	-	175	264
Absorção de água (24h a 20oC)	%	0,1-0,4	0,1-0,3	0,03	1,3

Fonte: Kaw (1997)

*(1) Polipropileno

Lucato *apud* Santos Neto (2006) observou que dentre as resinas termofixas, as do tipo epóxi apresentam algumas vantagens para o emprego em estruturas, dentre os quais:

- baixa viscosidade, o que facilita a moldagem;
- baixa retração, evitando tensões residuais;
- possibilidade de cura à temperatura ambiente;
- alto módulo de elasticidade e resistência a compressão;
- proporcionam aplicações estruturais de alto desempenho.

Contudo, Blass (1988) afirma que as resinas epoxídicas apresentam uma aderência indesejável nas paredes do molde. Por esse fato, no processo da pultrusão são necessários maiores volumes de reforço o que reduz o tempo em que a mistura se mantém estável (*pot life*).

Processo de fabricação

Existem diversos processos de fabricação de compostos de PRF, entre os quais, pode-se destacar a aplicação manual, aplicação com pistola, enrolamento de filamentos e pultrusão. Dentre esses processos, a pultrusão vem sendo muito utilizada, tendo como vantagem a qualidade do produto final e a automação industrial, o que reduz o custo final.

No processo de aplicação manual tanto o reforço quanto a resina são aplicados manualmente contra a superfície de um molde e a espessura é controlada pela quantidade de camadas do material dispostas sobre o molde. Esta técnica é geralmente empregada com resinas do tipo poliésteres e epoxídicas. As aplicações típicas incluem cascos de barcos, piscinas e tanques.

No processo de fabricação com pistola a resina e as fibras são simultaneamente projetadas sobre a superfície do molde por meio de um equipamento especial onde a fibra, em filamentos, é alimentada através de um cortador e lançada no fluxo de resina. Após a deposição a mistura é trabalhada com pincéis ou roletes para remover o ar aprisionado e alisar a superfície. Também são empregadas resinas do tipo poliésteres e epoxídicas.

Já o processo de enrolamento de filamentos permite utilizar reforços contínuos para se obter uma aplicação mais eficiente das fibras. Nesse processo os filamentos são embebidos em um banho de resina e, a seguir, enrolados sobre um mandril da forma desejada. Máquinas especiais permitem o enrolamento segundo a orientação e as

especificações determinadas que assegurem a máxima resistência na direção desejada. Ao final do processo, ao ser atingido o número desejado de camadas o mandril é colocado a curar ao ambiente ou em forno.

Além desses processos, Mosallam (2002) explica que o processo da pultrusão têm sido um dos mais populares processos de fabricação de materiais compostos além de ser o único processo em molde fechado que permite a combinação de vários tipos de reforços na mesma seção. Esse processo de fabricação é contínuo, onde as fibras são tracionadas (o inverso da extrusão) por meio de uma chapa guia, conforme ilustra o esquema da Figura A.7. Em seguida, as fibras passam através de uma câmara de impregnação de resina que contém o polímero, funcionando como uma cola conectando os vários componentes das fibras. As fibras saturadas são por sua vez conformadas e moldadas dentro de uma aproximação da configuração final, a fim de reduzir as tensões internas na peça. A forma final se dá após o material impregnado no composto resinado passar através da matriz (fôrma metálica) aquecida, ocorrendo o processo da polimerização. No final do processo ocorre o corte do perfil em tamanhos pré-definidos.

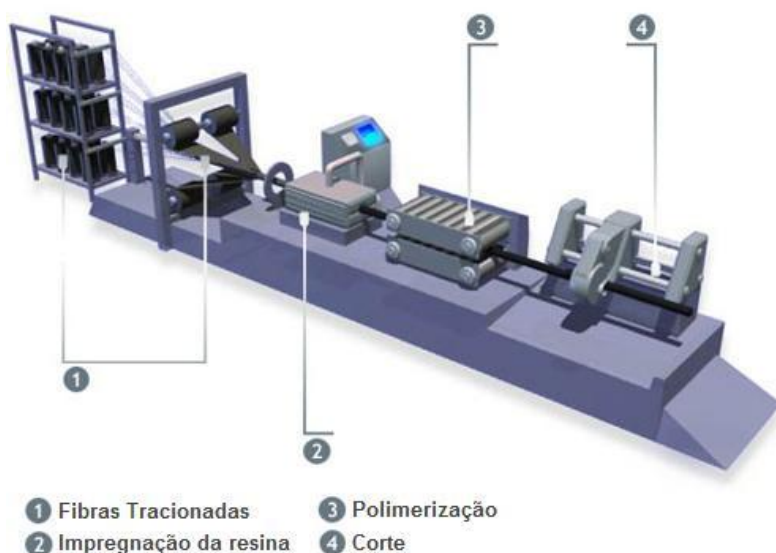


Figura A.7 - Processo de pultrusão.

Fonte: www.exelcomposites.com

Neste processo, as fibras de vidro estão sob a forma de filamentos contínuos unidirecionais (*rovings*), Figura A.5 (a), e as resinas termofixas utilizadas na pultrusão são do tipo epoxídica, por apresentarem melhor adesão às fibras, resistência à absorção de umidade e contração durante a cura.

A Figura A.8 apresenta a seção transversal típica de um perfil pultrudado. Esse perfil é composto de uma combinação de reforços longitudinais (*rovings*) e reforços transversais (manta de fios contínuos), para produzir o composto por impregnação destes reforços com o polímero. O material superficial conhecido como véu, é geralmente adicionado somente após a etapa de impregnação em função desse material apresentar resistência insuficiente para resistir aos esforços de tração na área de impregnação do banho.

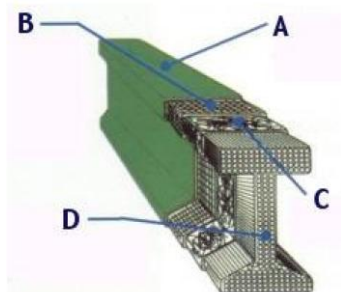


Figura A.8 - Esquema da seção de um perfil pultrudado.

A) resina padrão; B) véu; C) manta de fios contínuos e D) *rovings*.

Fonte: Santos Neto (2006)

Os filamentos contínuos possuem a função de prover resistência à tração, compressão e flexão. O maior reforço destas seções encontra-se concentrado na direção longitudinal, com o mínimo de reforço na direção transversal. A manta de fios contínuos tem a função de reforço transversal do sistema que fornece uma resistência transversal ao elemento. O véu apresenta-se como uma superfície rica em resina que proporciona ao material uma elevada resistência à corrosão em ambientes severos, além de uma barreira contra exposição contínua de raios ultravioleta.

Este processo também permite uma grande variedade de seções transversais que podem ser produzidas, embora em geral sejam utilizadas seções similares às de aço, Figura A.9.



Figura A.9 - Seções transversais comerciais dos perfis pultrudados.

Fonte: <http://portuguese.alibaba.com/product-gs>

Além da variedade de seções e das propriedades de resistência pode-se destacar outras vantagens como baixo custo de mão-de-obra e operação, desperdício mínimo de material e elevada taxa de produção.

Apesar de todas essas vantagens, os perfis pultrudados ainda são pouco utilizados na construção civil. Para aumentar a aceitação são necessários três fatores: aceitação internacional por parte dos projetistas dos materiais pultrudados; desenvolvimento de normas de projeto para estruturas pultrudadas e redução dos custos em relação aos materiais tradicionais (BAKIS *et al.*, 2002).

Propriedades do PRFV – material ortotrópico

As propriedades dos materiais compostos, como dito anteriormente, são em geral obtidas experimentalmente por meio de ensaios do produto final. Entretanto na fase de projeto é importante ter ferramentas de cálculo para a estimativa dessas propriedades.

A Análise Micromecânica (Regra das Misturas) do composto fornece as propriedades mecânicas da lâmina a partir das propriedades mecânicas da fibra, da matriz e da porcentagem (em volume) de fibras a ser utilizada. Além da Regra das Misturas, é possível também calcular as propriedades da lâmina por meio de métodos semi-empíricos, como o de Halphin-Tsai.

Conhecidas estas propriedades mecânicas da lâmina, Mendonça (2005) diz que por meio da Análise Macromecânica (Teoria Clássica da Laminação, TCL) do composto, estima-se o comportamento de uma lâmina sob um conjunto de carregamentos combinados e, geralmente aplicados fora das direções principais de ortotropia do material.

Análise Micromecânica dos compostos: Regra das Misturas

As expressões teóricas para obter as propriedades de resistência e rigidez de uma lâmina unidirecional são em geral função da fração de volume de fibra. Considere, então, o volume do composto definido pela Equação (A.1).

$$v_c = v_f + v_m + v_v \quad (\text{A.1})$$

onde: v_c - volume do composto;

v_f - volume de fibras;

v_m - volume da matriz;

v_v - volume de vazios.

No processo da pultrusão o volume de vazios é considerado nulo, ou seja, $v_v = 0$. Dividindo-se ambos os lados da Equação (A.1) por v_c , encontra-se as frações volumétricas (V), definidas na Equação (A.2).

$$V_f = \frac{v_f}{v_c} \quad e \quad V_m = \frac{v_m}{v_c} \quad (\text{A.2})$$

Assim, a Equação (A.1) fica:

$$V_f + V_m = 1 \quad (\text{A.3})$$

O peso do composto é definido de forma análoga ao volume, sendo formado pela soma dos pesos da fibra e da matriz, ou em termos de peso específico conforme Equação (A.4).

$$\rho_c v_c = \rho_f v_f + \rho_m v_m \quad (\text{A.4})$$

Introduzindo as frações volumétricas na equação acima, chega-se a:

$$\rho_c = \rho_f V_f + \rho_m V_m \quad (\text{A.5})$$

A partir da Equação (A.5) pode-se definir uma relação que representa a forma básica de várias das equações que definem outras propriedades do composto:

$$(\text{propriedade } X)_c = (\text{propriedade } X)_f V_f + (\text{propriedade } X)_m V_m \quad (\text{A.6})$$

Sendo conhecidos os valores das propriedades da fibra e da matriz, os volumes relativos destes são usados como pesos na definição da propriedade do composto. Esse tipo de relação é chamado *Regra da Mistura* (MENDONÇA, 2005).

Além da Regra da Mistura, Kaw (1997) mostra que existem modelos semi-empíricos para a determinação das propriedades mecânicas da lâmina. Dentre esses modelos, no item a seguir, é mostrado resumidamente o modelo semi-empírico de Halphin-Tsai.

Análise micromecânica dos compostos: Modelo semi-empírico

Halphin e Tsai desenvolveram seu modelo por meio de simples equações aproximadas das curvas obtidas em ensaios. Essas equações são semi-empíricas já que envolve equações, cujos parâmetros tem significado físico.

Para o módulo de elasticidade longitudinal, a equação utilizada por Halphin-Tsai é a mesma daquela obtida pela resistência dos materiais.

$$E_1 = E_f V_f + E_m V_m \quad (\text{A.7})$$

Já o módulo de elasticidade transversal E_2 e o módulo de cisalhamento G_{12} são definidos pela equação abaixo (MENDONÇA, 2005).

$$\frac{P}{E_m} = \frac{1 + \xi \eta V_f}{1 - \eta V_f} \quad (\text{A.8})$$

na qual

$$\eta = \frac{(P_f/P_m) - 1}{(P_f/P_m) - \xi} \quad (\text{A.9})$$

onde $P = E_2, G_{12}; P_f = E_f, G_f; P_m = E_m, G_m$

O termo ξ é chamado de fator de reforço e depende da geometria da fibra, da geometria do arranjo e das condições de carregamento. Para o cálculo do módulo de elasticidade trasnversal E_2 , considerando fibras circulares, dispostas em um retângulo, $\xi = 2$. Já para o módulo de cisalhamento G_{12} , Hewitt e Malherbe *apud* Kaw (1995) sugerem utilizar ξ como define a Equação (A.10) para frações de volume superiores a 50%.

$$\xi = 1 + 40V_f^{10} \quad (\text{A.10})$$

As direções 1 e 2, indicadas nas equações acima, representam respectivamente a direção paralela ao sentido das fibras e perpendicular às fibras, conforme será mostrado na Figura A.11.

Análise macromecânica dos compostos

Considere a deformação da seção de um laminado, composto de diversas lâminas, no plano xyz, como ilustrado na Figura A.10. Adota-se que, uma linha ABCD originalmente reta e perpendicular ao plano médio do laminado também permanece reta e perpendicular ao plano médio na configuração deformada. Esta suposição equivale a desprezar as deformações por cisalhamento γ_{xz} e γ_{yz} e é também equivalente a admitir que as lâminas que compõe a seção transversal não deslizam uma em relação às outras. Além disso, admite-se que o ponto B no centro geométrico do plano médio sofre deslocamentos u_o, v_o e w_o ao longo das direções dos eixos x, y e z, respectivamente

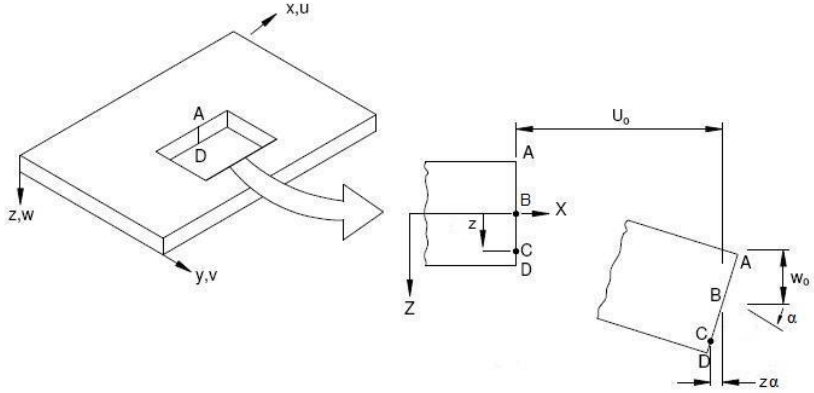


Figura A.10 - Deformação do laminado no plano xz.

Fonte: Jones *apud* Santos Neto (2006).

O deslocamento u na direção x de um ponto C , localizado na normal $ABCD$ em uma distância z do plano médio é dado por:

$$u = u_o - z\alpha \quad (\text{A.11})$$

onde α é a inclinação do plano médio do laminado na direção x , ou seja:

$$\alpha = \frac{\partial w_o}{\partial x} \quad (\text{A.12})$$

Substituindo a Equação (A.12) em (A.11), obtém-se a expressão para deslocamento u na direção x de um ponto arbitrário a uma distância z a partir do eixo médio do laminado.

$$u = u_o - z \frac{\partial w_o}{\partial x} \quad (\text{A.13})$$

Por analogia, o deslocamento v na direção y de um ponto arbitrário em uma distância z a partir do plano médio geométrico é:

$$v = v_o - z \frac{\partial w_o}{\partial y} \quad (\text{A.14})$$

Logo, o deslocamento w na direção z para qualquer ponto em ABCD é o deslocamento w_o do plano médio mais o alongamento da normal. Admite-se, portanto, que o alongamento (ou encurtamento) da normal ABCD é insignificante em comparação ao deslocamento w_o e, assim, o deslocamento normal de qualquer ponto do laminado é tomado igual ao deslocamento w_o do ponto correspondente ao plano médio. Desta maneira a deformação normal ε_z torna-se desprezável. Esta hipótese reduz as deformações de um laminado para $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ e γ_{xy} em que estas deformações podem ser obtidas derivando os deslocamentos u e v como mostram as Equações (A.15).

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_o}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_o}{\partial x^2} \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_o}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w_o}{\partial y^2} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u_o}{\partial y} + \frac{\partial v_o}{\partial x} - 2z \frac{\partial^2 w_o}{\partial x \partial y}\end{aligned}\tag{A.15}$$

As relações anteriores podem ser escritas em termos das deformações no plano médio e curvaturas da placa, como se segue:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix}\tag{A.16}$$

ou, matricialmente:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^0\} + z\{\kappa\}\tag{A.17}$$

em que as deformações no plano médio são:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_o}{\partial x} \\ \frac{\partial v_o}{\partial y} \\ \frac{\partial u_o}{\partial y} + \frac{\partial v_o}{\partial x} \end{Bmatrix}\tag{A.18}$$

e as curvaturas:

$$\begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w_o}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w_o}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w_o}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.19})$$

Pode-se observar pela Equação (A.16) que as deformações de um laminado variam linearmente ao longo de sua espessura. As tensões em uma lâmina qualquer podem ser obtidas inicialmente nas direções 1 e 2 da lâmina, Figura A.11, onde 1 e 2 representam respectivamente a direção paralela ao sentido das fibras e perpendicular às fibras.

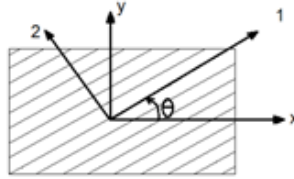


Figura A.11 - Eixos de um laminado.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.20})$$

Ou, matricialmente:

$$[\sigma^*] = [Q^*][\varepsilon^*] \quad (\text{A.21})$$

$$\text{onde: } Q_{11} = \frac{E_1}{1-\nu_{12}^2 \frac{E_2}{E_1}} \quad Q_{12} = \frac{\nu_{12} E_2}{1-\nu_{12}^2 \frac{E_2}{E_1}} \quad Q_{21} = \frac{\nu_{12} E_2}{1-\nu_{12}^2 \frac{E_2}{E_1}}$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{1-\nu_{12}^2 \frac{E_2}{E_1}} \quad Q_{33} = G_{12}$$

A partir de uma transformação de coordenadas entre o sistema de eixos global (x,y) e local (1,2) pode-se escrever (MENDONÇA, 2005):

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -\sin \theta \cos \theta \\ -2 \sin \theta \cos \theta & 2 \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.22})$$

ou, matricialmente:

$$[\varepsilon^*] = [\bar{T}][\varepsilon] \quad (\text{A.23})$$

onde θ é o ângulo formado entre os eixos global x e local 1, no sentido anti-horário.

Da mesma forma:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & -\sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.24})$$

ou, na forma matricial:

$$[\sigma] = [T][\sigma^*] \quad (\text{A.25})$$

Comparando-se as Equações (A.22) e (A.24) observa-se que $[\bar{T}] = [T]^T$, logo pode-se reescrever a Equação (A.25) na seguinte forma:

$$[\varepsilon^*] = [T]^T[\varepsilon] \quad (\text{A.26})$$

Para se obter a matriz constitutiva $[Q]$ no sistema global xy :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [Q] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \rightarrow [\sigma] = [Q][\varepsilon] \quad (\text{A.27})$$

Substituindo-se inicialmente a Equação (A.26) na Equação (A.21):

$$[\sigma^*] = [Q^*][\varepsilon^*] = [Q^*][T]^T[\varepsilon] \quad (\text{A.28})$$

Em seguida, pré-multiplica-se a Equação (A.28) por $[T]$:

$$[T][\sigma^*] = [T][Q^*][T]^T[\varepsilon] \quad (\text{A.29})$$

Substituindo-se a seguir a Equação (A.25) na Equação (A.29), tem-se:

$$[\sigma] = [T][Q^*][T]^T[\varepsilon] \quad (\text{A.30})$$

Agora comparando-se a Equação (A.30) com a Equação (A.27), deduz-se que:

$$[Q] = [T][Q^*][T]^T \quad (\text{A.31})$$

Substituindo-se a Equação (A.17) na Equação (A.27), obtém-se então as tensões em cada ponto a uma distância z de cada lâmina no plano xy :

$$[\sigma] = [Q][\varepsilon^0] + z[Q][\kappa] \quad (\text{A.32})$$

sendo $[Q]$ dada pela Equação (A.31). Essa matriz é cheia quando a orientação das fibras for diferente de $\theta = 0$ e 90° .

Assim, a variação de tensão através da espessura de um laminado é obtida calculando-se as variações de tensões em todo o laminado. Integrando-se as tensões em cada lâmina, obtém-se a força resultante por unidade de comprimento no plano xy ao longo da espessura da lâmina, conforme as Equações (A.33).

$$\begin{aligned} N_x &= \int \sigma_x dz \\ N_y &= \int \sigma_y dz \\ N_{xy} &= \int \tau_{xy} dz \end{aligned} \quad (\text{A.33})$$

com intervalo de variação de $-h/2$ a $+h/2$ em que $h/2$ é a metade da espessura do laminado. Do mesmo modo, integrando-se as tensões em cada lâmina tem-se o momento resultante por unidade de comprimento no plano xy ao longo da espessura do laminado.

$$\begin{aligned} M_x &= \int \sigma_x z dz \\ M_y &= \int \sigma_y z dz \\ M_{xy} &= \int \tau_{xy} z dz \end{aligned} \quad (\text{A.34})$$

As deformações e curvaturas de um laminado, no plano médio, são independentes da coordenada z . Além disso, a matriz transformada reduzida $[Q]_k$ é constante em cada lâmina. Desta maneira, pode-se reescrever as expressões da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \sum_{k=1}^n [Q_{ij}]_k (z_k - z_{k-1}), \quad i = 1,2,3; \quad j = 1,2,3 \\ B_{ij} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n [Q_{ij}]_k (z_k^2 - z_{k-1}^2), \quad i = 1,2,3; \quad j = 1,2,3 \\ D_{ij} &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n [Q_{ij}]_k (z_k^3 - z_{k-1}^3), \quad i = 1,2,3; \quad j = 1,2,3 \end{aligned} \quad (A.35)$$

onde:

$[A]$ - chamada de matriz de rigidez extensional, relaciona as forças resultantes no plano em função das deformações no plano;

$[B]$ - chamada de matriz de acoplamento, relaciona os termos de força e momento em função das deformações e curvaturas no plano médio do laminado;

$[D]$ - chamada de matriz de rigidez à flexão, relaciona os momentos resultantes em função das curvaturas da placa.

n - número de lâminas;

z_k - espessura de cada lâmina.

Portanto, as expressões que fornecem os esforços, podem ser reescritas da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^0 \\ \kappa \end{bmatrix} \quad (A.36)$$

Propriedades do PRFV – material isotrópico equivalente

Como descrito no item anterior, as propriedades elásticas podem ser estimadas por meio da Teoria Clássica da Laminação. Contudo as propriedades reais dos perfis que estão sendo utilizados somente são conhecidas por meio de ensaios do produto.

Com esta finalidade, Bank (1989) elaborou um método experimental, no qual as propriedades do perfil de PRFV, considerando-

se o material como isotrópico equivalente, são obtidas por meio do ensaio de flexão a três pontos, conforme descrito no que se segue.

Teoria de viga de Timoshenko

O procedimento proposto por Bank (1989) consiste em aplicar a Teoria de Viga de Timoshenko (TVT), a qual considera a deformação por cisalhamento para obtenção das propriedades dos perfis pultrudados, considerando o material como isotrópico equivalente.

Considerando a viga de perfil pultrudado com seção transversal I indicada na Figura A.12, as equações diferenciais que descrevem o comportamento à flexão dessa viga são definidas pelas Equações (A.37) e (A.38).

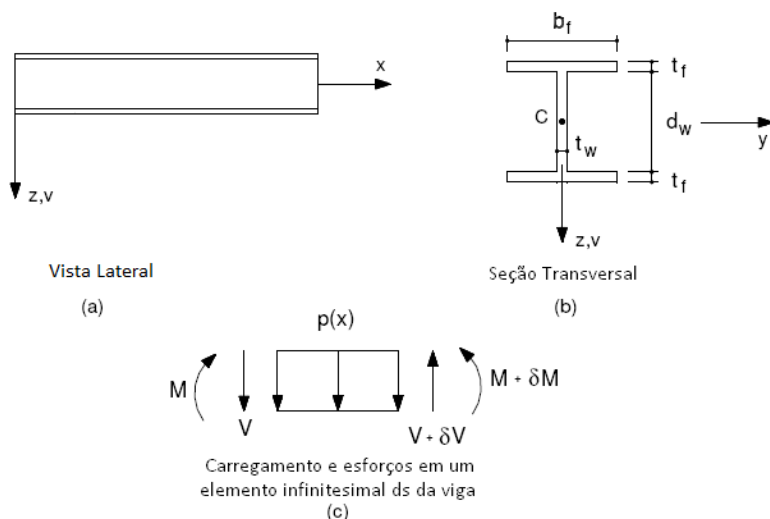


Figura A.12 - Flexão de uma viga de seção transversal I.

$$EI_y \frac{d^4 v_f}{dx^4} = p(x) \quad (\text{A.37})$$

$$\frac{d^2 v_c}{dx^2} = -\frac{p(x)}{GK_y A} \quad (\text{A.38})$$

sendo o eixo longitudinal x e os eixos principais que passam pelo centróide (C) na seção transversal, y e z . O valor $p(x)$ representa a carga transversal distribuída por unidade de comprimento, agindo na direção z .

As incógnitas v_f e v_c correspondem aos deslocamentos em função da flexão e do cisalhamento, respectivamente. A rigidez à flexão EI_y é o produto do módulo de elasticidade longitudinal E pelo momento de inércia I_y da seção em torno do eixo y . A rigidez ao cisalhamento da viga GK_yA , é o produto do módulo de cisalhamento G pelo coeficiente de cisalhamento K_y e pela área da seção transversal A .

O coeficiente de cisalhamento K_y , definido na Equação (A.39), pode ser compreendido pelo valor pela qual a tensão média deve ser multiplicada para fornecer a tensão de cisalhamento no centróide da seção transversal; no caso da flexão em torno do eixo de maior inércia, y . Ele depende da forma da seção transversal, das propriedades do material e, nas análises dinâmicas, da frequência de vibração da viga, BANK (1989). Para perfis I o coeficiente K_y pode ser obtido pela Equação aproximada (ROBERTS e AL-UBAIDI, 2002):

$$K_y = \frac{(d - t_f)t_w}{A} \quad (\text{A.39})$$

onde: d - altura total da seção transversal do perfil;

t_f - espessura da mesa;

t_w - espessura da alma;

A - área da seção transversal.

O deslocamento total da viga é a soma do deslocamento decorrente da flexão (v_f) e do cisalhamento (v_c):

$$v = v_f + v_c \quad (\text{A.40})$$

logo:

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{d^2v_f}{dx^2} + \frac{d^2v_c}{dx^2} = -\frac{M}{EI_y} - \frac{q}{GK_yA} \quad (\text{A.41})$$

Para o caso do ensaio de flexão a três pontos, o deslocamento vertical máximo no meio do vão pode ser obtido a partir da solução da equação diferencial da linha elástica, Equação (2.41), obtendo-se:

$$v = v_f + v_c = \frac{PL^3}{48EI_y} + \frac{PL}{4GK_yA} \quad (2.42)$$

onde: P - carga no meio do vão;

L - distância entre apoios;

Aspectos analíticos do ensaio de flexão nos perfis de PRFV

Segundo as normas americanas ASTM D 790 (1999) e ASTM D 6272 (1998), as quais tratam dos ensaios à flexão para os compostos avançados em barras de seção retangular, a relação vão livre da viga (L) pela altura da seção (h) deve ser pelo menos 60 para desprezar-se o efeito da deformação por cisalhamento.

Contudo, Bank (1989) ressalta que para vigas com perfis de seções de parede fina este critério não deve ser aplicado, pois L/h não é o único parâmetro geométrico que interessa. Se por exemplo um perfil de seção de 0,20 m de altura é utilizado, a barra deve ter pelo menos um trecho de 12 m, o que poderia causar instabilidade além de problemas experimentais adicionais.

Assim, utilizam-se as propriedades geométricas do vão livre (L) e o raio de giração (r). Logo, a partir destas propriedades pode-se trabalhar com o “índice de esbeltez” (L/r), para substituir a relação (L/h), como parâmetro para se determinar a contribuição da deformação de cisalhamento no ensaio.

Bank (1989), Roberts e Al-Ubaidi (2002) e Santos Neto e La Rovere (2007) tem utilizado a Teoria de Viga de Timoshenko tanto para a determinação do módulo de elasticidade na flexão como para a obtenção simultânea do módulo de elasticidade longitudinal e de cisalhamento dos materiais compostos, considerando-se material isotrópico equivalente. Para isso, a Equação (A.42) deve ser reescrita da seguinte maneira:

$$\frac{4Av}{PL} = \frac{1}{12} \left(\frac{L}{r} \right)^2 + \frac{1}{GK_y} \quad (A.43)$$

Para a aplicação da Equação (A.43), os perfis pultrudados devem ser ensaiados com vãos livres diferentes. Assim, para cada vão a viga é carregada, a carga P é lida e o deslocamento v medido. Teoricamente

apenas dois vãos livres podem ser utilizados para se obter os dois pontos necessários para traçar uma linha reta. Contudo, a utilização de um número maior de vãos livres aumenta o número de pontos experimentais e consequentemente reduz a possibilidade de erro (SANTOS NETO, 2006). A linha reta é então obtida por regressão linear a partir dos pontos obtidos experimentalmente pelo diagrama $(L/r)^2$ versus $4Av/PL$ de acordo com a Equação (A.43). Essa equação pode ser entendida como uma função $4Av/PL$ versus $(L/r)^2$, representando uma linha reta de inclinação $1/12E$ que intercepta o eixo das ordenadas em $1/GK_y$. Essa equação permite determinar tanto a resistência à flexão EI_y quanto a resistência ao cisalhamento GK_yA . Com isso valores precisos de deslocamentos podem ser obtidos mesmo em vigas com vãos curtos. O módulo de elasticidade longitudinal é obtido da inclinação da linha reta e o módulo de cisalhamento determinado pela interseção dessa reta com o eixo da ordenada, podendo ser representados pelas Equações (A.44) e (A.45), respectivamente.

$$E = \frac{1}{12 \times \textit{inclinação}} \quad (\text{A.44})$$

$$G = \frac{1}{K_y \times \textit{interseção}} \quad (\text{A.45})$$

Contudo, este procedimento é muito sensível a pequenas mudanças na alteração da inclinação da reta na regressão linear, no qual pode resultar em erros relativamente grandes na interceptação (ROBERTS e AL-UBAIDI, 2002). Em função desse fato é recomendado a repetição dos ensaios e tomar a média dos resultados.

Anexo B: Revisão bibliográfica sobre Dinâmica das Estruturas

A seguir será apresentada a formulação da análise dinâmica de estruturas discretizadas por elementos finitos. Inicialmente mostra-se a obtenção da equação de equilíbrio estático a partir do princípio da energia potencial. Na sequência é apresentada a dedução da equação do equilíbrio dinâmico a partir do Princípio de Hamilton.

A partir da equação do equilíbrio dinâmico, mostra-se a obtenção das frequências naturais e modos de vibração para estruturas discretas. Apresenta-se também uma formulação, proposta por Clough e Penzien (2003), para obtenção das frequências naturais de estruturas contínuas.

Para análise dinâmica de dados obtidos experimentalmente, é mostrado o método do decremento logarítmico para avaliação do amortecimento e, para a obtenção da frequência fundamental da estrutura apresenta-se o método de análise no domínio da frequência.

Formulação das equações de equilíbrio da estática

Partindo do princípio da energia potencial estacionária, define-se a energia potencial total de um elemento como indicado na equação (B.1), admitindo-se comportamento linear. O primeiro termo dessa equação corresponde à energia de deformação interna e os demais termos representam o potencial de realização de trabalho das forças externas no interior do volume, na superfície do elemento e as forças aplicadas nos nós do elemento:

$$\pi_p^e = \int_{V^e} \frac{1}{2} [\varepsilon]^T [D] [\varepsilon] dV^e - \int_{V^e} \frac{1}{2} \{u\}^e \{b\} dV^e - \int_{S^e} \frac{1}{2} \{u\}^e \{p\} dA^e - \frac{1}{2} \{u\}^T \{f_n\} \quad (\text{B.1})$$

onde: $[\varepsilon]$ – representa o tensor das deformações;
 $[D]$ – representa o tensor constitutivo;
 $\{u\}^e$ – representa o vetor de deslocamentos ao longo elemento;
 $\{b\}$ – representa as forças de volume;
 $\{p\}$ – representa as forças de superfície;
 $\{u\}$ – representa o vetor de deslocamentos nodais;
 $\{f_n\}$ – representa as forças nodais.

O vetor de deslocamentos do elemento pode ser definido como:

$$\{u\}^e = [N]\{u\} \quad (\text{B.2})$$

onde $[N]$ é a matriz de funções de interpolação ou funções de forma para o elemento em questão.

O tensor de deformações $[\varepsilon]$ pode ser representado sob a forma vetorial $\{\varepsilon\}$:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{u\} \quad (\text{B.3})$$

onde $[B]$ é denominada matriz de deformação específica.

Fazendo-se a primeira variação do funcional de energia potencial total, substituindo-se as equações (B.2) e (B.3) e aplicando-se a condição de estacionariedade, a equação de equilíbrio do elemento e fica definida conforme Equação (B.4).

$$\left[\int_{V^e} [B]^T [D] [B] dV^e \right] \{u\} - \left(\int_{V^e} [N]^T \{b\} dV^e + \int_{S_{\sigma}^e} [N]^T \{p\} dA^e \right) - \{f_n\} = 0 \quad (\text{B.4})$$

O termo entre colchetes na equação acima é a matriz de rigidez $[k]^e$ do elemento e o termo entre parênteses representa o vetor de cargas consistente $\{f\}^e$ do elemento, que é o vetor de cargas distribuídas ao longo do volume do elemento $\{b\}$ e ao longo de sua superfície $\{p\}$. Assim pode-se reescrever a Equação (B.4) na forma:

$$[k]^e \{u\} = \{f\}^e + \{f_n\} = \{f\} \quad (\text{B.5})$$

Quando os eixos locais de referência do elemento não coincidirem com os eixos globais do corpo sólido ou estrutura, deve-se aplicar uma transformação de coordenadas à matriz de rigidez do elemento e ao vetor de cargas, como indicam as equações (B.6) e (B.7).

$$[k]_G^e = [R]^T [k]^e [R] \quad (\text{B.6})$$

$$\{f\}_G = [R]^T \{f\} \quad (\text{B.7})$$

onde $[R]$ é uma matriz de transformação que contém os cossenos diretores.

A energia potencial de toda a estrutura deve ser igual à soma da energia potencial de todos os elementos ne , respeitando-se as condições de continuidade de deslocamentos entre elementos. A variação da energia potencial total pode ser escrita como:

$$\delta\pi_p = \sum_{e=1}^{ne} \delta\pi_p^e = 0 \quad (\text{B.8})$$

Por meio da equação (B.8), a equação de equilíbrio da estrutura fica:

$$\sum_{e=1}^{ne} ([k]_G^e \{u\}_G) = \sum_{e=1}^{ne} \{f\}_G \quad (\text{B.9})$$

sendo que neste somatório devem ser somados os coeficientes das matrizes e vetores dos elementos que correspondem ao mesmo grau de liberdade da estrutura. A Equação (B.9) pode ser reescrita na sua forma reduzida, definida na Equação (B.10)

$$[K]\{U\} = \{F\} \quad (\text{B.10})$$

onde $[K]$ é a matriz de rigidez da estrutura, $\{U\}$ é o vetor de deslocamentos nodais da estrutura e $\{F\}$ é o vetor de forças nodais da estrutura, que inclui forças aplicadas diretamente nos nós e forças equivalentes às forças distribuídas no elemento.

Formulação das equações de movimento da dinâmica

A diferença fundamental está no fato dos deslocamentos resultantes na estrutura serem associados com acelerações que procedem de forças de inércia resistentes a acelerações.

As expressões matemáticas que definem os deslocamentos dinâmicos são chamadas de equações de movimento da estrutura e, a solução dessas equações de movimento levam ao histórico dos deslocamentos (CLOUGH; PENZIEN, 2003).

As equações de movimento podem ser obtidas pelo Princípio de Hamilton, que estabelece que a diferença entre as energias cinética e

potencial somadas à variação do trabalho produzido pelas forças não-conservativas no intervalo t_1 a t_2 é igual a zero. Assim, define-se a Equação (B.11).

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta[T - \pi_P] dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta W_{nc} dt = 0 \quad (\text{B.11})$$

A energia cinética, T , de um elemento finito, cujo vetor de velocidades nodais é $\{\dot{u}\}$, pode ser definida por (CLOUGH e PENZIEN, 2003):

$$T = \frac{1}{2} \{\dot{u}\}^{eT} [m]^e \{\dot{u}\}^e \quad (\text{B.12})$$

onde $[m]^e$ é a matriz de massa consistente do elemento definida pela Equação (B.13)

$$m^e = \int m [N]^T [N] dV^e \quad (\text{B.13})$$

onde m é a massa específica do elemento.

A energia potencial de um elemento finito, π_P , é definida como a variação entre o trabalho das forças internas e o das forças externas conservativas (CLOUGH e PENZIEN, 2003):

$$\pi_P = W_i - W_e = \frac{1}{2} \{u\}^{eT} [k]^e \{u\}^e - \{u\}^{eT} \{f_c\} \quad (\text{B.14})$$

sendo que o vetor de forças conservativas $\{f_c\}$ pode incluir cargas distribuídas no elemento (vetor de cargas consistente) e cargas aplicadas diretamente nos nós (ver equações (B.1) a (B.5)).

As forças não-conservativas no elemento finito são devido ao amortecimento e às cargas externas aplicadas diretamente nos nós, sendo a variação do trabalho produzido por essas forças definido por (Argenta, 2007):

$$\delta W_{nc} = -\delta(\{u\}^{eT} [c]^e \{\dot{u}\}^e - \{u\}^{eT} \{f_{nc}\}) \quad (\text{B.15})$$

onde $[c]^e$ é a matriz de amortecimento definida pela Equação (B.16), supondo-se amortecimento do tipo viscoso:

$$[c]^e = \int_{V^e} \kappa [B]^T [D] [B] dV^e \quad (\text{B.16})$$

onde κ é um coeficiente usado para representar a parcela visco-elástica da tensão (CLOUGH e PENZIEN, 2003).

Levando as equações (B.12), (B.14) e (B.15) na Equação (B.11), chega-se a

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_2} \left[\delta \left(\frac{1}{2} \{\dot{u}\}^T m^e \{\dot{u}\} \right) \right. \\ \left. - \delta \left(\frac{1}{2} \{u\}^T [k]^e \{u\} - \{u\}^T \{f_c\} \right. \right. \\ \left. \left. + \{u\}^T [c]^e \{\dot{u}\} - \{u\}^T \{f_{nc}\} \right) \right] dt = 0 \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

Integrando-se por partes o primeiro termo da equação acima e aplicando as condições de contorno, a Equação (B.17) fica:

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta \{u\}^T \left(-m^e \{\ddot{u}\} - [c]^e \{\dot{u}\} - [k]^e \{u\} + \{p\} \right) dt = 0 \quad (\text{B.18})$$

onde $\{p\} = \{f_c\} + \{f_{nc}\}$.

Como a variação do vetor de deslocamentos nodais é arbitrária, para que a Equação (B.18) seja satisfeita, o termo entre parênteses deve se anular, ou seja:

$$m^e \{\ddot{u}\} + [c]^e \{\dot{u}\} + [k]^e \{u\} = \{p\} \quad (\text{B.19})$$

A Equação (B.19) fornece as equações do equilíbrio dinâmico do elemento. As equações de equilíbrio global da estrutura são obtidas levando-se em conta a contribuição de todos os elementos, resultando no seguinte sistema de equações:

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{F(t)\} \quad (\text{B.20})$$

A Equação (B.20) é o sistema de equações da dinâmica das estruturas, onde $[M]$ é a matriz de massa da estrutura, $[C]$ é a matriz de amortecimento, $[K]$ é a matriz de rigidez, $\{\ddot{U}\}$, $\{\dot{U}\}$ e $\{U\}$ são respectivamente os vetores de acelerações, velocidades e deslocamentos nodais da estrutura e $\{F(t)\}$ é o vetor de forças nodais da estrutura, que inclui forças aplicadas diretamente nos nós e forças equivalentes às forças distribuídas no elemento.

Frequências naturais e modos de vibração de estruturas discretizadas por elementos finitos

Seja uma estrutura discretizada por elementos finitos em vibração livre sem amortecimento, ou seja, não há forças aplicadas ao sistema, apenas condições iniciais impostas. O sistema de equações de equilíbrio dinâmico (B.20) fica simplificado:

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = \{0\} \quad (\text{B.21})$$

Aplicando-se a decomposição de Rayleigh, a resposta do sistema em termos de deslocamentos fica expressa sob a forma:

$$\{U(x, t)\} = \{\phi(x)\} \cdot y(t) \quad (\text{B.22})$$

onde $\{\phi(x)\}$ é um vetor constante no tempo o qual representa fisicamente uma forma deformada; e $y(t)$ uma função do tempo exponencial na forma:

$$y(t) = e^{i\omega t} \quad (\text{B.23})$$

Substituindo-se a Equação (B.23) na Equação (B.22), chega-se a:

$$\{U(x, t)\} = \{\phi(x)\} \cdot e^{i\omega t} \quad (\text{B.24})$$

Derivando-se duas vezes a Equação (B.24) em relação a t encontra-se a aceleração do sistema, definida por:

$$\{\ddot{U}(x, t)\} = \{\phi(x)\} \cdot (-\omega^2 e^{i\omega t}) \quad (\text{B.25})$$

Substituindo-se as equações (B.24) e (B.25) na Equação (B.21), vem:

$$\begin{aligned}
 -[M]\{\phi(x)\} \cdot \omega^2 e^{i\omega t} + [K]\{\phi(x)\} \cdot e^{i\omega t} &= \{0\} \\
 [-[M] \cdot \omega^2 + [K]]\{\phi(x)\} &= \{0\}
 \end{aligned} \tag{B.26}$$

O sistema mostrado pela Equação (B.26) é um problema de auto-valores e auto-vetores, sendo que, para apresentar solução diferente da trivial, deve-se atender à condição:

$$\det|-[M] \cdot \omega^2 + [K]| = 0 \tag{B.27}$$

Como define Lima e Santos (2008), o desenvolvimento da Equação (B.27) leva a um polinômio de ordem N , sendo N o número de graus de liberdade, em relação a λ ($\lambda = \omega^2$) dito polinômio característico. As N raízes deste polinômio, chamadas de autovalores ou valores característicos, fornecem as N frequências circulares ω_i , sendo ordenadas de forma crescente, onde ω_1 é a menor delas, conhecida como frequência circular fundamental e as demais como frequências superiores.

Os N auto-vetores $\{\phi(x)\}$ associados a estes auto-valores λ_i são os modos de vibração da estrutura, sendo o auto-vetor associado à frequência circular fundamental conhecido como primeiro modo de vibração.

Ortogonalidade dos modos de vibração

Os modos de vibração apresentam uma propriedade muito importante para a solução de problemas de dinâmica. Essa propriedade relaciona os modos de vibração com a matriz de massa e a matriz de rigidez de estrutura e é chamada de ortogonalidade dos modos de vibração, sendo facilmente demonstrada aplicando-se o princípio da reciprocidade de Betti.

Lima e Santos (2008) fazem essa demonstração, resultando nas Equações (B.28) e (B.29):

$$\{\phi_j\}^T [M] \{\phi_i\} = 0 \tag{B.28}$$

$$\{\phi_j\}^T [K] \{\phi_i\} = 0 \quad (\text{B.29})$$

Estas equações indicam que os modos de vibração $\{\phi_i\}$ e $\{\phi_j\}$ são ortogonais entre si, com relação às matrizes de massa e de rigidez, respectivamente. Os produtos expressos por essas equações são não nulos somente quando $i = j$:

$$\{\phi_i\}^T [M] \{\phi_i\} = [m_i]^* \quad (\text{B.30})$$

$$\{\phi_i\}^T [K] \{\phi_i\} = [k_i]^* \quad (\text{B.31})$$

onde: $[m_i]^*$ - matriz de massa diagonal;
 $[k_i]^*$ - matriz de rigidez diagonal;

sendo que $\omega_i = \sqrt{k_i/m_i}$

As Equações (B.30) e (B.31) são utilizadas para desacoplar o sistema de Equações (B.20), conforme será visto mais adiante.

Frequências naturais e modos de vibração de estruturas contínuas

No caso de elementos finitos lineares, com propriedades constantes, Clough e Penzien (2003) apresentam também uma outra formulação baseada em série de Fourier, onde a estrutura é considerada contínua com a massa distribuída em todo comprimento, como indica a Figura B.1.

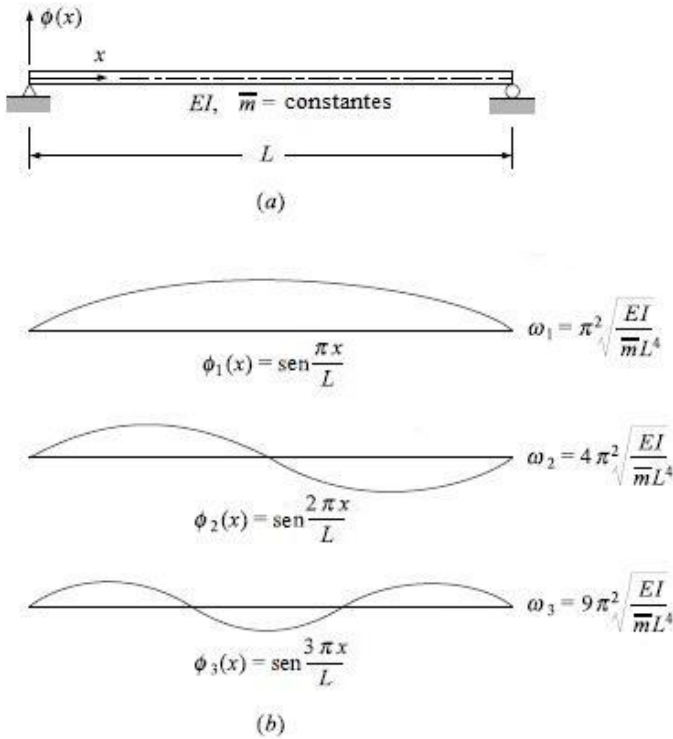


Figura B.1 - Análise dos modos de vibração de uma viga contínua.

Fonte: Clough e Penzien (2003).

As frequências naturais da estrutura são calculadas como indicado na figura acima e definidas pela Equação (A.32).

$$\begin{aligned}
 \omega_1 &= \pi^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^4}} \\
 \omega_2 &= 4\pi^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^4}} \\
 \omega_3 &= 9\pi^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^4}}
 \end{aligned}
 \tag{A.32}$$

Análise da resposta dinâmica para sistemas com muitos graus de liberdade (MGL)

Seja agora um sistema estrutural, discretizado em elementos finitos, com um total de N graus de liberdade (MGL) submetido a vibrações forçadas. A solução do sistema de equações de equilíbrio dinâmico para um sistema MGL (Equação B.20) pode ser encontrada pelos métodos clássicos da Dinâmica Estrutural: o Método de Superposição Modal ou os Métodos de Integração Direta (LA ROVERE, 1983).

O método que será utilizado neste estudo é o da Superposição Modal. Esse método consiste em utilizar a decomposição de Rayleigh, para a resposta do sistema MGL, expressa pelo vetor de deslocamentos nodais, $\{U(x, t)\}$, utilizando os modos de vibração do sistema estrutural como funções de forma. Tais modos são similares às funções trigonométricas de uma série de Fourier e a vantagem do seu emprego está na propriedade de ortogonalidade e na eficiência na aproximação do campo de deslocamentos (CLOUGH; PENZIEN, 2003).

A Figura B.2 mostra um exemplo do que foi descrito acima. Na figura está ilustrada a deformada de um pilar engastado na base e livre no topo, discretizado em um sistema com 3 graus de liberdade (apenas deslocamento horizontal).

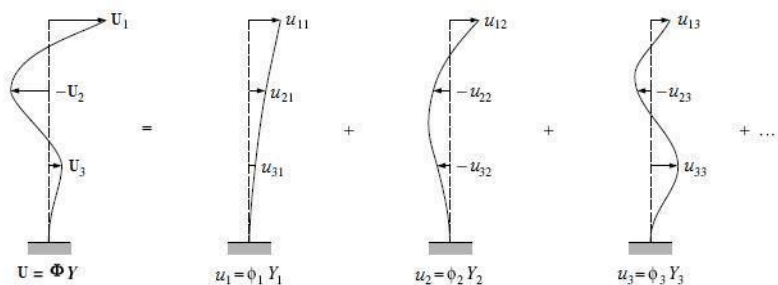


Figura B.2 - Superposição modal

Fonte: Clough e Penzien (2003).

A resposta de cada modo de vibração do sistema à uma vibração forçada, pode ser expressa pelo produto do vetor de forma $\{\phi_i\}$ pela amplitude modal Y_i :

$$\{u_i\} = \{\phi_i\} \cdot Y_i \quad (\text{B.33})$$

A resposta total do sistema MGL, em termos de deslocamento, é obtida então pela superposição das respostas de cada modo de vibração:

$$\{U(x, t)\} = \sum_{i=1}^N \{\phi_i\} \cdot Y_i \quad (\text{B.34})$$

A Equação (B.35) pode ser expressa matricialmente como:

$$\{U\} = [\Phi]\{Y\} \quad (\text{B.35})$$

onde $[\Phi]$ é a matriz modal, na qual cada coluna corresponde a um auto-vetor ou modo de vibração e $\{Y\}$ é um vetor que contém as amplitudes de cada modo de vibração.

Analogamente aos deslocamentos, as acelerações de resposta podem ser obtidas pela Equação (B.36).

$$\{\ddot{U}\} = [\Phi]\{\ddot{Y}\} \quad (\text{B.36})$$

Substituindo-se as Equações (B.35) e (B.36) no sistema de Equações (B.20), desconsiderando o amortecimento e pré-multiplicando por $[\Phi]^T$, tem-se:

$$[\Phi]^T[M][\Phi]\{\ddot{Y}\} + [\Phi]^T[K][\Phi]\{Y\} = [\Phi]^T\{F(t)\} \quad (\text{B.37})$$

Reescrevendo a equação acima por meio das Equações (B.30) e (B.31), chega-se a ao sistema de Equações (B.38), que fornecem as equações de equilíbrio desacopladas do sistema:

$$[M]^*\{\ddot{Y}\} + [K]^*\{Y\} = [\Phi]^T\{F(t)\} \quad (\text{B.38})$$

onde: $[M]^*$ - matriz de massa da estrutura (diagonal);
 $[K]^*$ - matriz de rigidez da estrutura (diagonal).

O valor de cada amplitude modal, mostradas na Equação (B.35) e (B.36), irá definir o fator de participação modal (CLOUGH; PENZIEN, 2003) que irá depender do vetor de carregamentos $\{F(t)\}$. Se $\{F(t)\}$ for

um carregamento harmônico com frequência de excitação $\bar{\omega}$, haverá uma participação maior dos modos de vibração com frequências naturais ω_i próximas a $\bar{\omega}$. Se o carregamento aplicado só excitar os modos de vibração “mais baixos” (primeiros modos) da estrutura, pode-se truncar a Equação (B.38), obtendo-se uma boa aproximação para a resposta. Assim pode ser que a resposta de um sistema de 1000 graus de liberdade seja bem aproximada usando-se apenas os primeiros 10 modos de vibração.

As cargas de impacto usualmente excitam os modos “mais altos” de uma estrutura, de forma que é importante a escolha do número de modos de vibração para representar satisfatoriamente a resposta de sistemas MGL. Ressalta-se que este método só é aplicável a estruturas com comportamento linear.

Avaliação do amortecimento para sistemas em vibração livre

Clough e Penzien (2003) explicam que as características reais de amortecimento de uma estrutura são muito complexas e difíceis de definir. Contudo, é comum expressar-se esse amortecimento em termos de amortecimento equivalente do tipo viscoso, pois apresenta a mesma taxa de decaimento sob vibração livre.

Considere um sistema com um grau de liberdade, em vibração livre sub-amortecida, como mostra a Figura B.3.

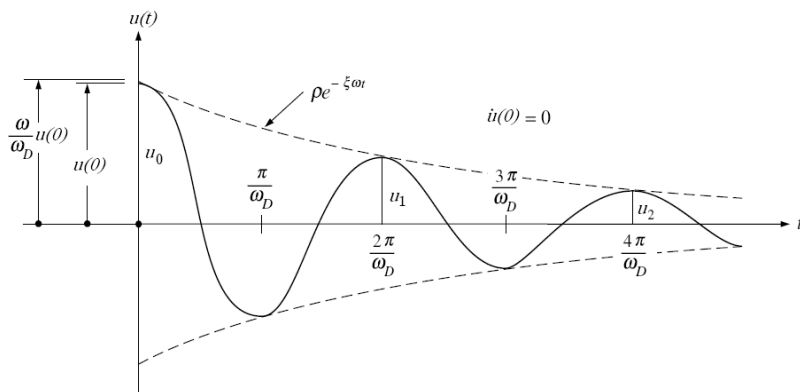


Figura B.3 - Vibração livre sub-amortecida.

Fonte: Clough e Penzien (2003).

Analisando, na figura acima, dois picos positivos sucessivos, u_n e u_{n+1} . A razão entre esses picos sucessivos é dada por:

$$\frac{u_n}{u_{n+1}} = e^{2\pi\xi\frac{\omega}{\omega_D}} \quad (\text{B.39})$$

onde $\omega_D = \omega\sqrt{1 - \xi^2}$.

Aplicando-se o logaritmo natural (\ln) aos dois lados da equação anterior, chega-se ao decremento logaritmico definido pela Equação (B.40).

$$\delta = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \quad (\text{B.40})$$

Para baixos valores de amortecimento, a Equação (B.40) pode ser escrita de forma reduzida, conforme Equação (B.41).

$$\delta = 2\pi\xi \quad (\text{B.41})$$

Expandindo a equação acima em termos de uma série, fica:

$$\frac{u_n}{u_{n+1}} = e^{2\pi\xi} = 1 + 2\pi\xi + \frac{(2\pi\xi)^2}{2!} + \dots \quad (\text{B.42})$$

Os dois primeiros termos da série acima fornecem uma boa aproximação, assim:

$$\xi = \frac{u_n - u_{n+1}}{2\pi u_{n+1}} \quad (\text{B.43})$$

A Equação (B.43) será utilizada no Capítulo 5 para a determinação do fator de amortecimento da laje mista estudada. Esse fator será inserido no modelo numérico para simular os ensaios dinâmicos que serão realizados na laje mista (itens 5.1.2 e 5.3).

Análise no domínio da frequência

A análise no domínio do tempo pode ser usada para determinar a resposta de um sistema MGL para qualquer carregamento arbitrário. Entretanto, em certas situações é mais conveniente efetuar a análise no domínio da frequência, como por exemplo a obtenção da frequência fundamental da estrutura e a avaliação das amplitudes de resposta.

Clough e Penzien (1995) demonstram que a dedução das equações para o domínio da frequência para um carregamento arbitrário é similar à consideração do sistema sujeito a carregamentos periódicos. Ambos os casos envolvem expressões de carregamento em componentes harmônicos, avaliando a resposta da estrutura para cada componente e posteriormente fazendo-se a superposição dos efeitos para obter a resposta total, admitindo-se a hipótese de comportamento linear.

Considerando um sistema de 1GL, o carregamento aplicado ao sistema, no domínio da frequência, é definido pelas Equações (B.44) e (B.45).

$$p(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P(i\bar{\omega}) e^{i\bar{\omega}t} d\bar{\omega} \quad (\text{B.44})$$

$$P(i\bar{\omega}) = \int_{-\infty}^{\infty} p(t) e^{-i\bar{\omega}t} dt \quad (\text{B.45})$$

As equações acima são conhecidas como Transformada (integral) Inversa de Fourier e Transformada (integral) de Fourier, respectivamente. Uma condição necessária para a Transformada de Fourier existir é a integral $\int_{-\infty}^{\infty} |p(t)| dt$ ser finita.

A resposta do sistema é definida então, em analogia a uma série de Fourier, como:

$$u(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(i\bar{\omega}) P(i\bar{\omega}) e^{i\bar{\omega}t} d\bar{\omega} \quad (\text{B.46})$$

sendo $H(i\bar{\omega})$ definido conforme Equação (B.47).

$$H(i\bar{\omega}) = \frac{1}{k} \left[\frac{1}{(1 - \beta_n^2) + i(2\xi\beta_n)} \right] \quad (\text{B.47})$$

onde $-\infty \leq n \leq \infty$.

Análise numérica no domínio da frequência

Para tornar a análise no domínio da frequência mais prática é necessário formular as equações anteriores em um procedimento de análise numérica. As integrais devem ser substituídas por uma soma finita. Esse procedimento é conhecido como *Transformada Discreta de Fourier (DFT)*.

Clough e Penzien (2003) desenvolvem as Equações (B.44) e (B.45) em termos de uma soma discreta, análoga à série de Fourier, apresentando as seguintes equações:

$$P_n \cong \frac{1}{N} \sum_{m=1}^{N-1} p(t_m) e^{-i \frac{2\pi n m}{N}} \quad n = 0, 1, 2, \dots, (N-1) \quad (\text{B.48})$$

$$p(t_m) \cong \sum_{n=0}^{N-1} P_n e^{i \frac{2\pi n m}{N}} \quad m = 0, 1, 2, \dots, (N-1) \quad (\text{B.49})$$

onde $t_m = m \Delta t$.

A avaliação das equações de uma *DFT* requer N^2 multiplicações complexas. Esse número elevado de multiplicações pode ser impraticável para a solução da maioria dos casos. Para simplificar esse procedimento, Cooley e Tukey desenvolveram um algoritmo (PRESS et al, 1988) que ficou conhecido como *Transformada Rápida de Fourier (FFT)*.

O algoritmo da *FFT* é baseado em se fazer $N = 2^\gamma$ onde γ é um inteiro. Nesse caso, cada valor de n e m que variam de 0 até $N - 1$ pode ser expresso em termos de coeficientes binários.

Clough e Penzien (2003) definem o número complexo

$$W_N = e^{2\pi i / N} \quad (\text{B.50})$$

e reescrevem a Equação (B.48) na forma

$$B_m = \sum_{n=0}^{N-1} A_n W_N^{nm} \quad (\text{B.51})$$

A avaliação desse somatório será mais eficiente se $N = M^2$. Aplicando o algoritmo da *FFT*, a Equação (B.51) pode ser reescrita como indicado na Equação abaixo.

$$B(m) = \sum_{n_0=0}^1 \sum_{n_1=0}^1 \sum_{n_2=0}^1 \dots \sum_{n_{M-1}=0}^1 A(n) W_N^{(m_0+2m_1+4m_2+\dots)(n_0+2n_1+4n_2+\dots)} \quad (\text{B.52})$$

A redução no esforço computacional ao se aplicar esse procedimento é enorme quando o intervalo de tempo é dividido em um grande número de incrementos. Isso ocorre devido a *FFT* converter as N^2 multiplicações complexas em $N \log_2 N$ (PRESS et al, 1988).

Considerações sobre a transformada de Fourier

Considerando as transformadas de Fourier definidas pelas equações (B.44) e (B.45). Supondo-se que $P(i\bar{\omega}) = 0$, onde $i\bar{\omega} = 2\pi f$, para $f > f_{max}$, isto é, $p(t)$ é limitada em alta frequência. Nessa condição, o Teorema amostral ou de *Nyquist*, garante não ser preciso conhecer continuamente $p(t)$ para se obter sua transformada de Fourier, mas conhecê-la apenas em pontos igualmente espaçados de Δt (MELO FILHO, 1982), tal que:

$$\Delta t \leq \frac{1}{2 f_{max}} \quad (\text{B.53})$$

A essa frequência f_{max} , também denominada f_c , dá-se o nome de frequência de corte. A Figura B.4 mostra o histórico de carregamentos de uma estrutura e o espectro de resposta delimitado por este teorema.

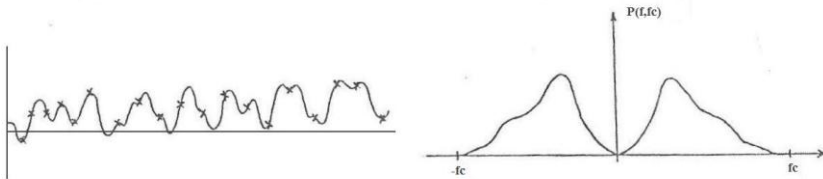


Figura B.4 - Teorema de Nyquist.

Fonte: Melo Filho (1982).

A desconsideração do Teorema de Nyquist provoca o fenômeno de mascaramento (*aliasing*) que consiste numa distorção de $P(f, f_c)$ nas proximidades de f_c . A Figura B.5 ilustra esse fenômeno.

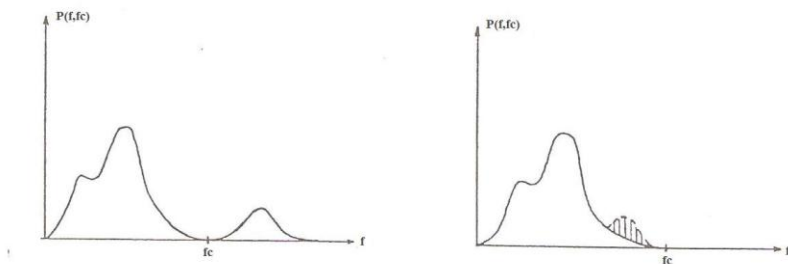


Figura B.5 - Efeito do mascaramento na transformada de Fourier.

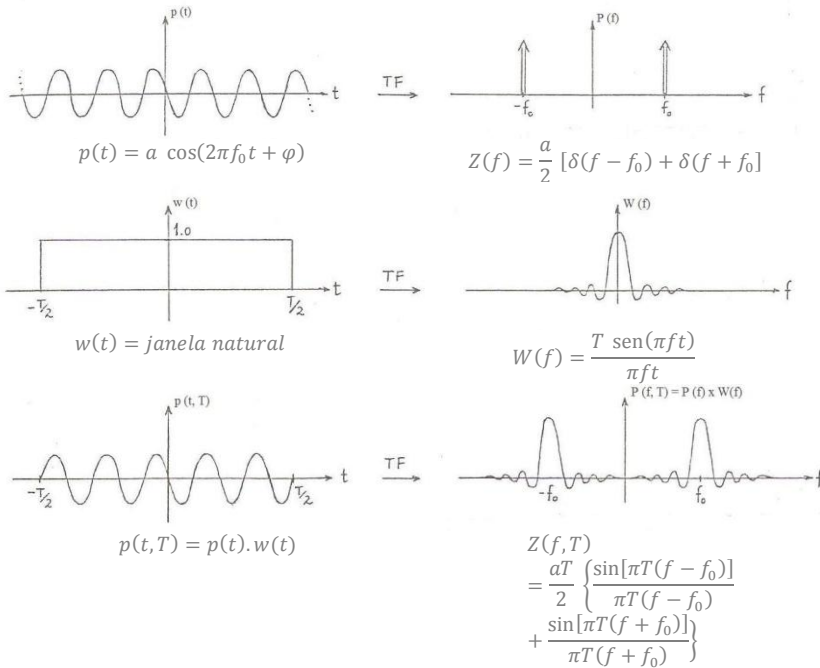
Fonte: Melo Filho (1982).

As Equações (B.44) e (B.45) são contínuas, com $-\infty \leq t \leq \infty$. Na análise numérica o intervalo de tempo deve ser finito, ou seja, o intervalo é truncado em $-N/2 \leq t \leq N/2$. Melo Filho (1982) diz que o efeito de se fazer a transformada de Fourier de uma função truncada no domínio de t é a contaminação (*leakage*). A janela natural apresentada não é, evidentemente, a única possível. Qualquer função que consiga truncar $p(t)$, a princípio, pode ser uma candidata a janela. A Figura B.6 mostra um exemplo desse efeito de contaminação.

No exemplo ilustrado pela Figura B.6, comparando-se $P(f)$ e $P(f, T)$, conclui-se:

- Ocorre uma diminuição do valor de $P(f, T)$ em $f = \pm f_0$;
- Aparece um lóbulo grande (lóbulo principal) em $f = \pm f_0$ e lóbulos menores (lóbulos secundários) nas proximidades.

Além dessa distorção da realidade (contaminação), com a transformada de Fourier truncada não é possível determinar $P(f, T)$ em todos os pontos, mas apenas em frequências múltiplas:

**Figura B.6 - Exemplo de contaminação.**

Fonte: Melo Filho (1982).

$$f_n = \frac{n}{N\Delta t} \qquad n = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2} \quad (\text{B.54})$$

Anexo C: Propriedades elásticas estimadas do perfil

1. PROPRIEDADES ELÁSTICAS DA LÂMINA UNIDIRECIONAL DE ROVINGS:

Obs: será desprezado o índice de vazios, ou seja $a_v := 0$

1.1) Propriedades da fibra:

fração volumétrica: $V_f := 0.60$

coeficiente de Poisson: $\nu_f := 0.2$

módulo de elasticidade: $E_f := 72.05 \text{ GPa}$

módulo de cisalhamento: $G_f := \frac{E_f}{2 \cdot (1 + \nu_f)}$ $G_f = 30.02 \text{ GPa}$

1.2) Propriedades da matriz:

fração volumétrica: $V_m := 1 - V_f$

coeficiente de Poisson: $\nu_m := 0.38$

módulo de elasticidade: $E_m := 2.76 \text{ GPa}$

módulo de cisalhamento: $G_m := \frac{E_m}{2 \cdot (1 + \nu_m)}$ $G_m = 1 \text{ GPa}$

1.3) Propriedades do composto:

Módulo de Elasticidade Longitudinal:

$$E_l := E_f \cdot V_f + E_m \cdot V_m \quad \boxed{E_l = 44.334 \text{ GPa}}$$

Módulo de Elasticidade Transversal:

$$E_{2inv} := \left(\frac{V_f}{E_f} \right) + \left(\frac{V_m}{E_m} \right)$$

$$E_2 := \frac{1}{E_{2inv}} \quad \boxed{E_2 = 6.525 \text{ GPa}}$$

Coefficientes de Poisson:

$$\nu_{12} := V_f \cdot \nu_f + \nu_m \cdot V_m \quad \boxed{\nu_{12} = 0.272}$$

Módulo de Cisalhamento:

$$G := \frac{\left(\frac{V_f}{G_f} \right) + \left(\frac{1 - V_f}{G_m} \right)}{1} \quad G_{12} := \frac{1}{G} \quad \boxed{G_{12} = 2.381 \text{ GPa}}$$

2. TEORIA CLÁSSICA DA LAMINAÇÃO

DETERMINAÇÃO DAS PROPRIEDADES DO LAMINADO DE PRFV:

Espessura total do laminado: $t_{tot} := 6.35 \text{ mm}$

Número de lâminas do perfil de PRFV: $N_{lam} := 5 \quad i := 1..N_{lam}$

Lâmina de Manta de Filamentos Contínuos (1):

$$E_{1_1} := 7 \text{ GPa} \quad E_{2_1} := 7 \text{ GPa} \quad \nu_{12_1} := 0.401 \quad G_{12_1} := 2.5 \text{ GPa} \quad t_1 := 1 \text{ mm}$$

Lâmina de Filamentos Contínuos (2):

$$E_{1_2} := 44.33 \text{ GPa} \quad E_{2_2} := 6.525 \text{ GPa} \quad \nu_{12_2} := 0.272$$

$$G_{12_2} := 2.381 \text{ GPa} \quad t_2 := 1.675 \text{ mm}$$

Lâmina de Manta de Filamentos Contínuos (3):

$$E_{1_3} := 7\text{GPa} \quad E_{2_3} := 7\text{GPa} \quad \nu_{12_3} := 0.401 \quad G_{12_3} := 2.5\text{GPa} \quad t_3 := 1\text{mm}$$

Lâmina de Filamentos Contínuos (4):

$$E_{1_4} := 44.334\text{GPa} \quad E_{2_4} := 6.525\text{GPa} \quad \nu_{12_4} := 0.272$$

$$G_{12_4} := 2.381\text{GPa} \quad t_4 := 1.675\text{mm}$$

Lâmina de Manta de Filamentos Contínuos (5):

$$E_{1_5} := 7\text{GPa} \quad E_{2_5} := 7\text{GPa} \quad \nu_{12_5} := 0.401 \quad G_{12_5} := 2.5\text{GPa} \quad t_5 := 1\text{mm}$$

Matriz transformada reduzida:

$$Q_i := \begin{bmatrix} \frac{E_{1_i}}{1 - \left[\left(\nu_{12_i} \cdot \frac{E_{2_i}}{E_{1_i}} \right) \cdot \nu_{12_i} \right]} & \frac{E_{2_i} \cdot \nu_{12_i}}{1 - \left[\left(\nu_{12_i} \cdot \frac{E_{2_i}}{E_{1_i}} \right) \cdot \nu_{12_i} \right]} & 0 \\ \frac{E_{2_i} \cdot \nu_{12_i}}{1 - \left[\left(\nu_{12_i} \cdot \frac{E_{2_i}}{E_{1_i}} \right) \cdot \nu_{12_i} \right]} & \frac{E_{2_i}}{1 - \left[\left(\nu_{12_i} \cdot \frac{E_{2_i}}{E_{1_i}} \right) \cdot \nu_{12_i} \right]} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12_i} \end{bmatrix}$$

$$Q_1 = \begin{pmatrix} 8.341 & 3.345 & 0 \\ 3.345 & 8.341 & 0 \\ 0 & 0 & 2.5 \end{pmatrix} \text{GPa} \quad Q_2 = \begin{pmatrix} 44.822 & 1.794 & 0 \\ 1.794 & 6.597 & 0 \\ 0 & 0 & 2.381 \end{pmatrix} \text{GPa}$$

$$Q_3 = \begin{pmatrix} 8.341 & 3.345 & 0 \\ 3.345 & 8.341 & 0 \\ 0 & 0 & 2.5 \end{pmatrix} \text{GPa}$$

$$Q_4 = \begin{pmatrix} 44.822 & 1.794 & 0 \\ 1.794 & 6.597 & 0 \\ 0 & 0 & 2.381 \end{pmatrix} \text{ GPa} \quad Q_5 = \begin{pmatrix} 8.341 & 3.345 & 0 \\ 3.345 & 8.341 & 0 \\ 0 & 0 & 2.5 \end{pmatrix} \text{ GPa}$$

Posição das camadas:

$$j := 0..N_{\text{lam}} - 1$$

$$h_0 := \frac{-t_{\text{tot}}}{2}$$

$$h_{j+1} := h_j + t_{j+1}$$

Matriz de Rigidez Extensional:

$$A := \sum_{k=1}^5 (Q_k) \cdot (h_k - h_{k-1})$$

$$A = \begin{pmatrix} 1.752 \times 10^8 & 1.605 \times 10^7 & 0 \\ 1.605 \times 10^7 & 4.712 \times 10^7 & 0 \\ 0 & 0 & 1.548 \times 10^7 \end{pmatrix} \text{ m}\cdot\text{Pa}$$

$$H := A^{-1} \quad H = \begin{pmatrix} 5.892 \times 10^{-9} & -2.006 \times 10^{-9} & 0 \\ -2.006 \times 10^{-9} & 2.19 \times 10^{-8} & 0 \\ 0 & 0 & 6.461 \times 10^{-8} \end{pmatrix} \frac{1}{\text{m}\cdot\text{Pa}}$$

Módulo de Elasticidade Longitudinal:

$$E_x := \frac{1}{t_{\text{tot}} \cdot H_{(0,0)}} \quad \boxed{E_x = 26.72 \text{ GPa}}$$

Módulo de Elasticidade Transversal:

$$E_y := \frac{1}{t_{\text{tot}} \cdot H_{(1,1)}} \quad \boxed{E_y = 7.19 \text{ GPa}}$$

Módulo de Cisalhamento:

$$G_{xy} := \frac{1}{t_{\text{tot}} \cdot H_{(2,2)}} \quad \boxed{G_{xy} = 2.437 \text{ GPa}}$$

Coefficientes de Poisson:

$$\nu_{yx} := \frac{-H_{(0,1)}}{H_{(1,1)}} \quad \boxed{\nu_{yx} = 0.092}$$

$$\nu_{xy} := \nu_{yx} \cdot \frac{E_x}{E_y} \quad \boxed{\nu_{xy} = 0.341}$$

3. MODELO SEMI-EMPÍRICO DE HALPHIN-TS/

OBS.: E1 igual a regra das misturas

3.1) Módulo de elasticidade transversal

Fator de reforço para módulo de elasticidade transversal: $\xi_E := 2$

$$\eta_E := \frac{\left(\frac{E_f}{E_m} \right) - 1}{\left(\frac{E_f}{E_m} \right) + \xi_E} \quad \eta_E = 0.893$$

$$E_2 := E_m \cdot \left(\frac{1 + \xi_E \cdot \eta_E \cdot V_f}{1 - \eta_E \cdot V_f} \right) \quad \boxed{E_2 = 12.323 \text{ GPa}}$$

3.2) Módulo de cisalhamento

Fator de reforço para módulo de elasticidade transversal

$$\xi_G := 1 + 40 \cdot V_f^{10}$$

$$\xi_G = 1.242$$

$$\eta_G := \frac{\left(\frac{G_f}{G_m}\right) - 1}{\left(\frac{G_f}{G_m}\right) + \xi_G} \qquad \eta_G = 0.928$$

$$G_{12} := G_m \cdot \left(\frac{1 + \xi_G \eta_G V_f}{1 - \eta_G V_f} \right) \qquad \boxed{G_{12} = 3.818 \text{ GPa}}$$

Anexo D: Resistências de um laminado unidirecional de PRFV

DADOS INICIAIS

1) Propriedades da fibra e da matriz (fibra de vidro/resina poli

$$E_f := 72.0 \text{ GPa} \quad (\text{Valor médio fornecido pelo fabricante})$$

$$E_m := 2.7 \text{ GPa}$$

$$V_f := 0.60$$

$$V_m := 1 - V_f \quad V_m = 0.4$$

$$\nu_f := 0.20$$

$$\nu_m := 0.38$$

1.1) Módulo de elasticidade longitudinal

$$E_1 := E_f \cdot V_f + E_m \cdot V_m \quad \boxed{E_1 = 44.334 \text{ GPa}}$$

1.2) Módulo de elasticidade transversal

$$E_{2\text{inv}} := \left(\frac{V_f}{E_f} \right) + \left(\frac{1 - V_f}{E_m} \right) \quad E_{2\text{inv}} = 1.533 \times 10^{-10} \frac{\text{ms}^2}{\text{kg}}$$

$$E_2 := \frac{1}{E_{2\text{inv}}} \quad \boxed{E_2 = 6.525 \text{ GPa}}$$

1.3) Coeficiente de Poisson

$$\nu_{12} := V_f \cdot \nu_f + \nu_m \cdot (1 - V_f) \quad \boxed{\nu_{12} = 0.272}$$

1.4) Módulo de cisalhamento pela regra das mistu

$$G_f := \frac{E_f}{2 \cdot (1 + \nu_f)} \quad G_f = 30.02 \text{ GPa}$$

$$G_m := \frac{E_m}{2 \cdot (1 + \nu_m)} \quad G_m = 1 \text{ GPa}$$

$$G := \frac{V_f}{G_f} + \frac{(1 - V_f)}{G_m}$$

$$G_{12} := \frac{1}{G} \quad \boxed{G_{12} = 2.38 \text{ GPa}}$$

2. Modelo Semi-empírico de Halpin-Tsai

2.1) Módulo de elasticidade transversal

Fator de reforço para módulo de elasticidade transversal: $\xi_E = 2$

$$\eta_E := \frac{\left(\frac{E_f}{E_m} \right) - 1}{\left(\frac{E_f}{E_m} \right) + \xi_E} \quad \eta_E = 0.893$$

$$E_{2_HT} := E_m \cdot \left(\frac{1 + \xi_E \cdot \eta_E \cdot V_f}{1 - \eta_E \cdot V_f} \right) \quad \boxed{E_{2_HT} = 12.323 \text{ GPa}}$$

2.2) Módulo de cisalhamento

Fator de reforço para módulo de elasticidade transverso

$$\xi_G := 1 + 40 V_f^{10}$$

$$\xi_G = 1.242$$

$$\eta_G := \frac{\left(\frac{G_f}{G_m}\right) - 1}{\left(\frac{G_f}{G_m}\right) + \xi_G} \quad \eta_G = 0.928$$

$$G_{12_HT} := G_m \cdot \left(\frac{1 + \xi_G \eta_G V_f}{1 - \eta_G V_f} \right) \quad \boxed{G_{12_HT} = 3.818 \text{ GPd}}$$

RESISTÊNCIA DE UM LAMINADO UNIDIRECIONAL DE PRFV (FIBRA DE VIDRO-POLIÉSTER)

2) Resistências de ruptura de uma lâmina

2.1) Resistências ao cisalhamento pela resistência dos materiais
Fibras circulares dispostas em um conjunto quadrado

$$r := \left(\frac{4 V_f}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \quad r = 0.874$$

Resistência ao cisalhamento da matriz (Tabela 3.2 KAW):

$$\tau_{12mult} := 34 \text{ MPa}$$

Resistência ao cisalhamento da fibra (KAW):

$$\tau_{12fult} := 35 \text{ MPa}$$

Deformação de cisalhamento na ruptura:

$$\gamma_{12mult} := \frac{\tau_{12mult}}{G_m} \quad \boxed{\gamma_{12mult} = 0.034}$$

Tensão de cisalhamento na direção 1-2:

$$\tau_{12} := G_{12} \left[r \frac{G_m}{G_f} + (1 - r) \right] \cdot \gamma_{12mult} \quad \boxed{\tau_{12} = 12.554 \text{ MPa}}$$

2.2) Resistências ao cisalhamento por Halphin-Tsai
Fibras circulares dispostas em um conjunto quadrado

Tensão de cisalhamento na direção 1-2:

$$\tau_{12_HT} := G_{12_HT} \left[r \frac{G_m}{G_f} + (1 - r) \right] \cdot \gamma_{12mult} \quad \boxed{\tau_{12_HT} = 20.133 \text{ MPa}}$$

2.3) Resistências à tração

2.3.1) Tração longitudinal às fibras

Tensão de tração última na direção longitudinal da fibra:

$$\sigma_{fult} := 3515 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{fult} := \frac{\sigma_{fult}}{E_f} \quad \varepsilon_{fult} = 0.049$$

Tensão de tração última da matriz:

$$\sigma_{\text{mult}} := 72 \text{MPa}$$

$$\varepsilon_{\text{mult}} := \frac{\sigma_{\text{mult}}}{E_m} \quad \varepsilon_{\text{mult}} = 0.026$$

Tensão de tração última na direção longitudinal da lâmina:

$$\sigma_{t1\text{ult}} := \sigma_{\text{mult}} V_m + \varepsilon_{\text{mult}} E_f V_f \quad \boxed{\sigma_{t1\text{ult}} = 1156.539 \text{MPa}}$$

2.3.2) Tração transversal às fibras pelo modelo da resistência dos mat

$$\varepsilon_{t2\text{ult}} := \left[r \cdot \left(\frac{E_m}{E_f} - 1 \right) + 1 \right] \cdot \varepsilon_{\text{mult}} \quad \varepsilon_{t2\text{ult}} = 4.159 \times 10^{-3}$$

Tensão de tração última transversal da lâmina:

$$\sigma_{t2\text{ult_RM}} := E_2 \cdot \varepsilon_{t2\text{ult}} \quad \boxed{\sigma_{t2\text{ult_RM}} = 27.14 \text{MPa}}$$

2.3.3) Tração transversal às fibras pelo modelo de Halphin-Tsai

$$\sigma_{t2\text{ult_HT}} := E_{2_HT} \cdot \varepsilon_{t2\text{ult}} \quad \boxed{\sigma_{t2\text{ult_HT}} = 51.256 \text{MPa}}$$

2.4) Resistência à compressão

2.4.1) Modo de falha pela resistência última da matriz

$$\sigma_{1\text{cul}} := \frac{E_1 \cdot \varepsilon_{t2\text{ult}}}{\nu_{12}} \quad \sigma_{1\text{cul}} = 677.948 \text{MPa}$$

2.4.2) Modo de falha pela microflambagem da fibra

$$S_{1c} := 2 \cdot \left[V_f + (1 - V_f) \cdot \frac{E_m}{E_f} \right] \cdot \sqrt{\frac{V_f \cdot E_m \cdot E_f}{3 \cdot (1 - V_f)}} \quad S_{1c} = 12271.269 \text{MPa}$$

$$S_{2c} := \frac{G_m}{1 - V_f}$$

$$S_{2c} = 2.5 \times 10^3 \text{ MPa}$$

$$S_c := \begin{pmatrix} S_{1c} \\ S_{2c} \end{pmatrix}$$

$$\sigma_{1cultb} := \min(S_c)$$

$$\sigma_{1cultb} = 2.5 \times 10^3 \text{ MPa}$$

2.4.3) Modo de falha pela ruptura ao cisalhamento da fibra

$$\sigma_{1cultc} := 2 \cdot (\tau_{12falt} \cdot V_f + \tau_{12mult} \cdot V_m)$$

$\sigma_{1cultc} = 69.2 \text{ MPa}$

Anexo E: Critérios de ruptura do perfil

DADOS INICIAIS

1) Dados do perfil pultrudado (seção I)

$$L := 0.944\text{m}$$

$$d := 15.25\text{cm}$$

$$b_f := 7.6\text{cm}$$

$$t_f := 0.635\text{cm}$$

$$t_w := 0.635\text{cm}$$

$$d_w := d - 2 \cdot t_f \quad d_w = 13.98\text{cm}$$

$$A_p := 2 \cdot (b_f \cdot t_f) + (d_w \cdot t_w) \quad A_p = 18.529\text{cm}^2$$

2) Propriedades do perfil pultrudado

$$\gamma_p := 1950 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

$$E_1 := 26.21\text{GPa}$$

$$G_{fp} := 4.29\text{GPa}$$

(Valores obtidos experimentalmente)

3) Inércia do Perfil Pultrudado

$$y_p := \frac{d}{2} \quad y_p = 7.625\text{cm}$$

$$I_p := \left[\left(\frac{b_f \cdot t_f^3}{12} \right) + (b_f \cdot t_f) \cdot \left(y_p - \frac{t_f}{2} \right)^2 \right] + \left[\left(\frac{b_f \cdot t_f^3}{12} \right) + (b_f \cdot t_f) \cdot \left(d - y_p - \frac{t_f}{2} \right)^2 \right] + \left(\frac{t_w \cdot d_w^3}{12} \right)$$

$$I_p = 660.319 \text{ cm}^4$$

4) Rigidez à Flexão da Seção do Perfil (D)

$$D := E \cdot I_p \quad D = 173069.549 \text{ N} \cdot \text{m}^2$$

5) Rigidez ao Cisalhamento da Seção do Perfil (C)

$$Q := G_{fp} \cdot d \cdot t_w \quad Q = 4154328.75 \text{ N}$$

ESTADO LIMITE SERVIÇO

1) Carga de utilização utilizando a flecha má

$$K_y := \frac{(d - t_f) \cdot t_w}{A_p} \quad K_y = 0.501$$

$$\delta_{lim} := \frac{L}{250} \quad \delta_{lim} = 3.776 \text{ mm}$$

$$P := 1 \text{ kN}$$

Given

$$\frac{P \cdot L^3}{48 \cdot D} + \frac{P \cdot L}{4 \cdot G_{fp} \cdot K_y \cdot A_p} = \delta_{lim}$$

$$P := \text{Find}(P) \quad P = 23.52 \text{ kN}$$

ESTADO LIMITE ÚLTIMO

1) Verificação do carregamento à flexão

1.1) Resistência à flexão do perfil

1.1.1) Tração na mesa inferior

$$y_f := \frac{d - t_f}{2} \quad y_f = 73.075 \text{ mm}$$

$$\sigma_{1tult} := 1.157 \times 10^3 \text{ MPa}$$

$$M_{u_t} := \frac{\sigma_{1tult} I_p}{y_f} \quad M_{u_t} = 104.549 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$P_{u_t} := \frac{4 \cdot M_{u_t}}{L} \quad \boxed{P_{u_t} = 443.002 \text{ kN}}$$

1.1.2) Compressão da mesa superior

$$\sigma_{1cult} := 69.2 \text{ MPa}$$

$$M_{u_c} := \frac{\sigma_{1cult} I_p}{y_f} \quad M_{u_c} = 6.253 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$P_{u_c} := \frac{4 \cdot M_{u_c}}{L} \quad \boxed{P_{u_c} = 26.496 \text{ kN}}$$

2) Resistência ao cisalhamento

2.1) Tensão de cisalhamento na alma do Perfil P pela resistência dos materiais

$$\tau_{ult_rm} := 12.554 \text{ MPa}$$

Momento estático da mesa inferior e da metade inferior da alma do

$$Q := t_f \cdot b_f \cdot \left(y_p - \frac{t_f}{2} \right) + t_w \cdot \frac{d_w}{2} \cdot \left(\frac{d_w}{4} \right) \quad Q = 50.779 \text{ cm}^3$$

$$V_{u_{RM}} := \frac{\tau_{ult_{RM}} \cdot t_w \cdot I_p}{Q} \quad V_{u_{RM}} = 10.366 \text{ kN}$$

$$P_{u_{cis}} := 2 \cdot V_{u_{RM}} \quad \boxed{P_{u_{cis}} = 20.733 \text{ kN}}$$

2.2) Tensão de cisalhamento na alma do Perfil PRFV por Halphin-Ts

$$\tau_{ult_{HT}} = 20.13 \text{ MPa}$$

Momento estático da mesa inferior e da metade inferior da alma do

$$Q_{cr} := t_f \cdot b_f \cdot \left(y_p - \frac{t_f}{2} \right) + t_w \cdot \frac{d_w}{2} \cdot \left(\frac{d_w}{4} \right) \quad Q_{cr} = 50.779 \text{ cm}^3$$

$$V_{u_{HT}} := \frac{\tau_{ult_{HT}} \cdot t_w \cdot I_p}{Q_{cr}} \quad V_{u_{HT}} = 16.625 \text{ kN}$$

$$P_{u_{cis}} := 2 \cdot V_{u_{HT}} \quad \boxed{P_{u_{cis}} = 33.249 \text{ kN}}$$

Anexo F: Resistência a compressão do concreto

Concreto utilizado no protótipo LG1:

Carga de Ruptura dos cps

$$\text{CP-1: } P_1 := 430.510^3 \text{ N}$$

$$\text{CP-2: } P_2 := 410.510^3 \text{ N}$$

$$\text{CP-3: } P_3 := 420.010^3 \text{ N}$$

$$\text{CP-4: } P_4 := 280.510^3 \text{ N}$$

Características da seção transversal:

$$\text{Diâmetro: } d := 10\text{cm} \quad d = 0.1\text{m}$$

$$\text{Área: } A := \frac{\pi \cdot d^2}{4} \quad A = 7.854 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

Resistência média à compressão:

$$i := 1..4 \quad f_{cj_i} := \frac{P_i}{A}$$

$$f_{cj_1} = 54.8\text{MPa} \quad f_{cj_2} = 52.3\text{MPa}$$

$$f_{cj_3} = 53.5\text{MPa} \quad f_{cj_4} = 35.7\text{MPa}$$

Verificação de valor espúrio (com 95% de confiança)

$$\text{Valor suspeito: } x_{\text{suspeito}} := f_{cj_4}$$

$$\text{Média: } x := \text{mean}(f_{cj_1}, f_{cj_2}, f_{cj_3}, f_{cj_4})$$

$$\text{Desvio Padrão: } S := \text{Stdev}(f_{cj_1}, f_{cj_2}, f_{cj_3}, f_{cj_4})$$

$$R := \frac{|x_{\text{suspeito}} - x|}{S} \quad R = 1.49$$

Comparando com o valor limite:

$$R_{\text{lim}} := 1.46$$

$$\text{Conclusão} := \begin{cases} \text{"Não é espúrio"} & \text{if } R \leq R_{\text{lim}} \\ \text{"É espúrio"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Conclusão = "É espúrio"

Resistência característica à compressão

$$f_{cj_LG1} := \text{mean}(f_{cj_1}, f_{cj_2}, f_{cj_3})$$

$$S_d := 4 \text{ MPa}$$

$$f_{ck_LG1} := f_{cj_LG1} - 1.65 S_d$$

$$f_{ck_LG1} = 46.919 \text{ MPa}$$

Concreto utilizado no protótipo LG2:

Carga de Ruptura dos cps

$$\text{CP-1: } P_1 := 393.010^3 \text{ N}$$

$$\text{CP-2: } P_2 := 379.510^3 \text{ N}$$

$$\text{CP-3: } P_3 := 409.510^3 \text{ N}$$

$$\text{CP-4: } P_4 := 400.010^3 \text{ N}$$

Características da seção transversal:

$$\text{Diâmetro: } d := 10\text{cm} \quad d = 0.1\text{m}$$

$$\text{Área: } A := \frac{\pi \cdot d^2}{4} \quad A = 7.854 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

Resistência média à compressão

$$i := 1..4 \quad f_{cj_i} := \frac{P_i}{A}$$

$$f_{cj_1} = 50\text{MPa} \quad f_{cj_2} = 48.3\text{MPa}$$

$$f_{cj_3} = 52.1\text{MPa} \quad f_{cj_4} = 50.9\text{MPa}$$

Verificação de valor espúrio (com 95% de confiança)

$$\text{Valor suspeito: } x_{\text{suspeito}} := f_{cj_2}$$

$$\text{Média: } x := \text{mean}(f_{cj_1}, f_{cj_2}, f_{cj_3}, f_{cj_4})$$

$$\text{Desvio Padrão: } S := \text{Stdev}(f_{cj_1}, f_{cj_2}, f_{cj_3}, f_{cj_4})$$

$$R := \frac{|x_{\text{suspeito}} - x|}{S} \quad R = 1.27$$

Comparando com o valor limite:

$$R_{\text{lim}} := 1.46$$

$$\text{Conclusão} := \begin{cases} \text{"Não é espúrio"} & \text{if } R \leq R_{\text{lim}} \\ \text{"É espúrio"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Conclusão} = \text{"Não é espúrio"}$$

Resistência característica à compressão

$$f_{cj_LG2} := x$$

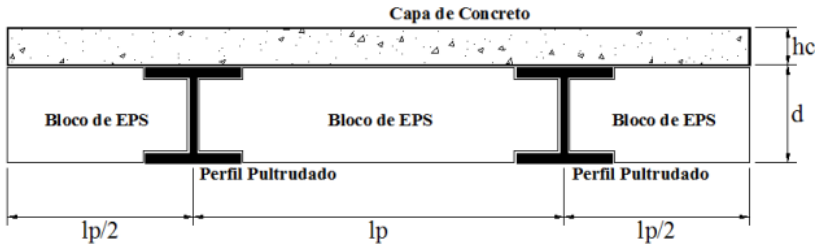
$$S_d := 4 \text{ MPa}$$

$$f_{ck_LG2} := f_{cj_LG2} - 1.65 S_d$$

$$f_{ck_LG2} = 43.75 \text{ MPa}$$

Anexo G: Análise analítica da laje mista - dimensionamento

1. DADOS INICIAIS



1.1. Propriedades e Dados do Concreto

$$\gamma_c := 2400 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

$$f_{ck} := 30 \text{ MPa}$$

$$f_{cr} := \frac{6.7 \sqrt{\frac{f_{ck}}{\text{MPa}} \cdot 145.33}}{145.33} \cdot \text{MPa} \quad f_{cr} = 3.044 \text{ MPa}$$

$$E_{ci} := 5600 f_{ck}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{MPa}^{\frac{1}{2}} \quad E_{ci} = 30.672 \text{ GPa}$$

$$E_c := 0.85 E_{ci} \quad E_c = 26.072 \text{ GPa}$$

$$\varepsilon_c := 0.0030$$

$$l_p := 40 \text{ cm}$$

$$b_c := 2 \cdot l_p \quad b_c = 0.8 \text{ m}$$

$$h_c := 4 \text{ cm}$$

$$A_c := b_c \cdot h_c \quad A_c = 320 \text{ cm}^2$$

1.2. Propriedades e Dados do perfil pultrudado (seção

$$\gamma_{PRFV} := 1950 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

$$E_{PRFV} := 26.21 \text{ GPa} \quad (E_{PRFV} \text{ e } G_{PRFV} \text{ obtidos experimentalmente})$$

$$G_{PRFV} := 4.29 \text{ GPa}$$

$$\tau_{PRFV_ult} := 20.1 \text{ MPa} \quad (\text{Obtido pelo Método de Halphin-Tsai})$$

$$\tau_{aderencia} := 2.53 \text{ MPa}$$

$$d := 15.25 \text{ cm}$$

$$b_f := 7.6 \text{ cm}$$

$$t_f := 0.635 \text{ cm}$$

$$t_w := 0.635 \text{ cm}$$

$$d_w := d - 2 \cdot t_f \quad d_w = 13.98 \text{ cm}$$

$$A_p := 2 \cdot (b_f \cdot t_f) + (d_w \cdot t_w) \quad A_p = 18.529 \text{ cm}^2$$

1.3. Momento de Inércia e raio de giração do perfil

$$y_p := \frac{\left[(b_f \cdot t_f) \cdot \frac{t_f}{2} \right] + \left[(t_w \cdot d_w) \cdot \left(t_f + \frac{d_w}{2} \right) \right] + \left[(b_f \cdot t_f) \cdot \left(d - \frac{t_f}{2} \right) \right]}{A_p}$$

$$y_p = 76.25 \text{ mm}$$

$$I_p := \left[\left(\frac{b_f \cdot t_f^3}{12} \right) + (b_f \cdot t_f) \cdot \left(y_p - \frac{t_f}{2} \right)^2 \right] + \left[\left(\frac{b_f \cdot t_f^3}{12} \right) + (b_f \cdot t_f) \cdot \left(d - y_p - \frac{t_f}{2} \right)^2 \right] + \left[\left(\frac{t_w \cdot d_w^3}{12} \right) + (t_w \cdot d_w) \cdot \left(\frac{d}{2} - y_p \right)^2 \right]$$

$$I_p = 660.319 \text{ cm}^4$$

$$\text{raio}_p := \sqrt{\left(\frac{I_p}{A_p} \right)} \quad \text{raio}_p = 59.696 \text{ mm}$$

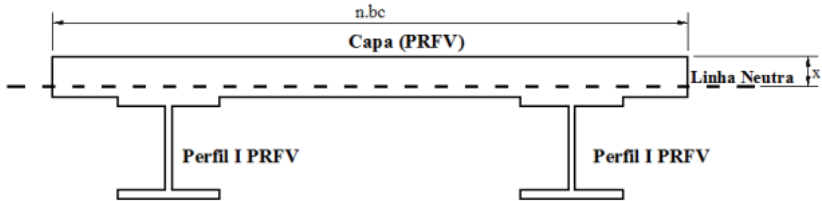
1.4. Peso próprio da Laje

$$\gamma_{\text{eps}} := 18 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

$$\text{Peso_laje} := (\gamma_{\text{PRFV}} \cdot A_p \cdot 2 + \gamma_c \cdot h_c \cdot b_c + \gamma_{\text{eps}} \cdot d \cdot b_c)$$

$$\text{Peso_laje} = 0.846 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

2. HOMOGENEIZAÇÃO DA SEÇÃO TRANSVERSAL EM RELAÇÃO AO MATERIAL PRFV



2.1. Posição da Linha Neutra

$$n := \frac{E_c}{E_{\text{PRFV}}} \quad n = 0.995$$

$$y_c := d + \frac{h_c}{2} \quad y_c = 17.25 \text{cm}$$

$$y := \frac{(n \cdot y_c \cdot A_c) + (2 \cdot y_p \cdot A_p)}{n \cdot A_c + 2 \cdot A_p} \quad y = 16.246 \text{cm}$$

$$y_{\text{ln}} := d + h_c - y$$

$$y_{\text{ln}} = 3.0037 \text{cm} \quad (\text{Altura da LN a partir do topo da seq})$$

2.2. Momento de Inércia da Seção Transform

$$I_c := \frac{n \cdot b_c \cdot h_c^3}{12} \quad I_c = 424.414 \text{ cm}^4$$

$$d_c := y_c - y \quad d_c = 1.004 \text{ cm}$$

$$d_p := y - y_p \quad d_p = 8.621 \text{ cm}$$

$$I_{ST} := \left[\left(I_c + n \cdot A_c \cdot d_c^2 \right) + 2 \cdot \left(I_p + A_p \cdot d_p^2 \right) \right]$$

$$I_{ST} = 4820.169 \text{ cm}^4$$

2.3. Rigidez à Flexão da Seção Transformada (D)

$$D := E_{PRFV} \cdot I_{ST} \quad D = 1263.364 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

2.4. Rigidez ao Cisalhamento da Seção Transformad

$$Q := 2 \cdot G_{PRFV} \cdot d \cdot t_w \quad Q = 8308.658 \text{ kN}$$

2.5. Cálculo do Fator de Forma da Seção Transformada

$$b_{c_ST} := n \cdot b_c \quad b_{c_ST} = 79.578 \text{ cm}$$

$$b_{w_ST} := 2t_w \quad b_{w_ST} = 1.27 \text{ cm}$$

$$b_{f_ST} := 2b_f \quad b_{f_ST} = 15.2 \text{ cm}$$

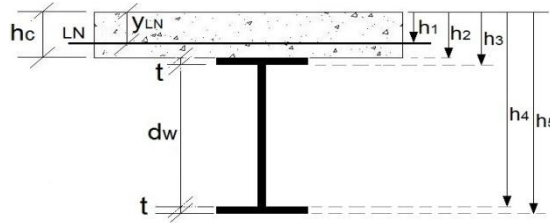
(bc_st - largura da camada de concreto na seção transform;

(bw_st - largura das almas dos perfis pultrudados)

(bf_st - largura das mesas dos perfis pultrudados)

Dividindo a seção em 5 retângulos:

- 1) topo da capa de concreto até ln;
- 2) da ln até base da capa de concreto;
- 3) flanges superiores;
- 4) almas; e
- 5) flanges inferiores



$$h_1 := y_{Ln} \quad h_2 := h_c \quad h_3 := h_2 + t_f$$

$$h_4 := h_3 + d_w \quad h_5 := h_4 + t_f$$

Cálculo da integral na área dos momentos estáticos
(área acima ou abaixo do ponto z) ao quadrado
das sub-áreas 1 a 5 em relação à linha neutra

$$Q1_{quad} := \int_0^{h_1} \left[bcst \cdot (y_{Ln} - z) \cdot \left[\left(\frac{y_{Ln}}{2} \right) + \frac{z}{2} \right] \right]^2 \cdot bcst \, dz$$

$$Q2_{quad} := \int_0^{h_2} \left[b\hat{s}t \cdot t_f \left(h_4 + \frac{t_f}{2} \right) + \left[bwst \cdot d_w \left(h_3 + \frac{d_w}{2} \right) \right] + \left[b\hat{s}t \cdot t_f \left(h_2 + \frac{t_f}{2} \right) \right] + \left[bcst \cdot (h_2 - z) \left[\left(\frac{h_2}{2} \right) + \frac{z}{2} \right] \right] \right]^2 \cdot bcst \, dz$$

$$Q3_{quad} := \int_{h_2}^{h_3} \left[b\hat{s}t \cdot t_f \left(h_4 + \frac{t_f}{2} \right) + \left[bwst \cdot d_w \left(h_3 + \frac{d_w}{2} \right) \right] + \left[b\hat{s}t \cdot (h_3 - z) \left[\left(\frac{h_3}{2} \right) + \frac{z}{2} \right] \right] \right]^2 \cdot b\hat{s}t \, dz$$

$$Q4_{quad} := \int_{h_3}^{h_4} \left[b\hat{s}t \cdot t_f \left(h_4 + \frac{t_f}{2} \right) + \left[bwst \cdot (h_4 - z) \left[\left(\frac{h_4}{2} \right) + \frac{z}{2} \right] \right] \right]^2 \cdot bwst \, dz$$

$$Q5_{quad} := \int_{h_4}^{h_5} \left[\left[b\hat{s}t \cdot (h_5 - z) \left[\left(\frac{h_5}{2} \right) + \frac{z}{2} \right] \right] \right]^2 \cdot b\hat{s}t \, dz$$

$$Q1_{quad} = 1.643 \times 10^{-9} \text{ m}^8 \quad Q2_{quad} = 9.493 \times 10^{-10} \text{ m}^8$$

$$Q3_{quad} = 9.497 \times 10^{-11} \text{ m}^8 \quad Q4_{quad} = 1.154 \times 10^{-10} \text{ m}^8$$

$$Q5_{quad} = 7.681 \times 10^{-12} \text{ m}^8$$

$$Q_{sum} := \left(\frac{Q1_{quad}}{bcst^2} \right) + \left(\frac{Q2_{quad}}{bcst^2} \right) + \left(\frac{Q3_{quad}}{bft^2} \right) + \left(\frac{Q4_{quad}}{bwst^2} \right) + \left(\frac{Q5_{quad}}{bft^2} \right)$$

Área total da seção transformada

$$A_{ST} := 2A_p + A_c \cdot n \quad A_{ST} = 355.369 \text{ m}^2$$

Fator de forma:

$$f_s := \left(\frac{A_{ST}}{I_{ST}^2} \right) \cdot Q_{sum} \quad f_s = 11.078$$

3. ESTADO LIMITE SERVIÇO

3.1. Cálculo da Flecha Máxima

$$L := 4\text{m} \quad a := \frac{L - 0.85\text{m}}{2} \quad a = 1.575\text{m}$$

$$q_{pp} := \text{Peso_laje} \quad q_{pp} = 0.846 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$q_{sc} := \left(5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \right) \cdot 2 \cdot l_p \quad q_{sc} = 4 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$q_{pp} := 2.089 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$q := 0.4q_{sc} + q_{pp} \quad q = 3.689 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$q_d := 1.2q_{pp} + 1.6q_{sc} \quad q_d = 8.907 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$M_d := \frac{q_d \cdot L^2}{8} \quad M_d = 17.814 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_d := \frac{q_d \cdot L}{2} \quad V_d = 17.814 \text{ kN}$$

3.2. Sem levar em conta a contribuição do concreto na rigidez ao cisalhamento

$$\delta_f := \left(\frac{5}{384} \right) \cdot \frac{q \cdot L^4}{D} \quad \delta_f = 9.733 \text{ mm}$$

$$\delta_c := \left(\frac{q \cdot L^2}{8 \cdot Q} \right) \quad \delta_c = 0.888 \text{ mm}$$

$$\delta_{\text{tot}} := \delta_f + \delta_c \quad \boxed{\delta_{\text{tot}} = 10.621 \text{ mm}}$$

$$\delta_{\text{lim}} := \frac{L}{250} \quad \boxed{\delta_{\text{lim}} = 16 \text{ mm}}$$

3.3. Levando em conta a contribuição do concreto na rigidez ao cisalhamento

$$\delta_f := \left(\frac{5}{384} \right) \cdot \frac{q \cdot L^4}{D} \quad \delta_f = 9.733 \text{ mm}$$

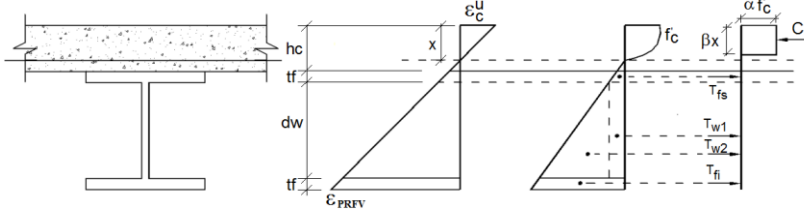
$$\delta_c := \left(\frac{q \cdot L^2}{8 \cdot G_{PRFV} \cdot A_{ST}} \right) \cdot f_s \quad \delta_c = 0.536 \text{ mm}$$

$$\delta_{\text{tot}} := \delta_f + \delta_c \quad \delta_{\text{tot}} = 10.269 \text{ mm}$$

$$\delta_{\text{lim}} := \frac{L}{250} \quad \delta_{\text{lim}} = 16 \text{ mm}$$

4. ESTADO LIMITE ÚLTIMO

4.1. Verificação do carregamento à fle



4.1.1. Posição da Linha Neutra (Ruptura à flexão)

$$\alpha := 0.85$$

$$\beta := 0.85$$

$$\varepsilon_{c_ult} := 0.0030 \quad (\text{Deformação de ruptura do concreto})$$

$$\varepsilon_{PRFV_ult} := 0.049 \quad (\text{Deformação de ruptura do PRFV})$$

$$x := 1\text{mm}$$

Given

$$\beta \cdot x \cdot \alpha \cdot f_{ck} \cdot b_c - 2 \cdot E_{PRFV} \left[b_f \cdot t_f \left(h_c - x + \frac{t_f}{2} \right) \cdot \frac{\varepsilon_{c_ult}}{x} + b_f \cdot t_f \left(h_c - x + d_w + t_f + \frac{t_f}{2} \right) \cdot \frac{\varepsilon_{c_ult}}{x} + t_w \cdot d_w \left(h_c - x + t_f + \frac{d_w}{2} \right) \cdot \frac{\varepsilon_{c_ult}}{x} \right] = 0$$

$$x := \text{Find}(x)$$

$$x = 36.588\text{mm}$$

$$xx := h_c - x$$

$$xx = 3.412\text{mm}$$

4.1.2. Resistência à flexão da laje

$$\varepsilon := \frac{xx \cdot \varepsilon_{c_ult}}{x} \quad \varepsilon = 2.798 \times 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{fs} := \frac{\left(xx + \frac{t_f}{2} \right) \cdot \varepsilon_{c_ult}}{x}$$

$$\varepsilon_{fs} = 0.00054$$

$$\varepsilon_{fi} := \frac{\left(xx + t_f + d_w + \frac{t_f}{2} \right) \cdot \varepsilon_{c_ult}}{x} \quad \varepsilon_{fi} = 0.012524$$

$$\varepsilon_i := \frac{(xx + t_f + d_w + t_f) \cdot \varepsilon_{c_ult}}{x} \quad \varepsilon_i = 0.012784$$

$$\varepsilon_{w1} := \frac{(xx + t_f) \cdot \varepsilon_{c_ult}}{x} \quad \varepsilon_{w1} = 0.0008$$

$$\varepsilon_{w2} := \frac{(xx + t_f + d_w) \cdot \varepsilon_{c_ult}}{x} \quad \varepsilon_{w2} = 0.012263$$

$$T_{fs} := 2 \cdot E_{PRFV} \cdot t_f \cdot b_f \cdot \varepsilon_{fs} \quad T_{fi} := 2 \cdot E_{PRFV} \cdot t_f \cdot b_f \cdot \varepsilon_{fi}$$

$$T_{w1} := 2 \cdot E_{PRFV} \cdot t_w \cdot d_w \cdot \varepsilon_{w1} \quad T_{w2} := E_{PRFV} \cdot t_w \cdot d_w \cdot (\varepsilon_{w2} - \varepsilon_{w1})$$

$$TT := T_{fs} + T_{fi} + T_{w1} + T_{w2} \quad TT = 634.437 \text{ kN}$$

$$CC := x \cdot \alpha \cdot \beta \cdot b_c \cdot f_{ck} \quad CC = 634.437 \text{ kN}$$

$$M_u := CC \left(x - \beta \cdot \frac{x}{2} \right) + T_{fs} \cdot \left(xx + \frac{t_f}{2} \right) + T_{w1} \cdot \left(xx + t_f + \frac{d_w}{2} \right) + T_{w2} \cdot \left(xx + t_f + \frac{2 \cdot d_w}{3} \right) + T_{fi} \cdot \left(xx + d_w + t_f + \frac{t_f}{2} \right)$$

$$M_u = 92.253 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Sobre a condição de que a mesa inferior
não apresenta ruptura:

$$\text{Ver} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } \varepsilon_i < \varepsilon_{PRFV_ult} \\ \text{"Verificar"} & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{Ver} = \text{"OK"}$$

Carga última para ensaio de flexão a 4 por

$$P_f := \frac{M_u}{a} \quad P_f = 58.573 \text{ kN}$$

$$P_{u_f} := 2P_f \quad \boxed{P_{u_f} = 117.15 \text{ kN}}$$

4.2. Verificação ao cisalhamento da laje mista

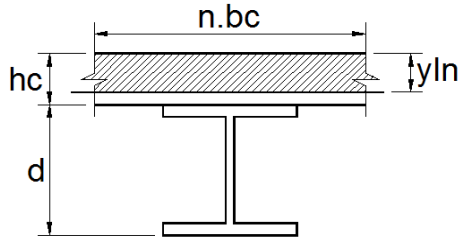
4.2.1. Tensão de Cisalhamento considerando a seção transversal não-fissurada

a) Tensão de cisalhamento na linha neutra da laje

Momento Estático

$$Q_c := \frac{y_{ln}^2 \cdot n \cdot b_c}{2}$$

$$Q_c = 3.59 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$



Tensão de Cisalhamento adotando a carga de ruptura de fl para verificar a tensão de cisalhamento produzida

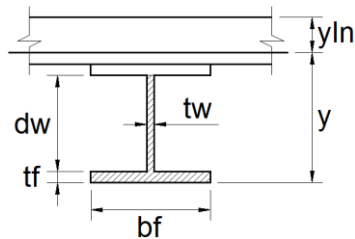
$$V := P_{u_f}$$

$$\tau_{ult_c} := \frac{V \cdot Q_c}{I_{ST} \cdot n \cdot b_c} \quad \tau_{ult_c} = 1.096 \text{ MPa}$$

$$\text{Ver2} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } \tau_{ult_c} < \tau_{PRFV_ult} \\ \text{"Verificar"} & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{Ver2} = \text{"OK"}$$

b) Esforço cortante último na ligação mesa-alma (Perfil PR)

Momento Estático



$$Q_{p_fw} := 2 \cdot \left[b_f \cdot t_f \cdot \left(y - \frac{t_f}{2} \right) + t_w \cdot d_w \cdot \left(y - t_f - \frac{d_w}{2} \right) \right]$$

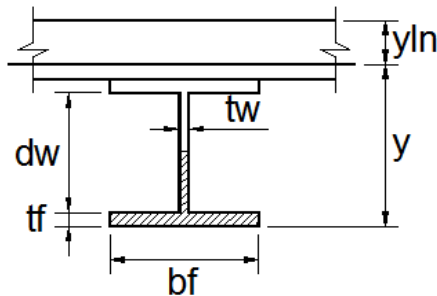
$$Q_{p_fw} = 3.068 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

Esforço Cortante Último

$$V_{pfw_ult} := \frac{\tau_{PRFV_ult} I_{ST} \cdot 2t_w}{Q_{p_fw}} \quad \boxed{V_{pfw_ult} = 40.104 \text{ kN}}$$

c) Esforço cortante último no centro da alma do p

Momento Estático



$$Q_{p_w} := 2 \cdot \left[b_f \cdot t_f \cdot \left(y - \frac{t_f}{2} \right) + \frac{t_w \cdot d_w}{2} \cdot \left(y - t_f - \frac{d_w}{4} \right) \right]$$

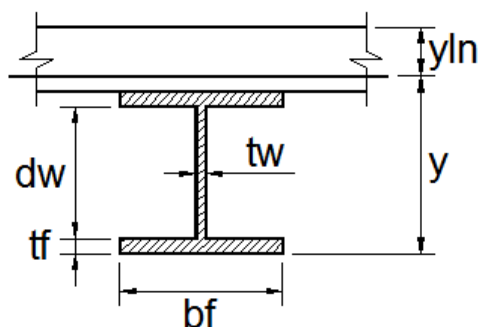
$$Q_{p_w} = 2.613 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

Esforço Cortante Último

$$V_{pw_ult} := \frac{\tau_{PRFV_ult} I_{ST} \cdot 2t_w}{Q_{p_w}} \quad \boxed{V_{pw_ult} = 47.089 \text{ kN}}$$

d) Esforço cortante último na interface concreto/PRF

Momento Estático



$$Q_{inter} := 2 \cdot \left[b_f \cdot t_f \cdot \left(y - \frac{t_f}{2} \right) + t_w \cdot d_w \cdot \left(y - t_f - \frac{d_w}{2} \right) + b_f \cdot t_f \cdot \left(y - d + \frac{t_f}{2} \right) \right]$$

$$Q_{inter} = 3.195 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

Esforço Cortante Último

$$V_{inter} := \frac{\tau_{aderencia} I_{ST} \cdot 2b_f}{Q_{inter}}$$

$$V_{inter} = 58.018 \text{ kN}$$

4.2.2. Tensão de Cisalhamento considerando a seção transversal fissu

a) Linha neutra da seção fissurada

sem levar em conta o concreto na rigidez ao cisalhamento

$$Aa := \frac{b_{c-ST}}{2} \quad Bb := 2 \cdot A_p \quad Cc := -2 \cdot A_p \cdot \left(h_c + t_f + \frac{d_w}{2} \right)$$

$$x_{cr} := \frac{-Bb + \sqrt{Bb^2 - 4 \cdot Aa \cdot Cc}}{2 \cdot Aa} \quad x_{cr} = 28.576 \text{ mm}$$

$$y_{cr} := d + h_c - x_{cr} \quad y_{cr} = 163.924 \text{ mm}$$

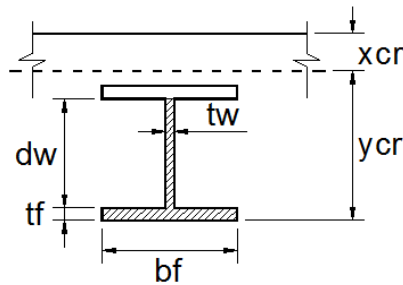
b) Momento de Inércia da seção fissurada

$$I_{cr} := \left[\frac{n \cdot b_c \cdot x_{cr}^3}{12} + n \cdot b_c \cdot x_{cr} \cdot \left(\frac{x_{cr}}{2} \right)^2 \right] + 2 \cdot \left[I_p + A_p \cdot \left(y_{cr} - \frac{d}{2} \right)^2 \right]$$

$$I_{cr} = 4.788 \times 10^3 \text{ cm}^4$$

c) Esforço cortante último na ligação mesa-alma (Perfil PR

Momento Estático



$$Q_{pfw_cr} := 2 \cdot \left[b_f \cdot t_f \cdot \left(y_{cr} - \frac{t_f}{2} \right) + t_w \cdot d_w \cdot \left(y_{cr} - t_f - \frac{d_w}{2} \right) \right]$$

$$Q_{pfw_cr} = 3.108 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

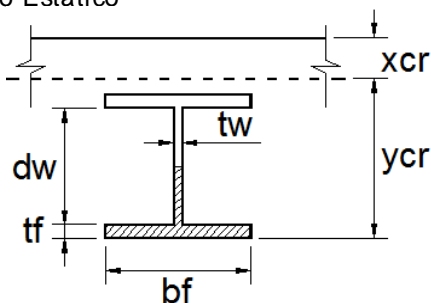
Esforço Cortante Último

$$V_{pfw_cr_ult} := \frac{\tau_{PRFV_ult} I_{cr} \cdot 2 t_w}{Q_{pfw_cr}}$$

$$V_{pfw_cr_ult} = 39.325 \text{ kN}$$

d) Esforço cortante último no centro da alma do pe

Momento Estático



$$Q_{pw_cr} := 2 \cdot \left[bf \cdot tf \cdot \left(y_{cr} - \frac{t_f}{2} \right) + \frac{t_w \cdot d_w}{2} \cdot \left(y_{cr} - t_f - \frac{d_w}{4} \right) \right]$$

$$Q_{pw_cr} = 2.64 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

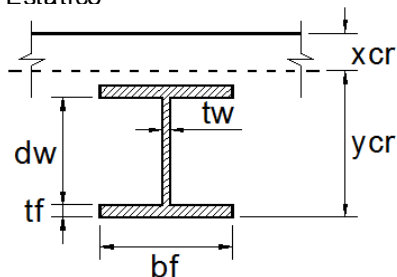
Esforço Cortante Último

$$V_{pw_cr_ult} := \frac{\tau_{PRFV_ult} I_{cr} \cdot 2t_w}{Q_{pw_cr}}$$

$$V_{pw_cr_ult} = 46.29 \text{ kN}$$

e) Esforço cortante último na interface concreto/PRf

Momento Estático



$$Q_{inter_cr} := 2 \cdot \left[bf \cdot tf \cdot \left(y_{cr} - \frac{t_f}{2} \right) + t_w \cdot d_w \cdot \left(y_{cr} - t_f - \frac{d_w}{2} \right) + bf \cdot t_f \cdot \left(y_{cr} - d + \frac{t_f}{2} \right) \right]$$

$$Q_{\text{inter_cr}} = 3.249 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

Esforço Cortante Último

$$V_{\text{inter_cr}} := \frac{\tau_{\text{aderencia}} I_{\text{cr}} \cdot 2b_f}{Q_{\text{inter_cr}}} \quad \boxed{V_{\text{inter_cr}} = 56.673 \text{ kN}}$$

CARGA ÚLTIMA DA LAJE MISTA

$$P_u := \min(P_{u_f}, 2 \cdot V_{\text{pfw_ult}}, 2 \cdot V_{\text{pw_ult}}, 2 \cdot V_{\text{inter}}, 2 \cdot V_{\text{pfw_cr_ult}}, 2 \cdot V_{\text{pw_cr_ult}}, 2 \cdot V_{\text{inter_cr}})$$

$$\boxed{P_u = 78.65 \text{ kN}}$$

ENSAIO DE FLEXÃO A QUATRO PONTOS

1. Cálculo da rigidez da seção não-fissurada para ensaio de flexão a 4 pontos

1.1. Sem levar em conta a contribuição do concreto na rigidez ao cisalhamento

$$\text{Rig} := \frac{1}{\frac{a \cdot (3 \cdot L^2 - 4 \cdot a^2)}{(24D)} + \frac{a}{Q}} \quad \text{Rig} = 461.365 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$EI := 2 \cdot \text{Rig}$$

Deslocamento para Carga de Ensaio

$$\delta_{\text{Tsc}} := \frac{26 \text{ kN}}{EI} \quad \boxed{\delta_{\text{Tsc}} = 28.1772 \text{ mm}}$$

1.2. Levando em conta a contribuição do concreto na rigidez ao cisalhamento

$$\text{Rig} := \frac{1}{\frac{a \cdot (3 \cdot L^2 - 4 \cdot a^2)}{(24 \cdot D)} + \frac{a \cdot f_s}{G_{PRFV} \cdot A_{ST}}} \quad \text{Rig} = 477.928 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$EI_{eq} := 2 \cdot \text{Rig}$$

Deslocamento para Carga de Ensaio:

$$\delta_{Tcc} := \frac{26 \text{ kN}}{EI_{eq}} \quad \delta_{Tcc} = 27.2007 \text{ mm}$$

Deslocamento para carga de fissuração

$$x_{cr} = 28.576 \text{ mm} \quad y_{tt} := h_c - x_{cr} \quad y_{tt} = 11.424 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_{cr} := \frac{f_{cr}}{E_c} \quad \varepsilon_{cr} = 0.000117$$

$$M_{cr} := D \cdot \frac{\varepsilon_{cr}}{y_{tt}} \quad M_{cr} = 12.912 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$P l_{cr} := \frac{M_{cr}}{\frac{L-a}{2}} \quad P_{cr} := 2 \cdot P l_{cr} \quad P_{cr} = 21.298 \text{ kN}$$

$$\delta_{cr} := \frac{P_{cr}}{EI_{eq}} \quad \delta_{cr} = 22.282 \text{ mm}$$

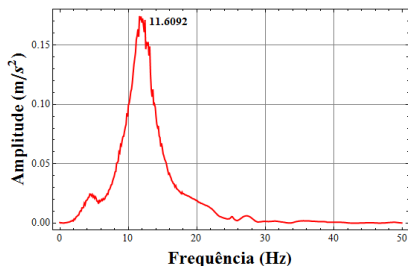
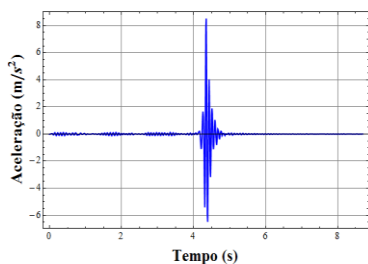
2. Cálculo da rigidez da seção fissurada (com nova posição da linha neutra) sem levar em conta concreto no cisalhamento

$$D_{cr} := E_{PRFV} \cdot I_{cr} \quad D_{cr} = 1254.989 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

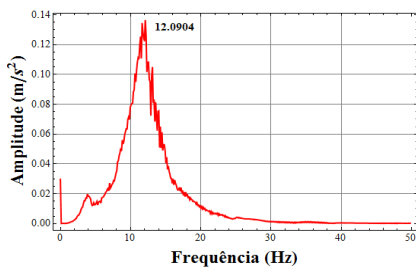
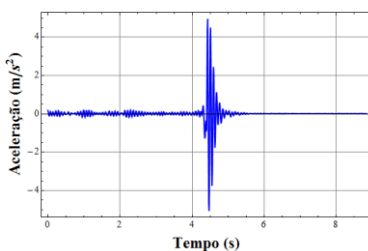
$$\begin{aligned}
 R_{gcr} &:= \frac{1}{\frac{a \cdot (3 \cdot L^2 - 4 \cdot a^2)}{24 D_{cr}} + \frac{a}{Q}} & R_{gcr} &= 458.572 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \\
 EI_{eq_cr} &:= 2 \cdot R_{gcr} & EI_{eq_cr} &= 917.144 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \\
 \delta_{cr2} &:= \frac{26 \text{kN}}{EI_{eq_cr}} & \delta_{cr2} &= 28.349 \text{mm}
 \end{aligned}$$

Anexo H: Resultados dos ensaios dinâmicos

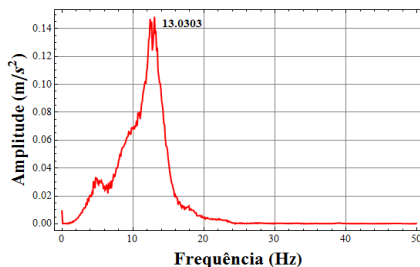
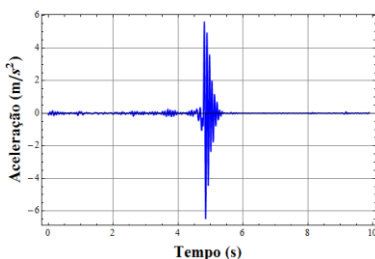
As figuras a seguir mostram os resultados dos ensaios dinâmicos, do protótipo LIAC-1, para acelerações e seus respectivos espectros de aceleração.



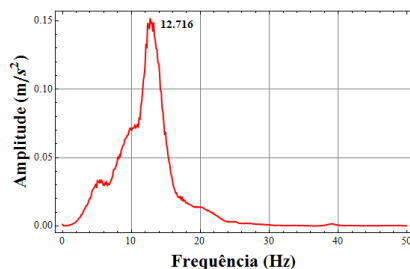
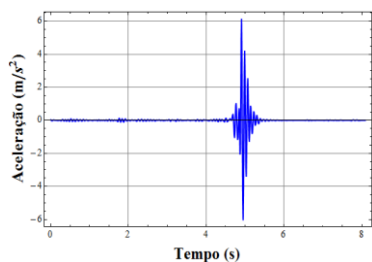
Impacto dos calcanhares do Voluntário 1 com calçado macio.



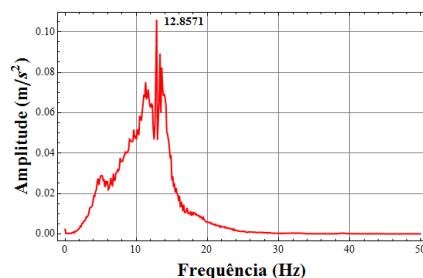
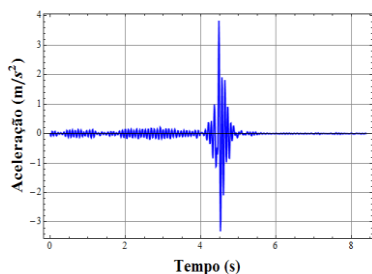
Impacto dos calcanhares do Voluntário 1 com calçado duro.



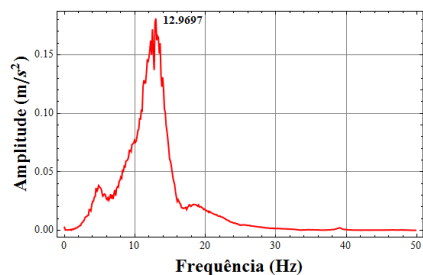
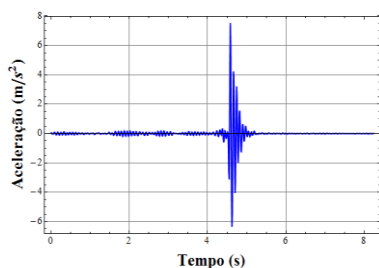
Impacto dos calcanhares do Voluntário 2 com calçado macio.



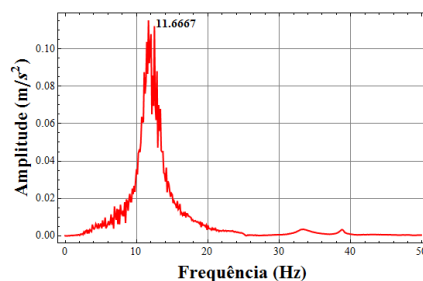
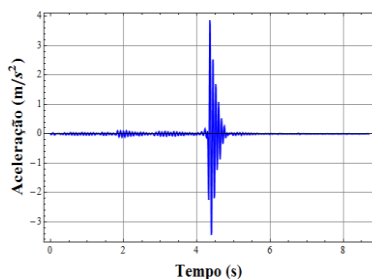
Impacto dos calcanhares do Voluntário 2 com calçado duro.



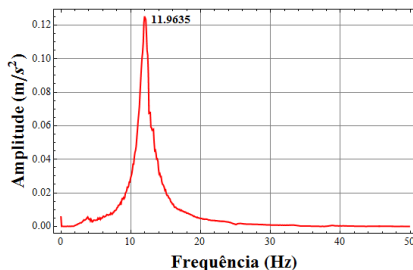
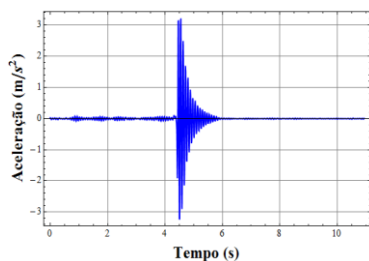
Impacto dos calcanhares do Voluntário 3 com calçado macio.



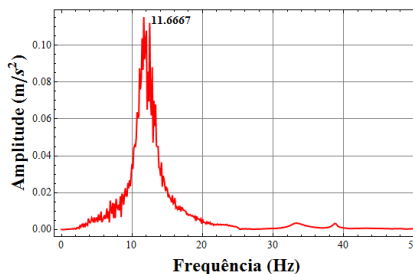
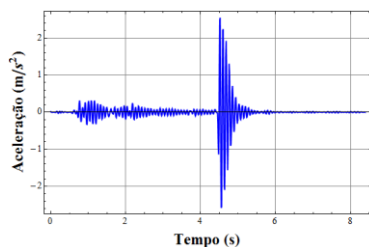
Impacto dos calcanhares do Voluntário 3 com calçado duro.



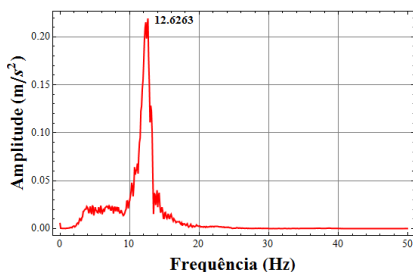
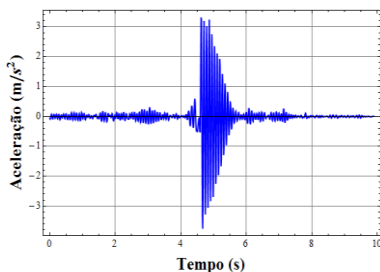
Impacto dos calcanhares do Voluntário 5 com calçado macio.



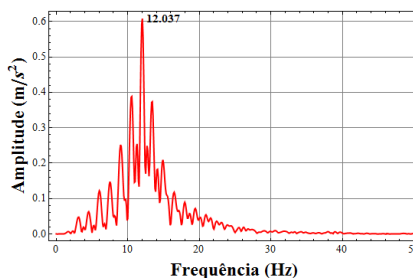
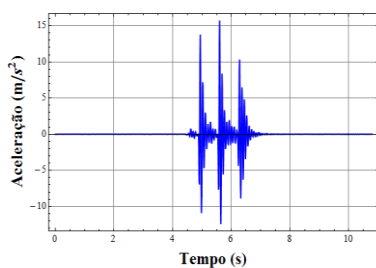
Impacto dos calcanhares do Voluntário 5 com calçado duro (salto alto).



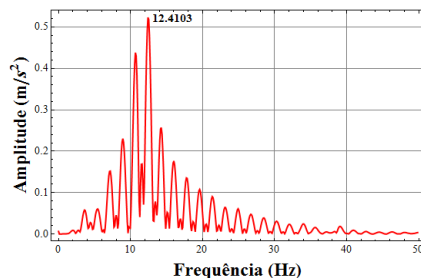
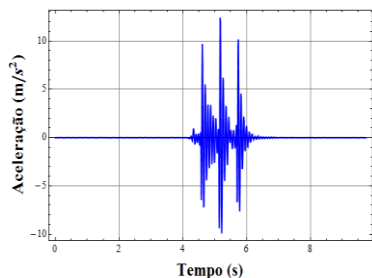
Impacto dos calcanhares do Voluntário 5 com calçado duro (salto agulha).



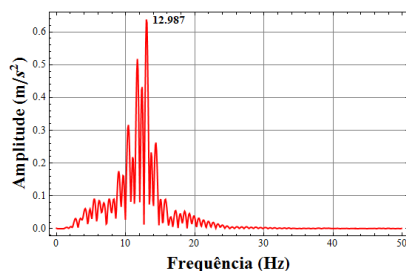
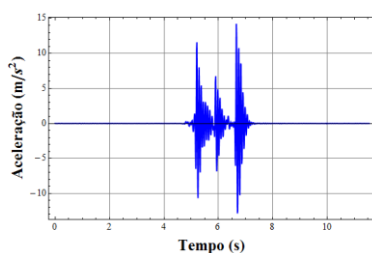
Impacto dos calcanhares do Voluntário 6 com calçado macio.



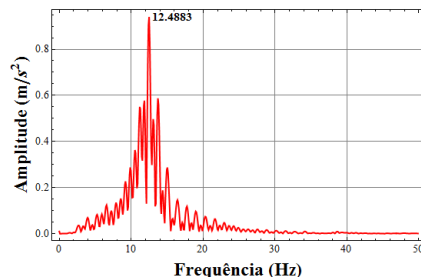
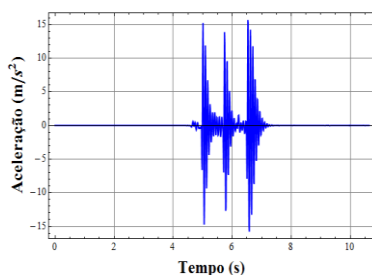
Impacto dos calcanhares triplo do Voluntário 1 com calçado macio.



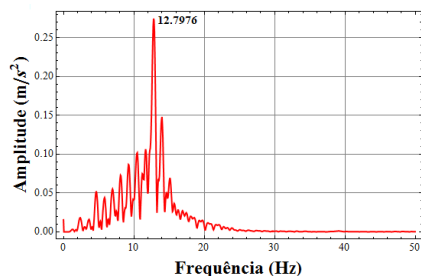
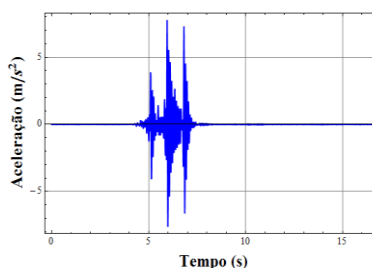
Impacto dos calcanhares triplo do Voluntário 1 com calçado duro.



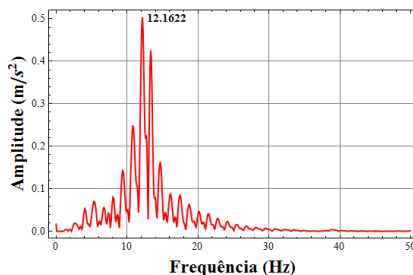
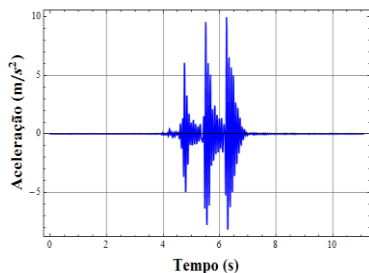
Impacto dos calcanhares triplo do Voluntário 2 com calçado macio.



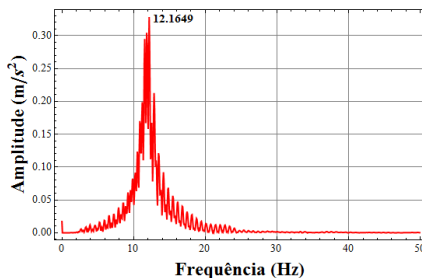
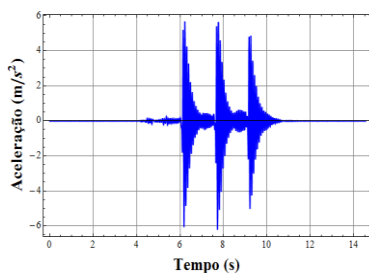
Impacto dos calcanhares triplo do Voluntário 2 com calçado duro.



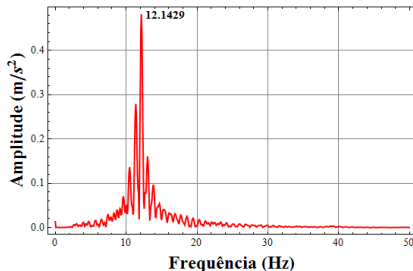
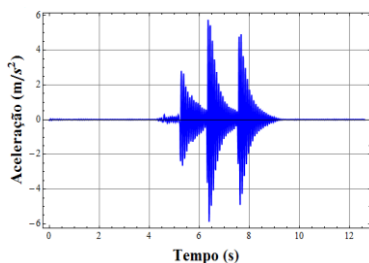
Impacto dos calcanhares triplo do Voluntário 3 com calçado macio.



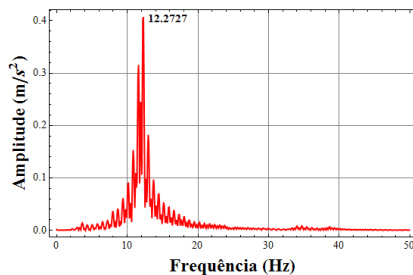
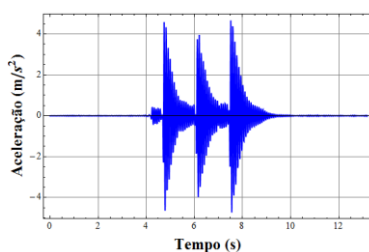
Impacto dos calcanhares triplo do Voluntário 3 com calçado duro.



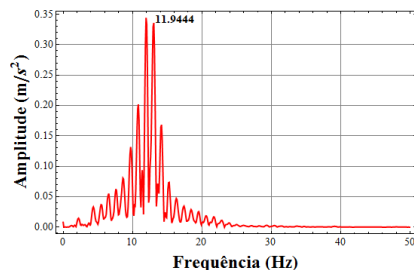
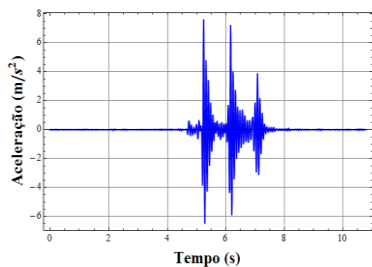
Impacto dos calcanhares triplo do Voluntário 5 com calçado macio.



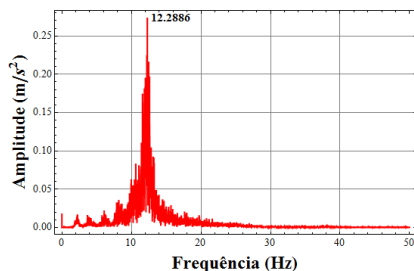
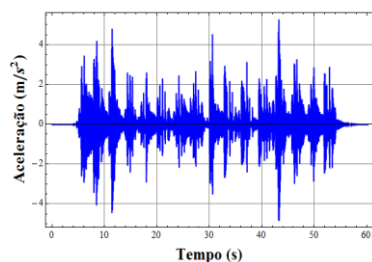
Impacto dos calcanhares triplo do Voluntário 5 com calçado duro (salto alto).



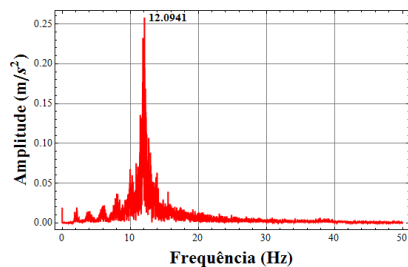
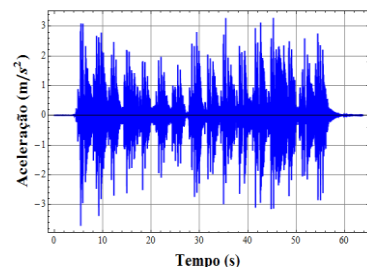
Impacto dos calcanhares triplo do Voluntário 5 com calçado duro (salto agulha).



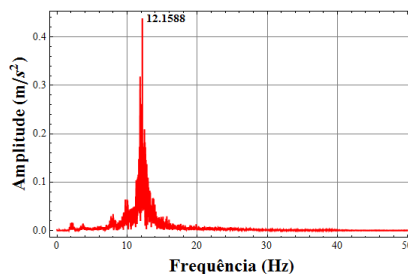
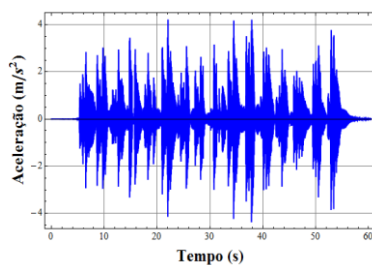
Impacto dos calcanhares triplo do Voluntário 6 com calçado macio.



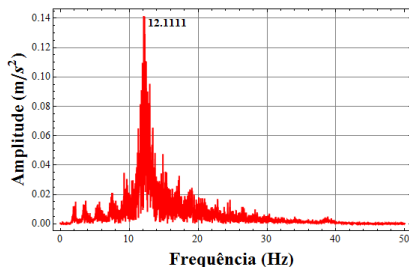
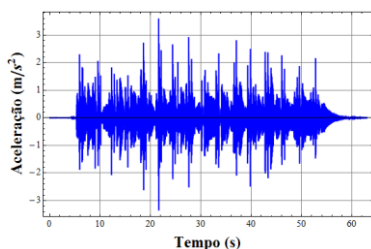
Caminhar do Voluntário 1 com calçado macio.



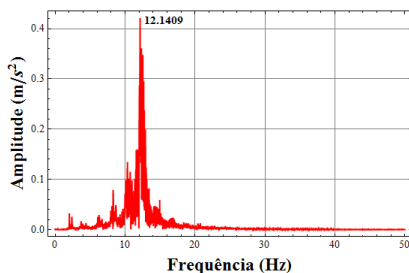
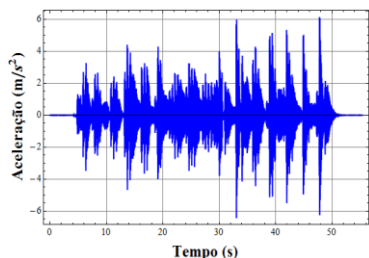
Caminhar do Voluntário 1 com calçado duro.



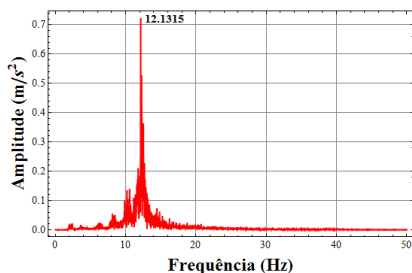
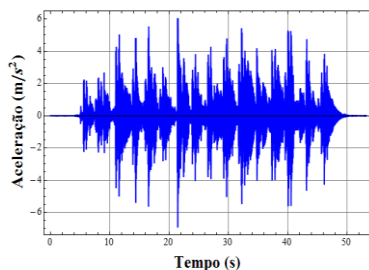
Caminhar do Voluntário 2 com calçado macio.



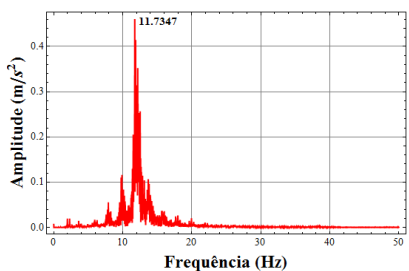
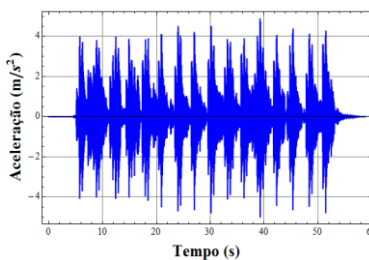
Caminhar do Voluntário 2 com calçado duro.



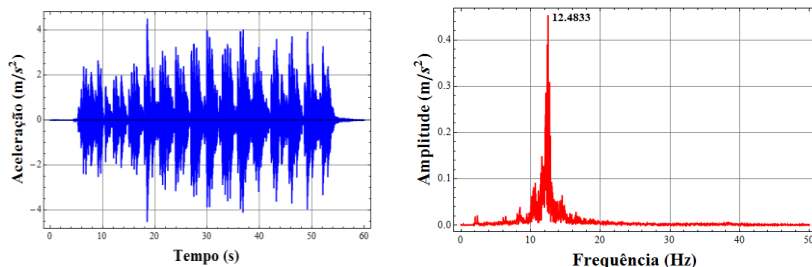
Caminhar do Voluntário 3 com calçado macio.



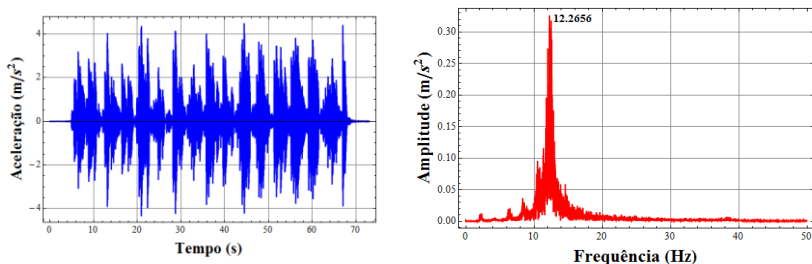
Caminhar do Voluntário 3 com calçado duro.



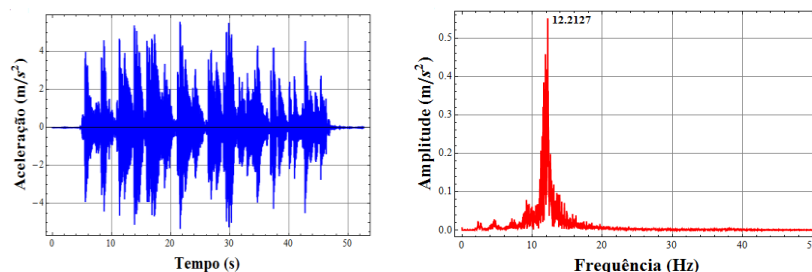
Caminhar do Voluntário 5 com calçado macio.



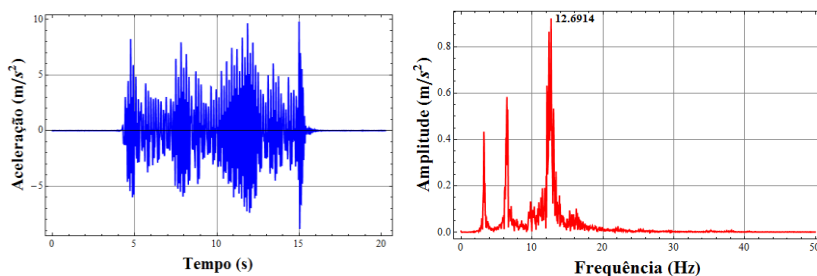
Caminhar do Voluntário 5 com calçado duro (salto alto).



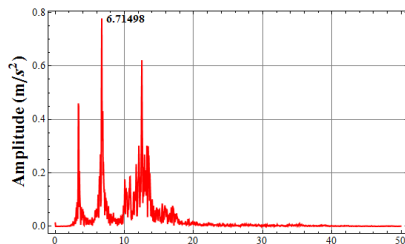
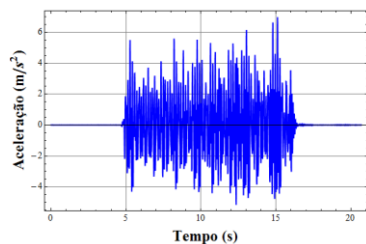
Caminhar do Voluntário 5 com calçado duro (salto agulha).



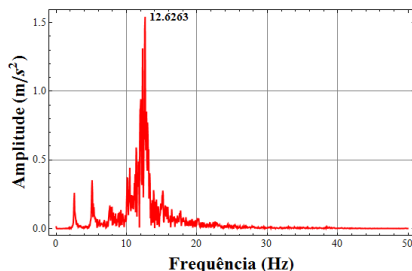
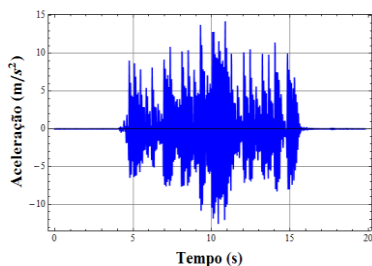
Caminhar do Voluntário 6 com calçado macio.



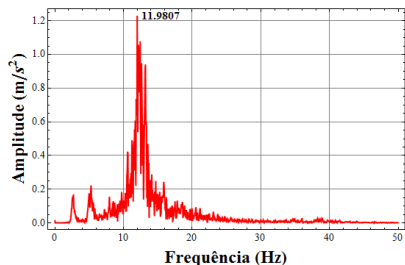
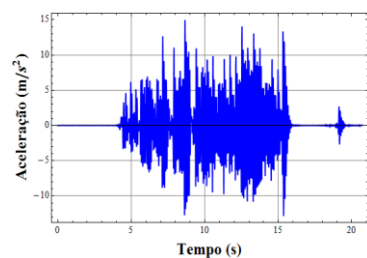
Pular do Voluntário 1 com calçado macio.



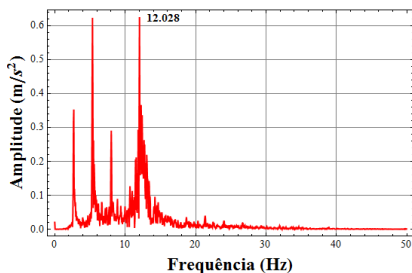
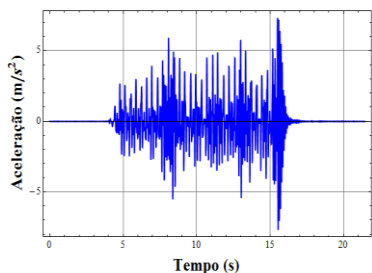
Pular do Voluntário 1 com calçado duro.



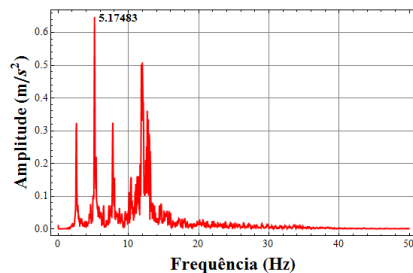
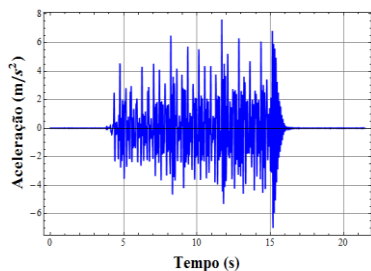
Pular do Voluntário 2 com calçado macio.



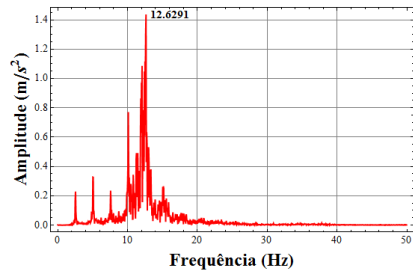
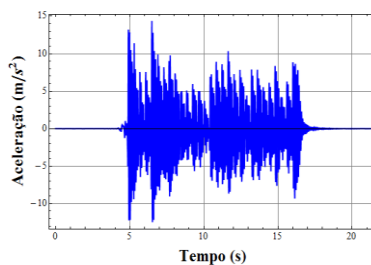
Pular do Voluntário 2 com calçado duro.



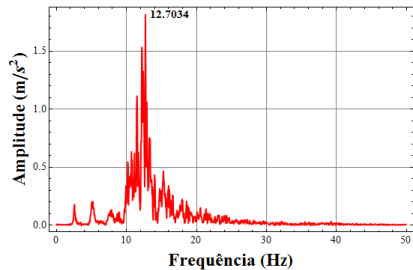
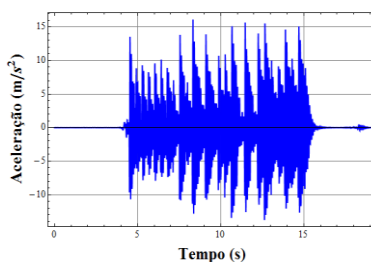
Pular do Voluntário 3 com calçado macio.



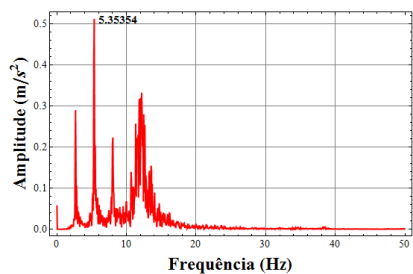
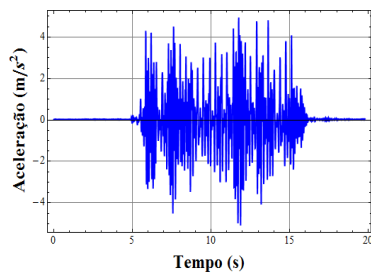
Pular do Voluntário 3 com calçado duro.



Pular do Voluntário 5 com calçado macio.

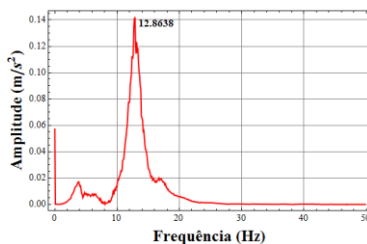
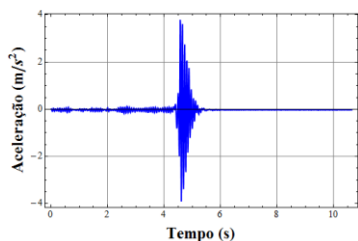


Pular do Voluntário 5 com calçado duro.

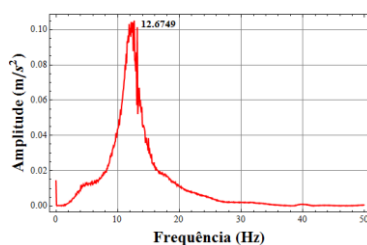
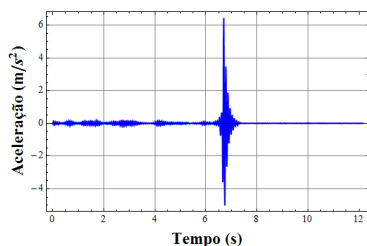


Pular do Voluntário 6 com calçado macio.

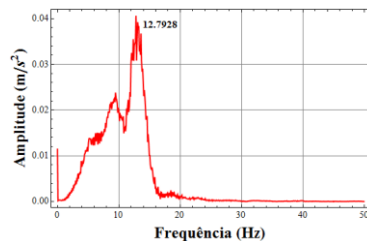
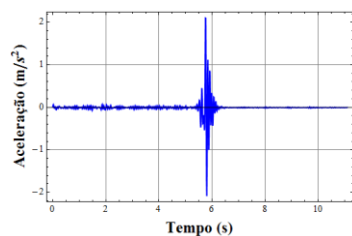
As figuras a seguir mostram os resultados dos ensaios dinâmicos, do protótipo LIAC-2, para acelerações e seus respectivos espectros de aceleração.



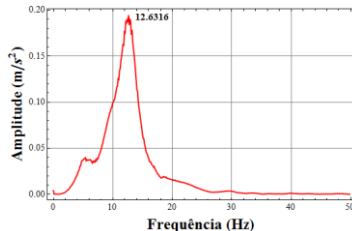
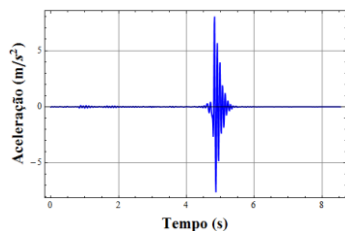
Impacto dos calcanhares do Voluntário 1 com calçado macio.



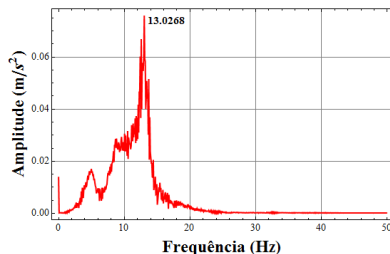
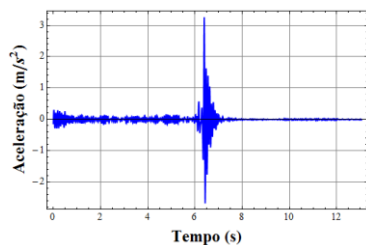
Impacto dos calcanhares do Voluntário 1 com calçado duro.



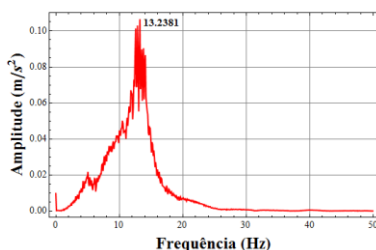
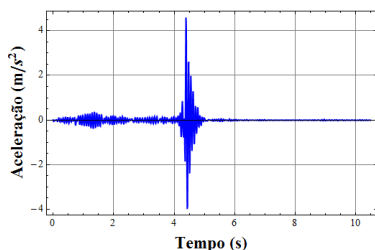
Impacto dos calcanhares do Voluntário 2 com calçado macio.



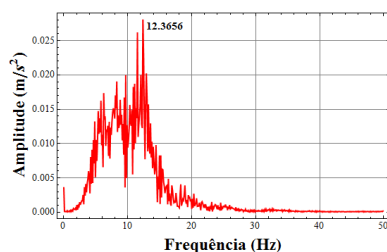
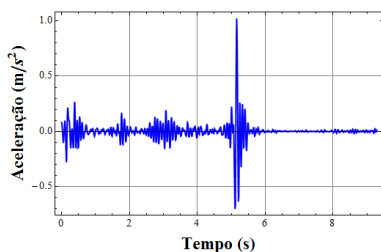
Impacto dos calcanhares do Voluntário 2 com calçado duro.



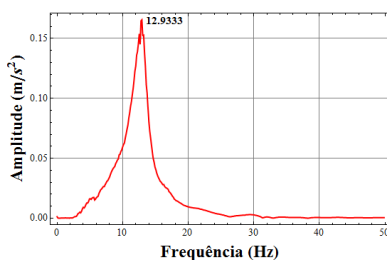
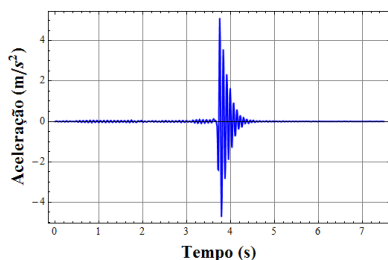
Impacto dos calcanhares do Voluntário 3 com calçado macio.



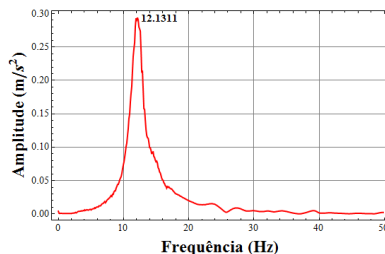
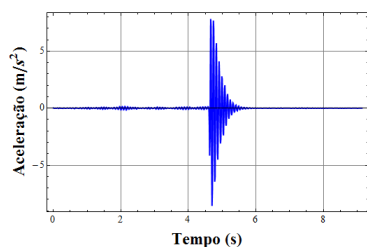
Impacto dos calcanhares do Voluntário 3 com calçado duro.



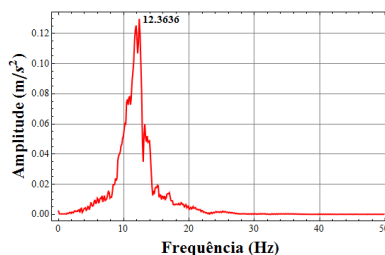
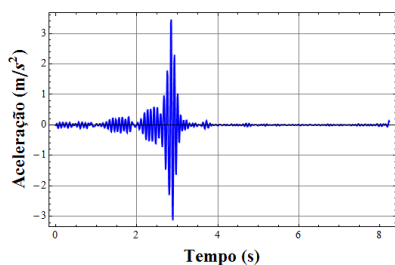
Impacto dos calcanhares do Voluntário 4 com calçado duro (salto agulha).



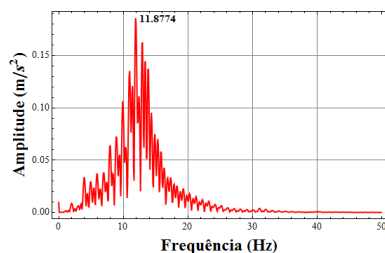
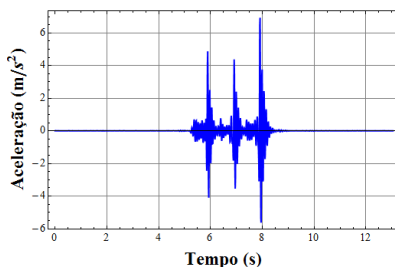
Impacto dos calcanhares do Voluntário 5 com calçado macio.



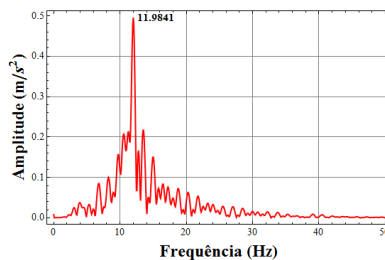
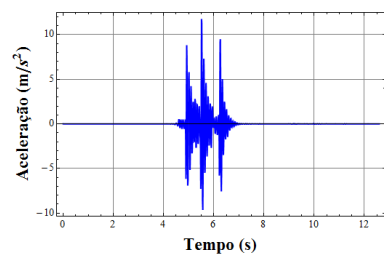
Impacto dos calcanhares do Voluntário 5 com calçado duro (salto alto).



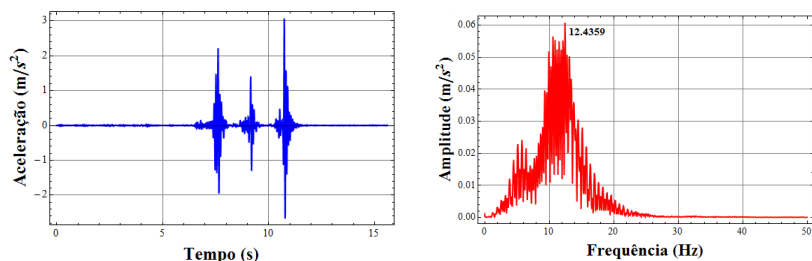
Impacto dos calcanhares do Voluntário 6 com calçado macio.



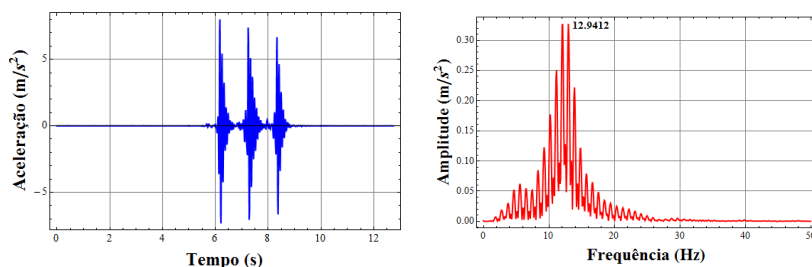
Impacto dos calcanhares triplo do Voluntário 1 com calçado macio.



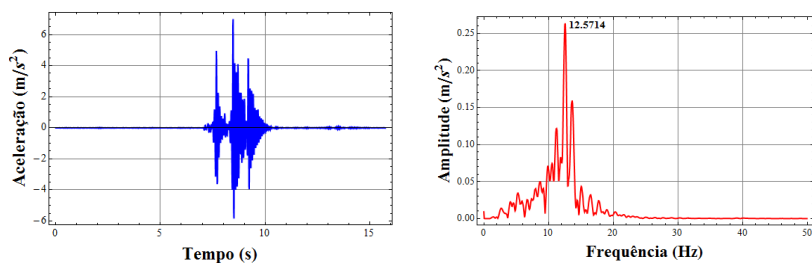
Impacto dos calcanhares triplo do Voluntário 1 com calçado duro.



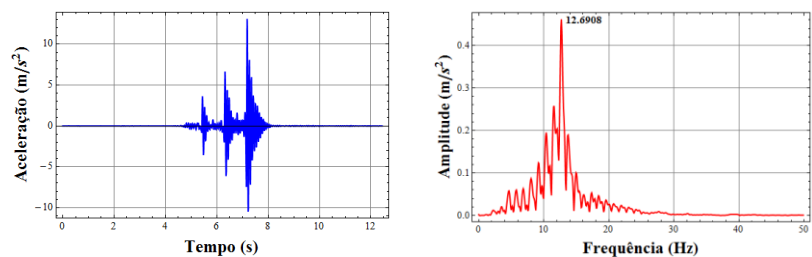
Impacto dos calcanhares triplo do Voluntário 2 com calçado macio.



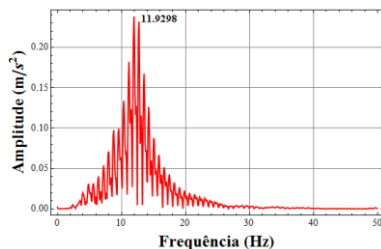
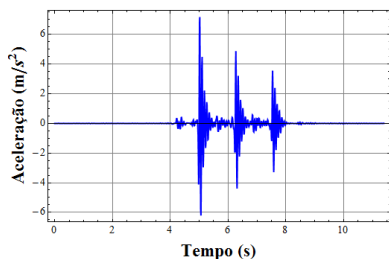
Impacto dos calcanhares triplo do Voluntário 2 com calçado duro.



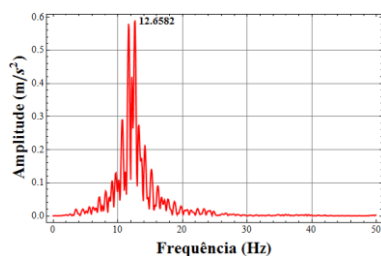
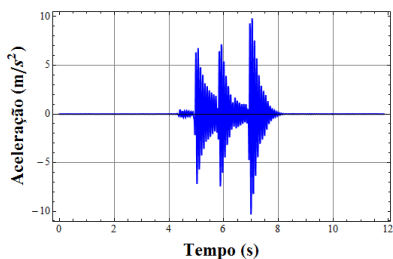
Impacto dos calcanhares triplo do Voluntário 3 com calçado macio.



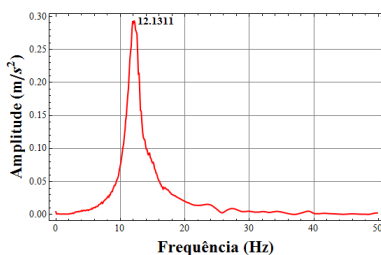
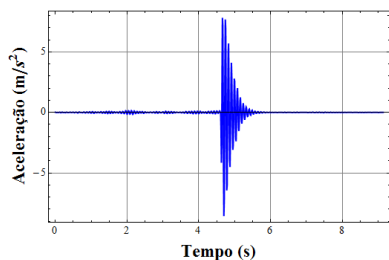
Impacto dos calcanhares triplo do Voluntário 3 com calçado duro.



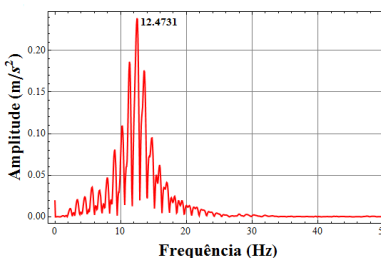
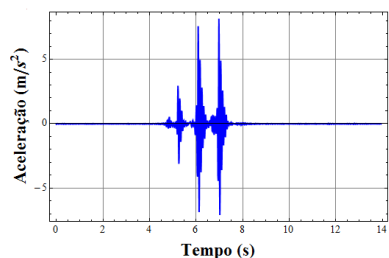
Impacto dos calcanhares triplo do Voluntário 4 com calçado duro (salto agulha).



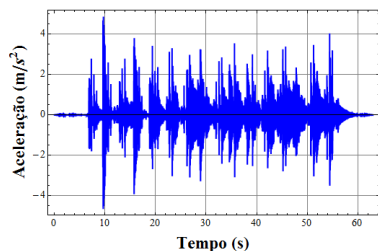
Impacto dos calcanhares triplo do Voluntário 5 com calçado macio.



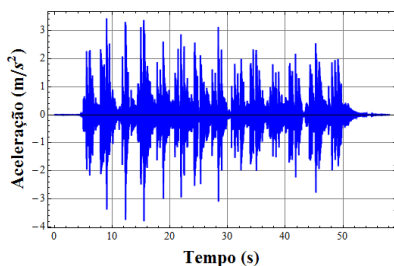
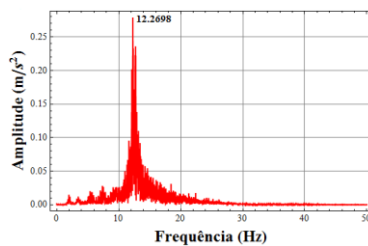
Impacto dos calcanhares triplo do Voluntário 5 com calçado duro (salto alto).



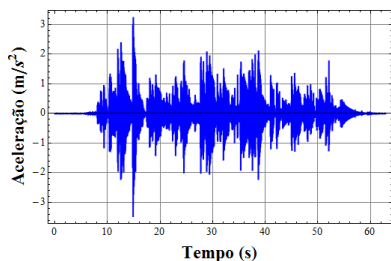
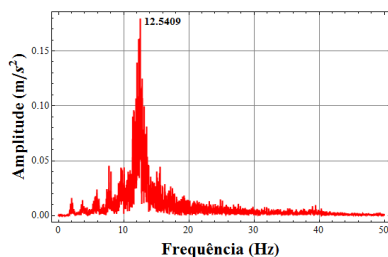
Impacto dos calcanhares triplo do Voluntário 6 com calçado macio.



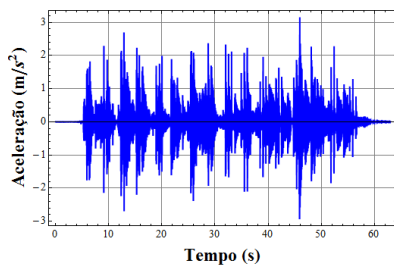
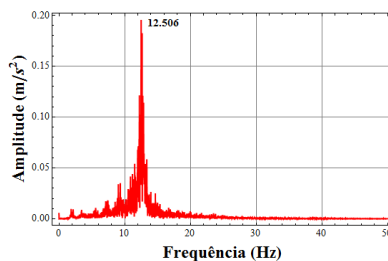
Caminhar do Voluntário 1 com calçado macio.



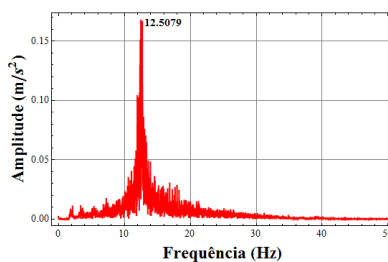
Caminhar do Voluntário 1 com calçado duro.

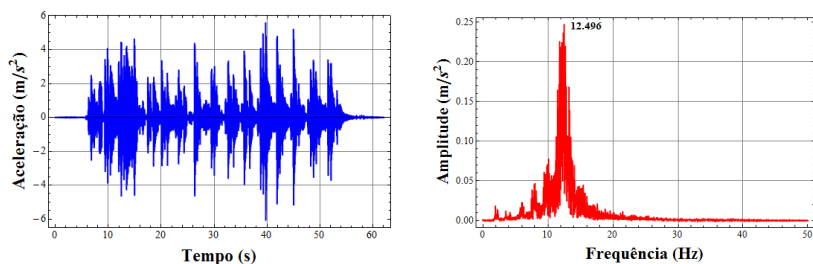


Caminhar do Voluntário 2 com calçado macio.

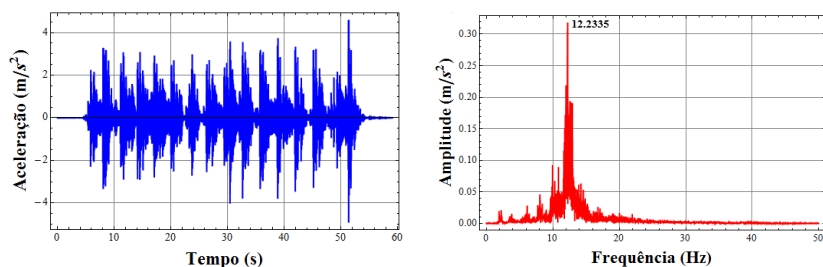


Caminhar do Voluntário 2 com calçado duro.

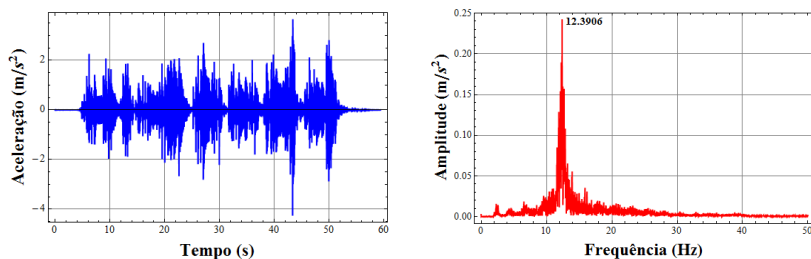




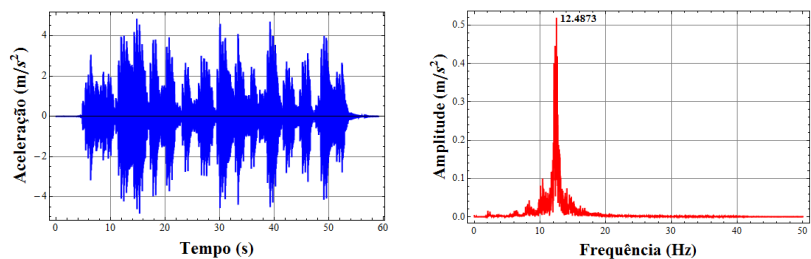
Caminhar do Voluntário 3 com calçado macio.



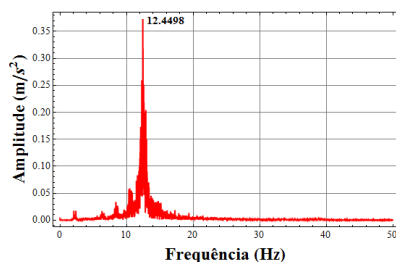
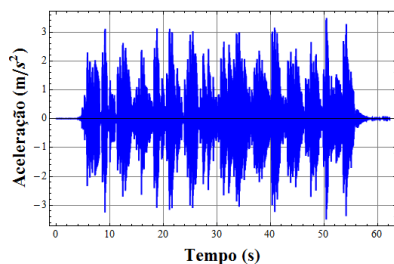
Caminhar do Voluntário 3 com calçado duro.



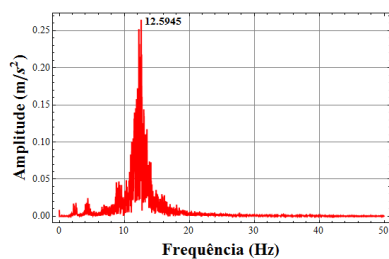
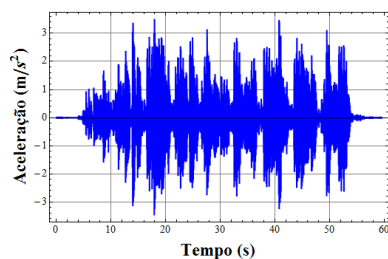
Caminhar do Voluntário 4 com calçado duro (salto agulha).



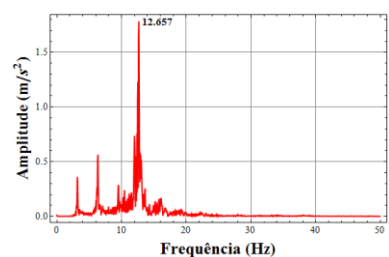
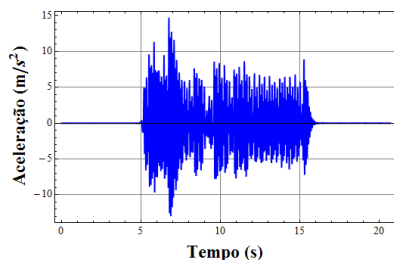
Caminhar do Voluntário 5 com calçado macio.



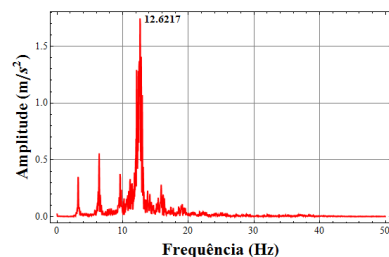
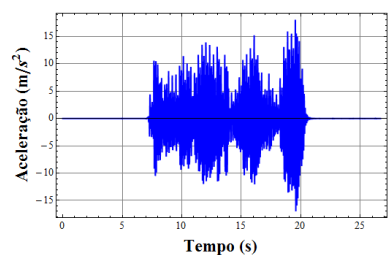
Caminhar do Voluntário 5 com calçado duro (salto alto).



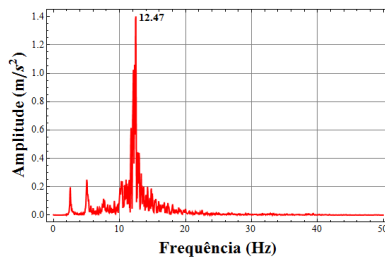
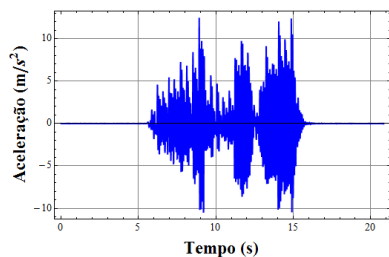
Caminhar do Voluntário 6 com calçado macio.



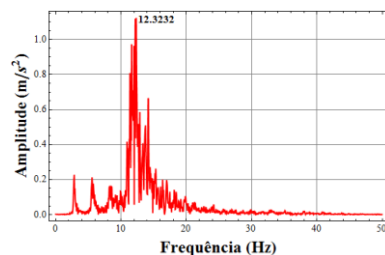
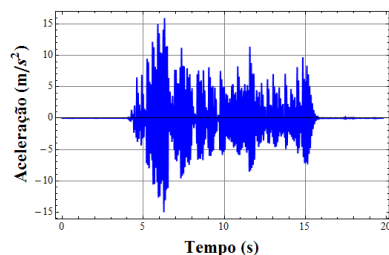
Pular do Voluntário 1 com calçado macio.



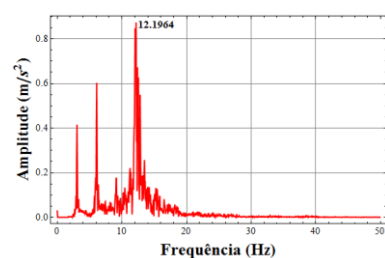
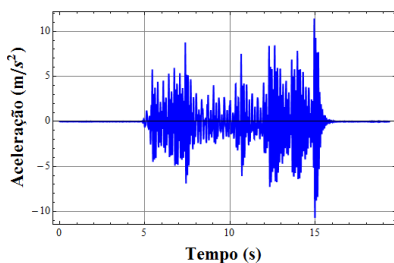
Pular do Voluntário 1 com calçado duro.



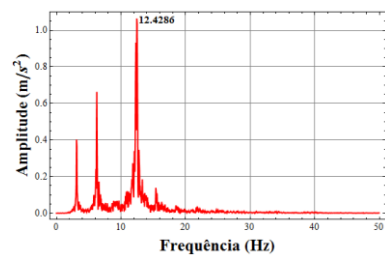
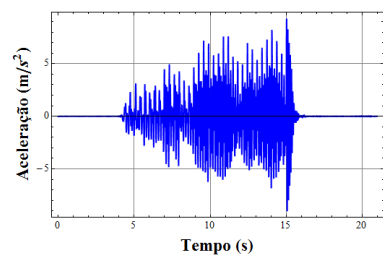
Pular do Voluntário 2 com calçado macio.



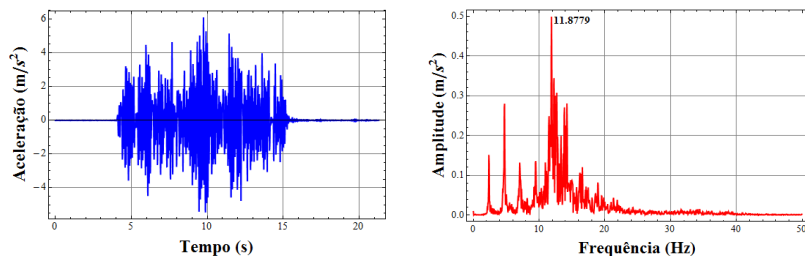
Pular do Voluntário 2 com calçado duro.



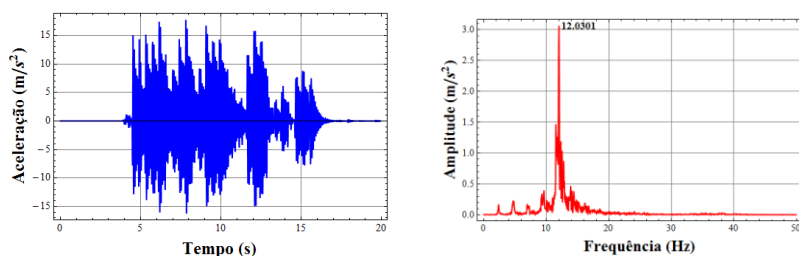
Pular do Voluntário 3 com calçado macio.



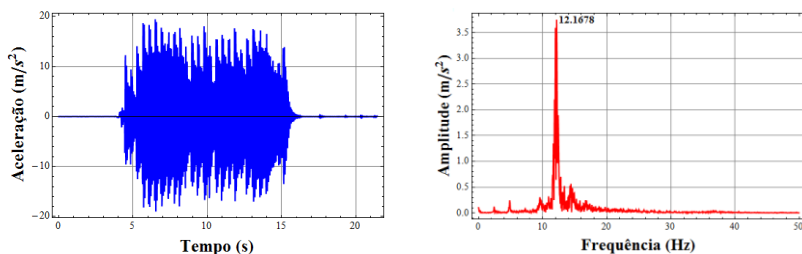
Pular do Voluntário 3 com calçado duro.



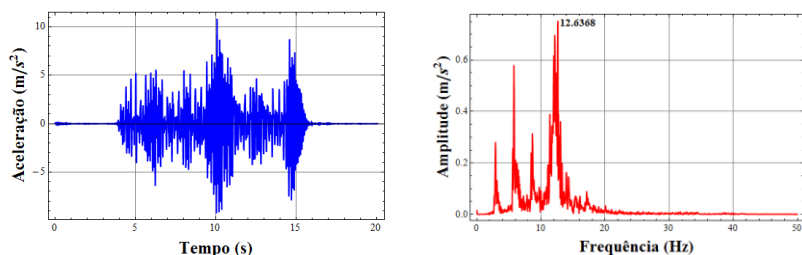
Pular do Voluntário 4 com calçado duro(salto agulha).



Pular do Voluntário 5 com calçado macio



Pular do Voluntário 5 com calçado duro (salto alto).



Pular do Voluntário 6 com calçado macio.